



Universidade Federal do Tocantins
Câmpus Prof. Dr. Sérgio Jacintho Leonor
Mestrado Profissional em Matemática



Kattia Ferreira da Silva

**Um Emprego da Modelagem Matemática Sobre o Tempo de
Exposição ao Sol com o Protetor Solar Fator 30**

Arraias - TO
2017



Universidade Federal do Tocantins
Câmpus Prof. Dr. Sérgio Jacintho Leonor
Mestrado Profissional em Matemática



Kattia Ferreira da Silva

Um Emprego da Modelagem Matemática Sobre o Tempo de Exposição ao Sol com o Protetor Solar Fator 30

Dissertação apresentada ao Programa de
Mestrado Profissional em Matemática em
Rede Nacional, como requisito parcial
para a obtenção do título de Mestre em
Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Claudionor Renato da Silva

Arraias - TO
2017

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Tocantins

- S586e Silva, Kattia Ferreira da .
Um Emprego da Modelagem Matemática Sobre o Tempo de Exposição ao Sol com o Protetor Solar Fator 30. / Kattia Ferreira da Silva. – Arraias, TO, 2017.
62 f.

Dissertação (Mestrado Profissional) - Universidade Federal do Tocantins – Câmpus Universitário de Arraias - Curso de Pós-Graduação (Mestrado) Profissional em Matemática, 2017.
Orientador: Claudionor Renato da Silva

1. Modelagem matemática. 2. Fator de proteção solar. 3. Ensino de matemática. 4. Funções exponenciais. I. Título

CDD 510

TODOS OS DIREITOS RESERVADOS – A reprodução total ou parcial, de qualquer forma ou por qualquer meio deste documento é autorizado desde que citada a fonte. A violação dos direitos do autor (Lei nº 9.610/98) é crime estabelecido pelo artigo 184 do Código Penal.

Elaborado pelo sistema de geração automática de ficha catalográfica da UFT com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).



Universidade Federal do Tocantins
Câmpus Prof. Dr. Sérgio Jacintho Leonor
Mestrado Profissional em Matemática



Kattia Ferreira da Silva*

Um Emprego da Modelagem Matemática Sobre o Tempo de Exposição ao Sol com o Protetor Solar Fator 30

Dissertação apresentada ao Programa de
Mestrado Profissional em Matemática em
Rede Nacional, como requisito parcial
para a obtenção do título de Mestre em
Matemática.

Aprovada em 14/06/2017.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Claudionor Renato da Silva (UFT)
Orientador - Presidente da banca

Prof. Dr. Wallysonn Alves de Souza (IFTO)
1º membro da banca

Prof. Dra. Keidna Cristiane de Oliveira Souza (UFT)
2º membro da banca

* A autora foi bolsista CAPES durante a elaboração desta dissertação.

Dedico esse trabalho a minha mãe Nery Maria da Silva, maior exemplo de bondade, humildade e paciência. Eterna gratidão por todos os sacrifícios, por tanto amor e dedicação.

Agradecimentos

A Deus por me amparar nos momentos difíceis, por iluminar o meu caminho, por me dar força interior para superar as dificuldades, por sua incomparável bondade estar presente em todos os momentos da minha vida.

A meu querido e amado esposo, Raylson dos Santos Carneiro, por ser tão importante na minha vida. Sempre a meu lado, me pondo para cima e me fazendo acreditar que posso mais que imagino. Devido a seu companheirismo, amizade, paciência, compreensão, apoio, alegria, amor e imensa ajuda este trabalho pôde ser concretizado. Obrigada por existir na minha vida e fazer dos meus dias, os dias mais felizes!

Em especial aos Meus Pais, Valdivino e Nery, um enorme obrigada por acreditarem sempre em mim e naquilo que faço e por todos os ensinamentos de vida. Espero que esta etapa, que agora termino, possa, de alguma forma, retribuir e compensar todo o carinho, apoio e dedicação que, constantemente, me oferecem. A eles, dedico todo este trabalho.

A minha querida irmã, Keilla, ao meu cunhado Márcio e aos meus sobrinhos João Nicolas e Márcio Antônio, por serem pessoas excepcionais, amigos, companheiros, pessoas que sempre que eu necessito estão dispostas a me ajudar. Muito obrigada, muita gratidão por vocês existirem em minha vida.

Aos meus cunhados Rogério e Ricardo e suas esposas Regina e Franciane, são pessoas muito especiais que acrescentam coisas boas em minha vida. Obrigada por se fazerem tão presentes.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Claudionor Renato da Silva, por toda a paciência, dedicação, ensinamentos, pelo incentivo, por acreditar em minha capacidade e principalmente pela grande pessoa que és. Saiba que te admiro muito e que seus ensinamentos foram muito além do conteúdo do currículo, você é verdadeiro mestre. Toda a minha gratidão e carinho.

A Todos os professores do curso, por terem feito parte da minha vida, deixaram mensagens que nunca vão se apagar da minha mente, aprendizados que sempre levarei comigo. Foram pessoas que me fizeram repensar minha prática pedagógica, e a importância dessa prática. Ficam aqui meus sinceros agradecimentos.

Aos AMIGOS do Mestrado que compartilharam comigo esses momentos de aprendizado, rimos, choramos e nos ajudamos mutuamente. Obrigado a vocês que compartilharam os prazeres e dificuldades dessa jornada com os quais convivemos durante tantas horas, compartilhando as nossas inseguranças, erros, acertos, vitórias. Ninguém vence sozinho... OBRIGADA A TODOS!

“A educação do homem existe por toda parte e, muito mais do que a escola, é o resultado da ação de todo o meio socio-cultural sobre os seus participantes. É o exercício de viver e conviver o que educa. A escola de qualquer tipo é apenas um lugar e um momento provisórios onde isto pode acontecer.”

(C. Brandão)

Resumo

A necessidade de pensar novas metodologias para o ensino da matemática, especialmente a partir de temas relacionados ao cotidiano dos alunos, motivou a realização deste trabalho que, através da modelagem matemática, tem como objetivo aliar teoria e prática no contexto da educação básica, para verificar o tempo que uma pessoa, fazendo uso adequado do fator de proteção solar (FPS) 30, pode ficar exposta à radiação ultravioleta (UV) do Sol, sem sofrer queimaduras. O estudo indica ainda os contributos desta pesquisa, apresenta uma proposta para o ensino “tempo de exposição segura ao sol”, que permite ao professor do ensino médio tratar de conceitos de função exponencial de maneira crítica e reflexiva, para a construção de um conhecimento mais significativo e também fornece aos alunos condições de perceber a integração da matemática com outras áreas do conhecimento proporcionando, através da modelagem matemática, condições necessárias para que ele possa desenvolver estudos que possibilitem maior capacidade de analisar, participar e agir sobre o conhecimento que está sendo construído. Ao considerar os níveis de radiação, o FPS 30 em relação ao tipo de pele, os dados remetem a uma função exponencial, que ao se aplicar a metodologia do método dos mínimos quadrados possibilitou elaborar um modelo matemático para cada um dos quatro tipos de pele. Os resultados mostram que se as pessoas fizerem o uso correto do FPS 30, a depender do tipo de pele, é possível permanecer em exposição ao sol por um período mínimo de 1h e 45 minutos, sem sofrer queimaduras.

Palavras-chaves: Modelagem matemática. Fator de proteção solar. Ensino de Matemática.

Abstract

The necessity of thinking about new methodologies to the mathematics teaching, especially from themes related to the student's everyday life, motivated this project achievement that through mathematical modelling has as purpose to ally theory and practice in the basic education context, to verify the time that one person that makes appropriate use of sun protection factor (SPF) 30, can be exposed to ultraviolet radiation (UR) of the sun without suffering sunburn. The study also indicates the contributions of this research, presents a proposal to the teaching time of safe exposure to the sun, that allow to the high school teacher discuss concepts of exponential function in a critical and reflexive way to a more significant knowledge construction and provides to the student's conditions to realize the integration of the mathematics with others knowledge areas providing through the mathematical modelling, necessary conditions that the student can develop studies that enable more capacity of analyzing, participate and act about the knowledge that is being constructed. Considering the radiation levels, the SPF 30 in relation to the skin type, the data remit to the exponential function, that applying the ordinary least squares method makes possible elaborate a mathematical model for each one of the four types of skin. The results show that if people make the right use of the SFP 30, depending on the skin type, it is possible to stay in sun exposure for a minimum period of 1h and 45 minutes, without being burned.

Key-words: Mathematical Modelling. Sun Protection Factor. Mathematics Teaching.

Lista de abreviaturas e siglas

UV	Ultravioleta
IUV	Índice Ultravioleta
UVA	Ultravioleta Tipo A
UVB	Ultravioleta Tipo B
UVC	Ultravioleta Tipo C
FPS	Fator de Proteção Solar
INPE	Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais
CPTEC	Centro de Previsão de Tempo e Estudos Climáticos
FDA	Food and Drug Administration (Administração Federal de Alimentos e Medicamentos)
LDBEN	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
<i>e</i>	Base do logaritmo neperiano

Lista de símbolos

min	Minutos
h	Horas
$\%$	Porcentagem
Σ	Somatório
α	Letra Grega Alfa
β	Letra Grega Beta
τ	Letra Grega Tau
∂	Símbolo Grego Derrô
\ln	Logaritmo Natural (logaritmo de base e)
mg/cm^2	Miligramma por centímetro quadrado
$W/(m^2nm)$	Potência por unidade de Área por Unidade de comprimento de Onda
$\frac{\partial f(x_1, \dots, x_n)}{\partial x_i}$	Derivada parcial de uma função em relação a seu argumento x_i

Lista de tabelas

Tabela 1 – Capacidade de proteção de acordo com o FPS	21
Tabela 2 – Tempo médio (em minutos) de exposição segura ao sol (UVB)	22
Tabela 3 – Tempo médio (horas) de exposição segura ao sol em relação ao índice UVB, utilizando FPS 30	44
Tabela 4 – x_i representa os valores dos índices UVB e y_i representa o tempo (horas) que uma pessoa poderá ficar exposta ao sol utilizando FPS 30.	45
Tabela 5 – Tabela adequada com somatórios para o ajuste exponencial	47
Tabela 6 – x_i representa os valores dos índices UVB e y_i representa o tempo (horas) que uma pessoa poderá ficar exposta ao sol utilizando FPS 30.	48
Tabela 7 – Tabela adequada com somatórios para o ajuste exponencial	49
Tabela 8 – x_i representa os valores dos índices UVB e y_i representa o tempo (horas) que uma pessoa poderá ficar exposta ao sol utilizando FPS 30.	51
Tabela 9 – Tabela adequada com somatórios para o ajuste exponencial	52
Tabela 10 – x_i representa os valores dos índices UVB e y_i representa o tempo (horas) que uma pessoa poderá ficar exposta ao sol utilizando FPS 30.	53
Tabela 11 – Tabela adequada com somatórios para o ajuste exponencial	53

Lista de ilustrações

Figura 1 – Tempo (horas) de exposição segura ao sol utilizando FPS 30 em relação ao índice UVB para cada tipo de pele estudada	45
Figura 2 – Tempo (horas) de exposição segura ao sol utilizando FPS 30 em relação ao índice UVB para o tipo de pele A	46
Figura 3 – Tempo (horas) de exposição segura ao sol utilizando FPS 30 em relação ao índice UVB para o tipo de pele B	49
Figura 4 – Tempo (horas) de exposição segura ao sol utilizando FPS 30 em relação ao índice UVB para o tipo de pele C	51
Figura 5 – Tempo (horas) de exposição segura ao sol utilizando FPS 30 em relação ao índice UVB para o tipo de pele D	54

Sumário

	INTRODUÇÃO	14
1	A PROBLEMÁTICA DA PESQUISA	17
1.1	Sobre o protetor solar e as quentes temperaturas em Tocantins	17
1.2	Emprego da modelagem matemática na educação básica	23
2	MODELAGEM MATEMÁTICA E A APLICAÇÃO DO MÉ- TODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS	28
2.1	Modelagem	28
2.2	O método dos mínimos quadrados	32
3	METODOLOGIA E PROCEDIMENTOS DA PESQUISA . .	39
3.1	Natureza e delineamento da pesquisa	39
3.2	Instrumento de coleta de dados	40
3.3	Aplicação da modelagem (O método dos mínimos quadrados) .	41
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	42
4.1	Desenvolvimento do modelo: Tipo de pele A	45
4.2	Desenvolvimento do modelo: Tipo de pele B	48
4.3	Desenvolvimento do modelo: Tipo de pele C	51
4.4	Desenvolvimento do modelo: Tipo de pele D	53
	CONSIDERAÇÕES FINAIS	57
	REFERÊNCIAS	59

Introdução

Atualmente há uma tendência a inovações curriculares ou inovações nas práticas voltadas ao ensino da matemática na educação básica. Muitos professores buscam alternativas para tornar esse ensino atrativo. O que se discute é que quando se alia o ensino da matemática com situações do mundo real, o aluno tende a ter um melhor desempenho, pelo fato de que o saber matemático em questão é apresentado com certo significado. Isso permite de certo modo, compreender a importância da matemática e sua aplicabilidade no dia a dia.

Assim, a modelagem matemática se constitui numa ferramenta capaz de propiciar uma aprendizagem mais significativa. Na modelagem matemática considera-se a conexão entre realidade do educando e o ensino da matemática como meio de fazer com que a aprendizagem dos conceitos/conteúdos possam acontecer de forma consistente, fornecendo oportunidade de compreender a importância da matemática no meio em que vive.

O contexto dessa pesquisa surgiu do interesse em refletir sobre as possibilidades que a modelagem matemática oferece à aprendizagem contextualizada e significativa de conceitos matemáticos. Desse modo, a pesquisa se fundamenta na busca de observar situações da vida cotidiana que chamassem a atenção a fim de realizar estudos na perspectiva de compreender melhor um dado problema e/ou fenômeno, em que se pudesse traduzir uma situação real para a linguagem matemática. Esta ideia traduz o que é a modelagem matemática.

O problema da pesquisa que orienta esse estudo consiste em trabalhar um tema que permite, para sua compreensão, o envolvimento de diferentes áreas de conhecimento possibilitando um trabalho interdisciplinar e colaborativo entre os professores. O fato de o Brasil ser um país com bastante incidência de luz solar instigou a estudar sobre os efeitos da radiação solar sobre a pele humana.

A materialização do objeto de pesquisa se iniciou com um questionamento sobre o tempo de exposição ao sol em faixas de segurança que não agredem a pele humana. Este tempo, como se constatou, varia em relação a cada tipo de pele e também aos níveis de radiação solar no momento da exposição.

Há, portanto, uma relação entre o FPS associado ao tempo de exposição ao sol. A questão seguinte foi então a de verificar a relação entre as variáveis tempo de exposição ao sol para cada tipo de pele, sem sofrer danos, o FPS e níveis de radiação ultravioleta (UV).

O problema da pesquisa pode então ser formulado da seguinte maneira: Conside-

rando os níveis de radiação, o FPS 30 e o tipo de pele, quanto tempo uma pessoa (sem estar em tratamento dermatológico), fazendo uso adequado do FPS 30, pode ficar exposta à radiação UV do Sol, sem sofrer queimaduras?

Objetiva-se, assim, de modo geral, discutir e apresentar, num primeiro momento, a relevância da modelagem matemática no ensino médio, com uma aplicação prática deste conteúdo, respondendo a uma questão básica do dia a dia, quanto ao tempo de exposição ao sol, utilizando um dado FPS à pele humana. Dito de outra forma, se objetiva com esta pesquisa verificar o tempo que uma pessoa, fazendo uso adequado do FPS 30, pode ficar exposta à radiação UV do Sol, sem sofrer queimaduras e elaborar modelos matemáticos para representar o tempo que uma pessoa pode ficar exposta ao Sol.

Especificamente, pode-se colocar que a pesquisa objetiva também a aplicação do método dos mínimos quadrados numa perspectiva de modelagem e, desse modo, propicia ao estudante um ensino da matemática significativo, permitindo-lhe caminhos para a construção do seu saber, seu saber matemático.

Propõe-se a metodologia da pesquisa bibliográfica, segundo Sampiéri; Collado; Lucio (29, 2013) em que, a partir de uma problemática de investigação se constroem respostas em fontes bibliográficas, quer sejam, conteúdos, quer sejam conceitos.

O trabalho se estrutura em quatro capítulos. No primeiro capítulo apresenta a problemática da pesquisa, abordamos alguns aspectos considerados importantes sobre os níveis de radiação, o FPS 30 e o tipo de pele, e o tempo de exposição à radiação UV do sol que uma pessoa pode permanecer, com o uso adequado do FPS 30, sem sofrer queimaduras. Discorremos sobre o emprego da modelagem matemática na educação básica, como metodologia de ensino e pesquisa, destacando a importância de introduzi-la no ambiente da sala de aula.

No segundo capítulo, intitulado modelagem matemática e a aplicação do método dos mínimos quadrados, apresentamos inicialmente sobre o que é modelagem, suas etapas, e de forma sucinta o modo como ela é abordada nos parâmetros curriculares nacionais. Discorremos ainda o método dos mínimos quadrados como instrumento de modelagem matemática, em particular sua aplicação ao ensino. Para tanto, o método é aplicado com o objetivo de obter a melhor estimativa para as variáveis em estudo.

No terceiro capítulo, apresentamos os aspectos metodológicos e procedimentos da pesquisa que dão sustentação a esta investigação, descrevendo a natureza e delineamento da pesquisa, os instrumentos de coleta de dados, a análise dos dados. Apresentam-se as pesquisas adotadas nesse estudo, a partir dos objetivos traçados, que ajudaram na investigação do problema apresentado.

No quarto capítulo serão apresentados os resultados da pesquisa. A elaboração dos modelos matemáticos sobre o tempo de exposição seguro ao sol com o FPS 30, com o

uso do método dos mínimos quadrados. Nesse capítulo foram detalhados a forma que o método dos mínimos quadrados se traduz num “ajuste de curvas”, em especial no modelo exponencial, determinando qual função aproximadora que melhor se ajusta aos pontos dados (grandezas envolvidas). Discorreremos sobre algumas considerações levantadas com o desenvolvimento da pesquisa, assim como questões que poderão futuramente ser investigadas.

A contribuição desta pesquisa para o ensino médio se apresenta em dois pontos: primeiro fornecer aos professores interessados em trabalhar com a modelagem matemática subsídios para que reflitam sobre esta prática e, que tenham nessa atividade “tempo de exposição ao sol” um norte para a construção de um conhecimento mais significativo, crítico e reflexivo. O segundo ponto, refere-se à aplicação dessa pesquisa no sentido de fornecer ao aluno condições de perceber a integração da matemática com outras áreas do conhecimento, proporcionando as condições necessárias para que ele possa desenvolver estudos que possibilitem maior capacidade de analisar, participar e agir sobre o conhecimento que está sendo construído, além de auxiliar com a mudança de hábitos, em relação ao tempo de exposição à radiação solar, de si e da comunidade em que participam. Em outras palavras este segundo ponto, refere-se à contribuição da modelagem matemática em sala de aula, na construção de conhecimentos de função exponencial e/ou outros tipos de funções, investigando seus efeitos e resultados no processo de aprendizagem, enquanto se explora o tema “tempo de exposição ao sol com o uso do FPS 30”.

1 A problemática da pesquisa

Esse primeiro capítulo é a apresentação da problemática da pesquisa que repousa sobre duas questões: a primeira é a discussão dos efeitos dos raios solares sobre a pele humana e as implicações de um bom protetor solar com máximo de tempo possível de exposição ao sol; a segunda é problematizar a importância da modelagem matemática na educação básica, particularmente, no ensino médio, destacando o lugar e a relevância desta pesquisa.

1.1 Sobre o protetor solar e as quentes temperaturas em Tocantins

Ao cursar a disciplina de Modelagem Matemática no Programa de Mestrado Profissional em Matemática fomos instigados a observar situações da vida cotidiana que nos chamasse a atenção a fim de realizar estudos na perspectiva de compreender melhor um dado problema e/ou fenômeno.

O fato de o Brasil ser um país com bastante incidência de luz solar, nos desafiamos a estudar sobre os efeitos da radiação solar sobre a pele humana.

O sol está presente na rotina de grande parte da população brasileira, por diversos motivos, seja na rotina de trabalho, em uma caminhada, no percurso da escola, na prática de esportes, dentre outros. Aqui cabe a pergunta: os brasileiros possuem o hábito de se proteger contra a ação dos raios ultravioletas?

De acordo com Vendruscolo e Ribeiro (34, 2014) 80% dos brasileiros se expõem ao sol diariamente no país, no entanto, o hábito de se proteger dos efeitos dos raios ultravioletas ainda é baixo. Além de não ter o hábito de passar o filtro solar, o brasileiro não se preocupa com outras formas de proteção, como a utilização de roupas adequadas.

Schalka (30, 2009) esclarece que, além do baixo índice de uso do protetor solar no país, os brasileiros também tendem a aplicar errado o produto. A quantidade de protetor solar aplicado pelos usuários varia de 0,39 a $1,3mg/cm^2$, muito inferior a quantidade recomendada, conforme os métodos internacionalmente aceitos. A quantidade de protetor solar a ser aplicado, decorre da observação de que a quantidade de $2mg/cm^2$ é a mínima para que se tenha eficácia quando os usuários estão expostos ao sol.

O estado do Tocantins, localizado na região Norte, é conhecido pelo forte calor que enfrenta durante todo o ano. As variações de temperatura entre o mês mais quente (setembro) e o mais frio (julho) do ano é, em média, de apenas $3^{\circ}C$. A média das máximas

em setembro é de 30°C, e a das mínimas é de 22°C, em julho, a média das temperaturas máximas atinge 33°C, enquanto a das mínimas cai para 15°C. Assim, a temperatura média anual é de 26°C, conforme Soares (31, 2012).

Palmas, a capital e maior cidade do estado do Tocantins é considerada a capital mais quente do Brasil, e com tendência a aumentar ainda mais a temperatura no futuro, devido à remoção da vegetação nativa, o aumento da população, a elevação da quantidade de veículos, das construções de prediais e revestimento asfáltico.

O estado mais novo do Brasil apresenta um alto Índice Ultravioleta (IUV), uma medida da intensidade da radiação, em que se afere energia radiante emitida pelo sol e incidente sobre a superfície da Terra, com relevantes efeitos sobre a pele humana. De acordo com o Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (16, INPE, 2012) e o Centro de Previsão de Tempo e Estudos Climáticos (CPTEC), quanto mais para o norte do Brasil, maior o IUV e quanto mais para o sul, menor será o índice a ser registrado.

Segundo Schalka (30, 2009), a radiação ultravioleta (UV) é categorizada em UVA, UVB e UVC. A diferença entre ambas se deve, principalmente, ao histórico de exposição da pessoa e a diferentes comprimentos de onda da radiação UV, uma vez que a radiação UVB é cerca de 1000 vezes mais “agressiva” do que a radiação UVA. Essa diferença faz com que a radiação UVA tenha uma contribuição de somente 15% a 20% na quantidade de energia responsável pela queimadura/ eritema ¹. Uma vez filtrada pela atmosfera à radiação UVC não atinge a superfície da Terra.

O índice ultravioleta (IUV) é um parâmetro criado para definir a intensidade da radiação a que uma pessoa está exposta, no caso a radiação do sol na faixa UVB, foram definidos 15 graus de intensidade: 0 a 2 – baixo nível de radiação; 3 a 5 – nível moderado de radiação; 6 a 7 – alto nível de radiação; 8 a 10 – nível muito alto de radiação; e 11 a 15 – nível extremo de radiação, de acordo com Kirchoff (22, 1995).

A radiação solar na superfície terrestre é medida em termos de potência por unidade de área e por unidade de comprimento de onda, em unidades $W/(m^2nm)$. A radiação UV abrange comprimentos de onda de 100 a 400nm e normalmente é subdividido em três subintervalos: UVA: entre 320 e 400nm; UVB: entre 280 e 320nm; e UVC: entre 100 e 280nm, de acordo com Andrade (1, 2007).

O nível de baixa radiação (0 a 2) não oferta perigo para a maioria da população; recomenda-se o uso de óculos de sol em dias claros e de protetor solar para pessoas com pele muito clara. O nível moderado de radiação (3 a 5), oferece pouco risco de queimadura mesmo com exposição ao sol sem proteção; recomenda-se o uso de óculos de sol e filtro

¹ Eritema é um sinal clínico presente em várias patologias é caracterizado pela presença de lesões avermelhadas na pele, pode ter carácter transitório ou permanente, e pode ser causado por uma serie de fatores externos (calor, fricção, luz solar, irritações químicas ou por picada de insetos, etc.) ou internos (reflexos vasomotores de origem digestiva, medicamentosa, nervosa, psíquica, vascular, etc.).

solar – FPS 30 ou mais, cobrir o corpo com roupas e um chapéu; procurar uma sombra ao meio-dia, quando o sol é mais intenso.

O nível alto de radiação (6 a 7) oferece risco de queimadura se há exposição ao sol sem proteção; recomenda-se o uso de óculos de sol e filtro solar FPS 30 ou mais, cobrir o corpo com roupas que protegem do sol e um chapéu de abas largas; reduzir o tempo de exposição ao sol em duas horas antes e quatro horas após o meio dia solar.

Já o nível muito alto de radiação (8 a 10) oferece altíssimo risco de queimadura quando em exposição ao sol sem proteção; recomenda-se o uso de óculos de sol escuro, filtro solar FPS 30 ou mais, camisa e chapéu. Não ficar exposto ao sol por muito tempo. O nível extremo de radiação (acima de 11) oferece risco extremo a queimaduras; a exposição ao sol sem proteção se torna extremamente perigosa. Recomenda-se tomar todas as precauções: o uso de óculos de sol e filtro solar FPS 30 ou mais; cobrir o corpo com uma camisa de manga comprida e calças; usar um chapéu muito amplo; evitar o sol de duas horas antes e quatro horas após o meio dia solar, de acordo com Rouessac (27, 2000).

O IUV atinge nível pleno das 10h às 16h, no momento em que as temperaturas alcançam o seu índice mais alto. Historicamente o pico do índice UV é registrado ao meio-dia, conforme Vilela (35, 2013). Sendo que o índice 15 equivale ao mais intenso, correspondente ao pico de verão.

Esses níveis variam de uma região para outra de acordo com a estação do ano. Os dados das condições atuais de incidência de radiação UV do CPTEC/INPE estão disponíveis para todos os municípios brasileiros e outros locais de importância econômica e/ou turística em que é monitorada a incidência da referida radiação.

Segundo Schalka (30, 2009) a exposição ponderada ao sol nas primeiras horas da manhã e nas últimas horas da tarde traz uma série de benefícios ao organismo humano, vez que estimula a pele a produzir vitamina D, essencial para a absorção de cálcio e importante para manter os ossos saudáveis e fortes. Além disso, o sol tem sua importância no ajuste do relógio biológico, aumento na sensação de bem-estar e ação positiva em relação ao bom humor. São, no entanto, sobre os efeitos nocivos do sol que se apresentam as maiores preocupações, isso porque há pesquisas que mostram uma evidente relação entre a radiação solar e o aumento de incidências de diversas doenças que são causadas ou agravadas pela excessiva exposição ao sol.

A luz solar tem efeitos profundos sobre a pele e está associada a uma variedade de doenças, causando inúmeros prejuízos ao organismo, caso a exposição ao sol seja demasiada e sem a proteção adequada, de acordo com Caldas et al (14, 2006).

Em relação aos efeitos causados pela exposição ao sol, podem ser destacados o fotoenvelhecimento cutâneo e o câncer de pele.

O fotoenvelhecimento cutâneo induzido por radiação ultravioleta é um processo biológico complexo, que ocorre em consequência de uma série de alterações bioquímicas e fisiológicas. Além de ser um problema de saúde, o fotoenvelhecimento tem também um impacto estético visual. Ribeiro (26, 2006, p.5).

Um dos efeitos mais nocivos causados pela radiação solar é o câncer de pele, o mais frequente dos tumores diagnosticados em todas as regiões geográficas brasileiras, correspondendo a 25% de todos os tumores.

Este dado torna-se ainda mais preocupante se considerarmos que existe um aumento da intensidade da radiação UV na superfície da Terra, devido à destruição da camada de ozônio, gerando uma elevação potencial da incidência do câncer de pele, conforme Teixeira (33, 2012).

A indústria farmacêutica produziu uma série de produtos para proteger a pele dos efeitos da radiação solar, trata-se de substâncias que aplicadas sobre a pele funciona como barreira contra a ação dos raios ultravioleta. A eficácia de um protetor solar é definida pela sua capacidade de proteger a pele contra a queimadura solar e reduzir o acúmulo de todos os danos provocados pela radiação ultravioleta, conforme Milese (25, 2002).

De acordo com Matos (24, 2014), para que o usuário do protetor solar tenha conhecimento da capacidade de proteção do cosmético, é necessário estar atento ao que consta nos rótulos desses produtos e alerta para o fato de que alguns dados nem sempre são corretamente interpretados. Essa proteção é identificada nos rótulos por meio da sigla FPS. O valor numérico que acompanha essa sigla indica quantas vezes mais, em relação ao tempo, o usuário com esse cosmético sobre a pele está protegido, ou seja, um protetor com FPS 10 indica que seu usuário estará 10 vezes mais protegido, em relação ao tempo, do que se estivesse sem protetor.

Tem-se aqui o modelo matemático de uma função linear $f(x) = FPS \cdot x$, sendo que FPS é o fator de proteção solar e a variável x que representa o tempo de exposição sem nenhuma proteção, característico de cada tipo de pele.

Ainda segundo Matos (24, 2014), esse tempo existe porque cada pessoa tem um tempo de proteção natural, resultante da quantidade de melanina. Apenas depois desse tempo é que começamos sofrer os danos da exposição ao sol. Então, considerando uma pessoa cujo tempo de proteção natural é 12 minutos, caso ela utilize um protetor FPS 10, ela ficará protegida durante 120 minutos (12x10). Teoricamente, somente depois desse tempo seria necessária a reaplicação do produto.

Uma vez que os valores de FPS estão relacionados ao tempo de permanência sob o sol, entende-se que quanto maior o FPS, maior será o tempo de proteção. Ocorre que o aumento no percentual de proteção não é proporcional ao número do FPS. Para facilitar o entendimento, observe os dados contidos na Tabela 1.

Tabela 1 – Capacidade de proteção de acordo com o FPS

FPS	Proteção (%)
2	50
4	75
8	87,5
15	93,3
20	95
25	96
30	96,6
40	97,5
50	98

Fonte: Matos (24, 2014, p.75)

Ao observarmos os dados, constata-se que as maiores porcentagens de proteção se dão a partir do FPS 15, que é 93,3%; enquanto que a de um FPS 30 é 96,6%; o de 50 é 98% e nenhum atinge 100% de proteção. Note que mesmo duplicando o valor do FPS (15, para 30, por exemplo), ou seja, duplicando o tempo de proteção, a capacidade de proteção não aumenta na mesma proporção (FPS 15 = 93,3 e FPS 30 = 96,6). De outro modo, ao utilizar um cosmético com FPS 15, teremos cerca de 6,7% de radiação UVB entrando na nossa epiderme, ao passo que, ao utilizar FPS 30, teremos cerca de 3,4%.

Como a diferença nos percentuais de proteção tende a ser cada vez menor à medida que aumentamos o valor do FPS, há uma tendência em generalizar, dizendo que acima de 30 são todos iguais. Logo, considera-se a porcentagem de radiação UVB que entrará na pele, mas não o tempo de duração do protetor solar sobre ela. Isto significa que o aumento do FPS não garante um aumento substancial na sua eficácia. Além do mais, ao comprar um protetor solar acima de 30, o consumidor paga um valor consideravelmente maior, mas nem por isso obtém melhores resultados.

É indispensável evidenciar que além do FPS, há outros fatores que interferem diretamente na eficácia do protetor solar, como a frequência de reaplicação do produto, a quantidade aplicada sobre a pele, a homogeneização da aplicação sobre a pele, a limpeza da pele, e ainda, se ela está seca ou não.

O tempo de exposição permissível ao sol, sem queimar, foram obtidos a partir de experimentos. Uma vez que o índice UVB, é o que requer mais atenção em relação aos três tipos de radiação solar, é dele que trataremos a seguir.

A caracterização de um determinado tipo de pele é subjetiva e muito difícil diante da miscigenação e diferentes características entre os seres humanos. Cada pessoa possui um biótipo característico, inclusive da quantidade de melanina, e cada um responde de maneira específica a um dado nível de exposição ao sol. Para esse estudo, utilizou-se a

classificação (adaptada) do tipo de pele a partir da proposta de Fitzpatrick (19, 1983), abordando a pele humana em quatro categorias básicas, em relação à cor e ao efeito de bronzeamento e/ou queimadura produzido pela radiação solar UVB.

- Tipo A: Pele muito branca, a mais sensível.
- Tipo B: Pele moreno-clara.
- Tipo C: Pele moreno-escura.
- Tipo D: Pele negra, a menos sensível.

Considerando o tipo de pele, tem-se na tabela 2, a seguir, a indicação do tempo (em minutos) de exposição solar com a pele desprotegida, que uma pessoa pode suportar sem que haja danos de queimadura (eritema), provocados pela radiação solar, sendo que sua formação depende dos tipos de pele (A, B, C, D).

Tabela 2 – Tempo médio (em minutos) de exposição segura ao sol (UVB)

Índice UVB	0-2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Pele Tipo A	30	20	15	12	10	8,5	7,5	7	6	5,5	5	4,5	4	3,5
Pele Tipo B	60	47	32	25	22	19	17	15	14	13	12	11	10	9
Pele Tipo C	90	70	50	40	35	30	26	24	22	20	19	18	17	15
Pele Tipo D	120	90	75	60	50	40	35	33	30	27	25	23	21	20

Fonte: Laboratório de Ozônio do INPE (16, 2012).

A partir da proteção natural que cada tipo de pele possui, é possível orientar as pessoas em relação ao tempo aconselhável de permanência em exposição ao sol. Uma pessoa de pele negra é menos sensível que uma pessoa de pele clara, o que lhe permite ficar mais tempo exposto ao sol, antes de começar a sofrer os efeitos nocivos decorrentes de uma exposição excessiva. Somente depois desse tempo é que começamos sofrer os danos da exposição ao sol.

Embora haja diversos valores numéricos de FPS, nesse estudo, tomou-se como referência o FPS 30, tal opção se deu em função de que segundo o Food and Drug Administration (FDA), (30, apud Schalka, 2009), órgão americano que fiscaliza alimentos e medicamentos, quando aplicado corretamente, o protetor oferece quase 97% de proteção. O tempo de bloqueio ao Sol oferecido por esse produto já seria mais do que suficiente, mesmo porque os FPS acima de 30, a proteção é irrisória sem mencionar que nunca alcançará 100%.

1.2 Emprego da modelagem matemática na educação básica

A educação básica tem sido foco de diversas discussões importantes, em particular, na busca de atender os desafios postos pela sociedade contemporânea, justamente por que o ensino não tem acompanhado o processo de desenvolvimento de uma sociedade tecnológica e globalizada, como a que vivemos hoje. Por isso, já algum tempo, há diversas pesquisas que investigam os métodos de ensino-aprendizagem, que em sua maioria buscam apresentar demandas que venham a contribuir para uma educação de qualidade.

No caso específico do ensino da matemática, as discussões se voltam por essa disciplina na maioria das vezes, ser abordada de forma quase mecânica voltada basicamente para a memorização, com o ensino dessintonizado com a época em que vivemos caracterizadas pelos ambientes tecnológicos, pela velocidade da informação e das facilidades que ela traz. Contudo, é consenso que o conhecimento matemático é um dos pilares na formação do cidadão, apresenta papel fundamental na sociedade.

A Lei Federal 9394/96, ao fixar as Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN), explicita que a educação escolar “deverá vincular-se ao mundo do trabalho e a prática social” e que a educação tem por finalidade o pleno desenvolvimento do educando, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho”, em Brasil (8, 1996). Um ambiente escolar que atenda a função social busca um ensino da matemática que assegurem a participação dos educandos como os principais participantes do processo, uma vez que podem recriar a aprendizagem mecânica em aprendizagem significativa, atendendo o pressuposto acima.

Muito se discute sobre o ensino da matemática e sua importância fora da sala de aula. Diante disso, diversas áreas tem se dedicado a propor alternativas para que o ensino-aprendizagem de matemática seja mais efetiva e de melhor qualidade, e na busca de melhoria desse paradigma a modelagem matemática é posta como uma alternativa pedagógica que coloca os alunos por meio da problematização, possibilitando a discussão de questões do dia-a-dia, com o auxílio também da matemática.

Bassanezi (5, 2011), em seu livro *Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática*, aborda que: “A modelagem matemática, como processo de ensino-aprendizagem, surgiu entre nós mais por necessidade do que por acaso. ... A criação de problemas novos era muitas vezes, mais interessante e atraente que sua própria resolução”. Da mesma forma, D’Ambrosio (17, 1986) afirma que “a criação de modelos matemáticos vem ao encontro da necessidade de que se desenvolva uma técnica de acesso ao conhecimento mais dinâmica, mais realista e menos formal, mesmo no ensino tradicional, permitindo atingir objetivos mais adequados a nossa realidade”.

Dessa forma, a modelagem matemática permite uma aprendizagem diferenciada e neste trabalho, trazemos uma proposta de intervenção pedagógica que foi elaborada a fim

de mostrar que a “modelagem matemática” é uma estratégia de ensino e aprendizagem utilizada como uma forma de quebrar a forte dicotomia existente entre a matemática escolar formal e a matemática da vida real. Com isso, o ensino da matemática deve assumir um compromisso com o educando e ao mesmo tempo com a sociedade.

Na educação básica a modelagem matemática quando desenvolvida pode favorecer a construção do conhecimento matemático sendo um potencializador para uma aprendizagem significativa, uma vez que a partir de um fato real, possa se criar, por meio da coleta, organização dos dados e análise, uma expressão em linguagem matemática que possa servir de parâmetro para descrição e compreensão da realidade pelo modelo criado. Neste sentido, uma atividade de modelagem faz-se importante, pois tem o objetivo de além do aprendizado de conteúdos matemáticos, colaborar com a formação de pessoas capazes de evidenciar o papel da matemática e intervir na sociedade em que vivem.

Nesse contexto, esta proposta metodológica tem como objetivo possibilitar ao aluno adquirir conhecimento matemático através da pesquisa, investigação e da construção de modelos matemáticos, com o compromisso de promover a aproximação e a interação dos fatos da realidade com o conteúdo curricular, no caso abordado, sobre função exponencial.

A modelagem matemática na educação básica é mais do que uma alternativa de ensino, pode ser considerada uma forma de envolver os alunos com situações que vão além da sala de aula, dinamizando a compreensão da matemática contribuindo para a formação do hábito de investigação. No ensino médio, em que sua principal característica é de completar a educação básica ao invés de preparar para o ensino superior, em Brasil (8, 1996), há maior facilidade na formação desse hábito de investigação, base para a modelagem matemática, pois os alunos que ingressam no ensino médio já trazem consigo uma bagagem adquirida nas etapas anteriores e esses conhecimentos devem ser ampliados, sendo capazes de elaborar propostas, permitindo sua utilização em situações sociais.

Mas o essencial seria, que a modelagem matemática seja implementada logo nos primeiros anos de escolaridade dos alunos, aguçando o espírito da pesquisa. O que se deve levar em consideração, é que as potencialidades do uso da modelagem não se limitam a desenvolver competências estritamente matemáticas, e sim favorecer a riqueza da reflexão pelos alunos sobre diversos temas que serão abordados, até a conclusão do modelo.

Segundo Bassanezi (4, 2004),

Modelagem Matemática é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual. (4, 2004, p.24).

Ao sugerir uma proposta de modelagem matemática neste trabalho, não é finali-

dade prescrever uma receita, de apresentar a modelagem como uma única direção a ser seguida. O que se pretende é exemplificar uma situação entre o tempo de exposição ao sol, o uso do protetor solar e a modelagem matemática, buscando enfatizar que o conhecimento matemático pode ser apresentado abordando uma riqueza de conhecimentos, relacionando o aprendizado da matemática através da análise de situações que além da sala de aula tragam contribuições para a realidade dos educandos, com base na participação ativa e direta, capaz de contribuir na construção do conhecimento e na sociedade em que vive.

Na qualidade de professora de matemática da Rede Pública Municipal da Cidade de Gurupi do Estado do Tocantins, desde 2010, realizei várias observações referentes a prática escolar da educação básica, e a partir da experiência com a educação matemática no ensino fundamental e no ensino médio ao longo da minha carreira profissional, percebi, pelo menos, em minha prática educacional e também dos muitos profissionais professores de matemática que tive oportunidade de trabalhar, que o ensino da matemática nas escolas que já trabalhei, na maioria das vezes tem ocorrido de maneira desvinculada da realidade. Em minha análise, deixando bem claro que me incluo nesse coletivo, nós professores estamos “acostumados” com o ensino tradicional e nos opomos a buscar novas metodologias e à possibilidade de mudar nossas práticas, e as maiores dificuldades que são expostas é a inflexibilidade no programa curricular, pois é necessário “cumprir” o programa, e a falta de tempo.

Ao cursar o Mestrado Profissional em Matemática, surgiu o interesse em estudar sobre modelagem matemática e as formas de melhorar o ensino da matemática foram se intensificando e através de diversas leituras, verifiquei que a modelagem matemática deve ser vista como um auxílio no ensino e não gerar um trabalho a mais. Dessa forma, o professor deve buscar trabalhar a modelagem matemática em consonância com o currículo estudado, e não ser algo desvinculado do programa, não sendo necessário interromper sua sequência de ensino para fazer à parte uma atividade de modelagem matemática. No entanto, a adoção de novas estratégias de ensino-aprendizagem sempre tende a produzir apreensão, muitas vezes enfrentado a resistência dos professores em adotar essa prática.

A atividade de modelagem que será proposta neste trabalho poderá ser abordada no primeiro ano do ensino médio, no estudo de funções. O objetivo é fazer com que os alunos possam pesquisar sobre o tempo de exposição ao sol, e o uso do protetor solar e através da investigação ampliar seus conhecimentos acerca do tema em questão, podendo contribuir com o meio social onde está inserido. Pois, através desse estudo busca-se além do modelo matemático a ser construído, a participação em ações educativas, mudanças de hábitos e estimulando o autocuidado, promovendo a proteção à saúde e a prevenção de doenças.

Contudo, a modelagem matemática deve ser vista como uma estratégia de ensino-

aprendizagem e seguir etapas aonde o conteúdo matemático vai sendo, no decorrer do processo, sistematizado e aplicado, onde o objetivo principal não é de se chegar a um modelo. Dessa forma, durante o estudo de funções no primeiro ano do ensino médio, o professor poderá propor que os alunos façam a investigação sobre o tempo de exposição solar e as formas de proteção, acredita-se que os alunos devem ser separados em grupos e após a investigação da pesquisa, e coleta dos dados (variáveis), os educandos deverão ser orientados a confeccionar o gráfico (diagrama de dispersão) referente as variáveis em pauta e buscar através da observação do gráfico, a qual “função” poderia ser utilizada para representar os dados coletados. Com certeza, surgirão diversos tipos de análise em relação às variáveis coletadas, lembrando que esse estudo ainda aborda a questão do uso do protetor solar, em que se o professor que estiver trabalhando o tema não fizer referencia ao FPS, cada grupo poderá decidir com qual FPS poderá trabalhar ou apenas chegar ao modelo que mostre o tempo de exposição segura ao sol, não utilizando nenhuma proteção.

Dessa forma, ressaltamos que essa é somente uma proposta que poderá ser aplicada em qualquer âmbito do ensino médio, preferencialmente no primeiro ano onde é abordado o conteúdo de funções. Aqui, chegamos que o modelo se assemelha a uma função exponencial, mas com certeza ao aplicar essa proposta, serão encontradas pelos alunos diversos tipos de “funções”, em que na socialização da atividade, caberá ao professor fazer a análise do modelo que melhor se aproxime dos dados/variáveis em questão.

Nesse estudo, será utilizado o método dos mínimos quadrados para se chegar ao modelo pretendido, mas cabe ao professor decidir qual será a metodologia a ser adotada para que os alunos confeccionar o modelo. Atualmente, a maioria das calculadoras científicas já tem o programa de ajustes de curvas. O *software Excel* é um excelente programa e também muito simples de ser utilizado, pois as tecnologias contribuem em vários aspectos para o trabalho com a modelagem, desde a coleta de dados, organização e tabulação desses dados, além de fazer simulações, traçar gráficos e prever tendências. Dessa forma, diante de todo o avanço tecnológico é primordial se repensar qual o objetivo da criação dos modelos, pois a matemática não mais deve ser estudada de maneira mecânica, já que o que está em pauta é a análise dos resultados e não a aplicação de procedimentos padrões.

O professor Bassanezi (5, 2011) termina seu livro: *Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática*, deixando bem claro que “não existem modelos definitivos. A modelagem é um processo. Um modelo de um fenômeno real sempre pode ser melhorado” e ressalta ainda que “ A modelagem é eficiente a partir do momento que conscientizamos que estamos sempre trabalhando com aproximações da realidade, ou seja, que estamos elaborando representações de situações da realidade ou parte dela. . . . Um bom modelo é aquele que propicia a formulação de novos modelos”.

Então, o que se pretende com essa proposta metodológica é deixar claro que com a modelagem matemática temos a possibilidade de inserir no ensino da matemática ele-

mentos do cotidiano do aluno, levando os participantes do processo a relacionarem os conteúdos matemáticos estudados e suas várias representações que podem ser utilizadas, desenvolvendo no aluno a criatividade e autonomia para elaborar estratégias para alcançar a solução de um problema.

Biembengut e Hein (6, 2003, p. 18 e 19) afirma que também são objetivos da modelagem matemática:

- Aproximar uma outra área do conhecimento da matemática;
- Enfatizar a importância da matemática para a formação do aluno;
- Despertar o interesse pela matemática ante a aplicabilidade;
- Melhorar a apreensão dos conceitos matemáticos;
- Desenvolver a habilidade para resolver problemas;
- Estimular a criatividade.

Biembengut (7, 2009, p. 21) em seu artigo 30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais, aborda que “as ações de pesquisas, extensão e ensino mostram que a modelagem matemática tem ganhado a cada dia mais adeptos e defensores em níveis oficiais de educação, em quase todos os estados brasileiros devido à possibilidade de promover aos jovens, desse milênio em particular, melhores conhecimentos e habilidades em utilizá-los”.

Conseqüentemente, com a crescente disseminação da modelagem matemática, o que buscamos com essa proposta metodológica é apenas mostrar uma atividade que possa ser implantada em sala de aula, e que a partir desta, possam surgir outras e abrir caminhos para descobertas significativas. Dessa maneira, “o desafio do professor que toma o caminho da modelagem como método de ensino é ajudar o aluno a compreender, construindo relações matemáticas significativas, em cada etapa do processo”, conforme Bassanezi (3, 2002).

Ao sugerirmos a aplicação dessa atividade sobre o tempo de exposição ao sol, busca-se criar oportunidades, através da troca de ideias, na qual educadores e educandos têm a oportunidade de interagir e opinar sobre os rumos da atividade que será realizada, exemplificando situações e construindo teorizações, de forma a apresentar a modelagem em toda sua riqueza, para que cada professor possa vir a praticá-la a partir de seus objetivos didáticos e mediante suas percepções educacionais.

2 Modelagem matemática e a aplicação do método dos mínimos quadrados

Esse capítulo tem por finalidade apresentar a modelagem matemática como uma importante alternativa de ensino significativo de matemática. Bem como, apresentaremos a metodologia adotada para construir as expressões matemáticas que retrate dos dados em estudo, o método dos mínimos quadrados, como forma de aproximação de funções.

2.1 Modelagem

A definição de modelagem segundo o Dicionário da língua portuguesa é: “Que serve de modelo; exemplar. Representar mediante modelo. Fazer molde ou modelo de. Dar forma a. Conformar (-se); Moldar (-se)”. A concepção de modelagem nos remete a atividade de um profissional que usa técnica e criatividade para criar seu modelo, seja na elaboração de um vestuário, na criação de modelos computacionais ou na arte de criar uma escultura. Segundo Granger (1969):

O modelo é uma imagem que se forma na mente, no momento em que o espírito racional busca compreender e expressar de forma intuitiva uma sensação, procurando relacioná-la com algo já conhecido, efetuando deduções. (6, Apud Biembengut, 2003, p. 11).

Baseado nessa ideia a noção de modelo está presente em diversas áreas. Se imaginarmos os modelos como objetos, confeccionado de algum material, com o objetivo de moldar ou de oferecer uma representação concreta de certo evento ou mecanismo, poderemos afirmar que modelar um fenômeno vem da necessidade de representar o conhecimento por meio de possíveis respostas para os problemas existentes e que também possam ser úteis em situações futuras.

Bassanezi (4, 2004) ressalta que se cria o modelo quando se procura refletir sobre uma porção da realidade, na tentativa de explicar, de entender ou de agir sobre essa realidade. Dentro desta ótica, entendemos por modelo a constituição de uma estrutura que foi elaborada, aprimorada e expressa de maneira clara e objetiva, que possamos relacioná-las com o mundo ao nosso redor, através de explicações, manipulações, formulações e conclusões.

Muitas situações diárias requerem soluções, e a modelagem, arte de modelar, é um dos conceitos-chave em todos os campos de conhecimento e permite que sejam criadas formas para interpretar a realidade.

São gradativas as tentativas de encontrar soluções para as questões de ensino-aprendizagem nos diferentes níveis de ensino. Acredita-se, que o grande desafio hoje, é fazer o educando compreender seu papel na sociedade, é imprescindível proporcionar aos educandos a capacidade de entender as mudanças, identificando problemas e apontando alternativas educacionais, sendo este sujeito atuante na construção do conhecimento, sobretudo, tendo o pleno desenvolvimento do ser humano enquanto cidadão.

Diante disso, a preocupação em relacionar o dia-a-dia do educando com os conteúdos propostos torna-se cada vez mais necessário. Nessa vertente, a modelagem torna-se elemento fundamental, pois busca métodos específicos de investigação proporcionando ao educando ou ao criador/pesquisador a oportunidade de experimentar, testar sua capacidade de organização, analisar situações e tomar decisões, atuando com um papel integrador junto as demais ciências, possibilitando novas vivências sistematizada de conhecimentos críticos e práticos.

Modelagem enquanto método de ensino contribui na compreensão de diversos conceitos, desenvolve habilidades de pesquisa e experimentação. A contribuição da modelagem se dá na oportunidade em utilizar diversas habilidades e estratégias no levantamento de problemas reais, viabiliza a interdisciplinaridade em conexão com o currículo escolar, proporcionando um melhor entendimento ao conteúdo estudado, favorecendo uma aprendizagem significativa. De acordo com D'Ambrosio (17, 1986) “Modelagem é um processo muito rico de encarar situações e culmina com a solução efetiva do problema real e não com a simples resolução formal de um problema artificial.”

Atualmente a modelagem matemática é tema de muitas pesquisas, os modelos matemáticos são formas de estudar e formalizar fenômenos do cotidiano e são utilizados como estratégia de ensino-aprendizagem de matemática, que levam ao aluno a construir o seu próprio conhecimento estabelecendo relações entre o dia-a-dia e o mundo matemático possibilitando a autonomia e independência.

Em geral, os modelos matemáticos são formulados de acordo com a interpretação das propriedades de um fenômeno envolvido. A modelagem matemática tem por finalidade matematizar uma situação/problema, no intuito de fazer previsões, reproduzindo informações já existentes e estimando dados ainda não obtidos.

Modelagem Matemática é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual (5, Bassanezi, 2011, p. 24).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM) apontam competências e habilidades a serem desenvolvidas na matemática, visando questões que geram

reflexões e uma atuação construtiva e cooperativa no meio em que se vive abordando os seguintes aspectos:

“identificar o problema; procurar, seleccionar e interpretar informações relativas ao problema; formular hipóteses e prever resultados; seleccionar estratégias de resolução de problemas; fazer e validar conjecturas, experimentando, recorrendo a modelos, esboços, fatos conhecidos, relações e propriedades” (10, Brasil, 2000, p. 46).

Em várias passagens das orientações curriculares para o ensino médio, a resolução de problemas é citada como prática a ser desenvolvida nas nossas escolas, destacando a modelagem matemática como um caminho para se trabalhar matemática e a descreve como a “habilidade de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real” (12, Brasil, 2006, p. 84).

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), o aluno terá que agregar uma variedade de procedimentos no processo de fazer modelagem, a saber:

“seleccionar variáveis que serão relevantes para o modelo a construir; problematizar, ou seja, formular o problema teórico na linguagem do campo matemático envolvido; formular hipóteses explicativas do fenómeno em causa; recorrer ao conhecimento matemático acumulado para a resolução do problema formulado, o que, muitas vezes, requer um trabalho de simplificação quando o modelo originalmente pensado é matematicamente muito complexo; validar, isto é, confrontar as conclusões teóricas com os dados empíricos existentes; e eventualmente ainda, quando surge a necessidade, modificar o modelo para que esse melhor corresponda a situação real” (12, Brasil, 2006, p. 85).

Nesse cenário, é importante mencionar a contribuição de Biembengut e Hein (6, 2003), evidenciando que a interação que permite transformar uma situação real em um modelo matemático pertinente deve seguir três etapas básicas, sendo cada etapa subdividida em duas subetapas:

1ª etapa: “Interação com o assunto”

- Reconhecimento da situação-problema;
- Familiarização com o assunto a ser modelado.

2ª etapa: “Matematização”

- Formalização do problema;
- Resolução do problema em termos do modelo.

3ª etapa: “Modelo Matemático”

- Interpretação da solução;
- Validação do modelo.

Na primeira etapa, deve ser realizada uma pesquisa sobre o assunto escolhido, permitindo certa sintetização do assunto a ser descrito em forma de modelo. Já a segunda etapa faz-se a organização das informações obtidas em tabelas, possibilitando assim uma análise mais precisa dos dados. Segundo Biembengut e Hein o objetivo principal desta etapa do processo de modelar é chegar a um conjunto de expressões aritméticas, fórmulas, equações algébricas, gráficos, representações ou programa computacional que leve a solução ou permita a dedução de solução (6, Biembengut e Hein, 2003, p. 14). Por fim, na última etapa, ao traduzir a situação-problema estudada para a linguagem matemática, é necessário uma conferência para verificar se o modelo está em conformidade ou se aproxima da situação-problema estudada, verificando o grau de expressividade da solução. Se o modelo/solução não for adequado, deve-se ser retomado na segunda etapa, ajustando-se as expressões, variáveis, e o que se fizer necessário, permitindo melhor desempenho na solução a ser apresentada.

Em relação à pesquisa, entre o tempo de exposição segura ao sol com o uso correto de FPS 30 e os índices de radiação UVB associado a cada tipo característico de pele abordado, observam-se uma série de ideias/conceitos matemáticos. Dessa forma, sendo possível utilizar a modelagem matemática como uma ferramenta para compreender os conceitos matemáticos e para entender melhor as implicações da ação dos raios ultravioletas quando uma pessoa fica em exposição solar, por exemplo. De acordo com D'Ambrosio (18, 2002), Trata-se de considerar as ideias matemáticas como pressupostos mais amplos do que o simples fato de contar, ordenar, medir e classificar que se fazem presente na realidade em que os sujeitos estão inseridos.

Inicialmente realizou-se uma pesquisa sobre o assunto e percebeu-se que o tempo de exposição segura ao sol que uma pessoa pode permanecer sem sofrer danos/queimaduras a pele, varia em relação a cada tipo de pele e também aos níveis de radiação solar no momento da exposição. Logo, no avanço da pesquisa constatou-se a relação entre o FPS associado ao tempo de exposição ao sol. Portanto, nos propomos a verificar a relação entre as variáveis: tempo de exposição ao sol para cada tipo de pele sem sofrer danos utilizando FPS 30 e níveis de radiação ultravioleta do tipo UVB.

Portanto, a partir da identificação do problema “tempo de exposição ao sol com uso do FPS” e suas variáveis, que foram extraídas do site do Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE). A tarefa básica é transformar a linguagem usual para uma linguagem matemática adequada, identificando quais operações ou algoritmos são apropriados para resolver o problema.

Contudo, com a riqueza da pesquisa e a gama de conhecimento adquirido, é visto que o objetivo principal não é de se chegar somente a um modelo, mas atrelar o estudo da matemática em situações problema que possibilitem a participação ativa na construção do conhecimento matemático, seguindo etapas aonde o conteúdo matemático vai sendo, no decorrer do processo, organizado e aplicado.

Nesse sentido, é possível fazer uma abordagem desse tema, utilizando conceitos de modelagem matemática vinculada ao conceito de funções exponenciais. Neste caso, o papel da matemática torna-se um instrumento de leitura crítica de situações cotidianas.

Aprender matemática de uma forma contextualizada, integrada e relacionada a outros conhecimentos traz em si o desenvolvimento de competências e habilidades que são essencialmente formadoras, à medida que instrumentalizam e estruturam o pensamento do aluno, capacitando-o para compreender e interpretar situações, se apropriar de linguagens específicas, argumentar, analisar e avaliar, tirar conclusões próprias, tomar decisões, generalizar e para muitas outras ações necessárias à sua formação. (11, Brasil, 2002, p. 111).

Fazendo uso da modelagem é possível criar um ambiente de aprendizagem muito favorável ao ensino de conceitos matemáticos e para a formação de cidadãos conscientes, capazes de interagir ativamente com o meio.

No presente estudo, a modelagem permitiu que identificássemos as variáveis a serem consideradas. Em relação tempo de exposição segura ao sol utilizando FPS 30 e UVB, observamos relações entre quantidades, as quais permitem, por exemplo, fazer estimativas e mesmo encontrar valores exatos. O interessante é que essa pesquisa remete a discussão que é possível abordar conteúdos matemáticos fazendo uso de temas significativos e de interesse social, presentes no contexto cotidiano e interdisciplinar.

Entretanto, o objetivo desse estudo é aliar prática e teoria no contexto de educação básica (ensino médio), portanto os tópicos abordados se restringem ao estudo do método dos mínimos quadrados a fim de determinar um modelo para o “tempo de exposição ao sol com uso do FPS 30”, ou seja, apresenta condições favoráveis que possibilitem aos alunos melhor compreensão dos conteúdos matemáticos que lhes são propostos, e também que percebam a importância nos conteúdos, uma vez que as atividades propostas referem-se à realidade em que estão inseridos, motivando-os à procura do entendimento da existência que os cerca.

2.2 O método dos mínimos quadrados

Dentre os objetivos destacados, a modelagem matemática tem por finalidade proporcionar ao aluno a capacidade de detectar características de um fenômeno em estudo,

estabelecendo ideias e buscando ferramentas que auxiliam na compreensão e interpretação do conhecimento das outras ciências.

Segundo Claudio (15, 1989, p. 231) “a aproximação por mínimos quadrados ocorre numa variedade de aplicações sob diferentes nomes: otimização linear, análise de regressão, suavização de dados, ajuste de curvas”. Nesse trabalho essa estimação dos parâmetros será tratada como método dos mínimos quadrados.

O método dos mínimos quadrados não é, em geral, apresentado no ensino médio, pois demandaria o uso de derivada parcial, que é, normalmente, um assunto destinado ao curso superior. Neste sentido, Barbosa (2, 2006) sugere que para o ensino médio o método de mínimos quadrados seja substituído pelo ajuste visual de uma reta aos pontos experimentais o que possibilita a determinação dos parâmetros desta reta. Tal modelo permitiria apresentar o método de mínimos quadrados no ensino médio. É o que trataremos nessa seção.

Em diversos ramos da ciência é comum tentar descobrir se existe uma relação matemática entre duas ou mais grandezas. O método dos mínimos quadrados é um processo que procura determinar a equação matemática mais adequada para definir a relação entre duas variáveis. Para estabelecer uma equação que representa um fenômeno em estudo pode-se fazer um gráfico (diagrama de dispersão), para verificar como se comportam os valores da variável dependente (y) em função da variação da variável independente (x).

Entretanto os dados em estudo dificilmente atendem a uma única função. O comportamento da variável dependente (y) em relação a variável independente (x), pode-se apresentar de diversas maneiras: linear, quadrático, cúbico, exponencial, logarítmico, hiperbólico, geométrico, entre outros. Para se estabelecer o modelo para explicar o fenômeno em estudo, deve-se verificar qual tipo de curva os dados dispostos num gráfico (diagrama de dispersão) mais se aproxima.

No entanto, pode-se verificar que os pontos do gráfico na maioria das vezes, não se ajustam perfeitamente à curva do modelo matemático proposto. Isso acontece, devido ao fenômeno que está em estudo está sujeito a influências que acontecem ao acaso. Assim, o objetivo do método dos mínimos quadrados é obter um modelo matemático que melhor se ajuste aos valores observados da variável dependente (y) em função da variação dos níveis da variável independente (x).

Para Bassanezi (5, 2011, p. 56):

Em termos de modelagem matemática de fenômenos caracterizados por um processo dinâmico, a formulação do modelo pode muitas vezes preceder à análise dos dados experimentais. Nestes casos, o método de ajuste de curvas é fundamental para a validação dos modelos estabelecidos a priori. [...]

Em geral, o modelo depende de parâmetros e sua validação exige a es-

timação destes parâmetros, de modo que a curva (solução do modelo) ajustada represente, o mais próximo possível, o fenômeno estudado.

De acordo com Souza (32, 2003) conhecendo-se uma tabela de pontos $(x_i; y_i)$, deseja-se obter uma expressão analítica de uma dada curva $y = f(x)$ que melhor se ajuste a este conjunto de pontos, o problema consiste em determinar os valores mais apropriados dos parâmetros da expressão. No caso em estudo, sabe-se que o tempo de exposição segura ao sol utilizando FPS 30, varia de acordo com os níveis de radiação ultravioleta (UVB) para cada tipo de pele abordado. Desse modo, o interesse é analisar a relação existente entre as variáveis citadas. Para isso, será disposto os dados (variáveis) em estudo em uma tabela e no sistema cartesiano, visualizando o fenômeno (formação da curva), possibilitando estimar a relação matemática entre as variáveis que estão sendo medidas.

O Método utilizado nesse estudo para o desenvolvimento do modelo matemático da atividade proposta de aula para o ensino médio é “um dos métodos mais usados na estimação de parâmetros ou ajuste curvas” (5, Bassanezi, 2011). Os passos a seguir da descrição do método dos mínimos quadrados, foram retirados do livro: Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática de Bassanezi (5, 2011, p. 57-63).

Considere um conjunto de n dados observados $\{\bar{x}_i; \bar{y}_i\}$, $i = 1, 2, 3, \dots, n$ e uma função $y(x) = f(x; a_1, a_2, \dots, a_k)$, onde a_j ($j = 1, 2, 3, \dots, k$) são os parâmetros – o método dos mínimos quadrados consiste em determinar estes parâmetros de modo que “minimize” o valor de:

$$S = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n [f(\bar{x}_i, a_1, \dots, a_k) - \bar{y}_i]^2$$

Isto é, devemos minimizar a soma dos quadrados dos desvios entre os valores \bar{y}_i observados e os valores $y_i = f(\bar{x}_i, a_1, \dots, a_k)$ ajustados.

Começaremos pela fundamentação teórica de um ajuste linear; em seguida trataremos do ajuste exponencial que é objeto desse estudo.

Um ajuste é linear se for da forma:

$$y(x) = f(x; a, b) = ax + b \quad (\text{equação de uma reta}) \quad (2.1)$$

Neste caso, devemos encontrar os valores dos parâmetros e que tornam mínimo o valor da soma dos quadrados dos desvios:

$$S = S(b, a) = \sum_{i=1}^n (b + a\bar{x}_i - \bar{y}_i)^2 \quad (2.2)$$

Tais valores devem satisfazer, necessariamente, as condições:

$$\begin{cases} \frac{\partial S}{\partial b} = 0 \Leftrightarrow \sum_{i=1}^n 2(b + a\bar{x}_i - \bar{y}_i) = 0 \\ \frac{\partial S}{\partial a} = 0 \Leftrightarrow \sum_{i=1}^n 2\bar{x}_i(b + a\bar{x}_i - \bar{y}_i) = 0 \end{cases} \quad (2.3)$$

Ou seja,

$$\begin{cases} a = \frac{n \sum \bar{x}_i \bar{y}_i - \sum \bar{x}_i \sum \bar{y}_i}{n \sum \bar{x}_i^2 - (\sum \bar{x}_i)^2} = \frac{\sum \bar{x}_i \bar{y}_i - n\bar{x} \cdot \bar{y}}{\sum \bar{x}_i^2 - n\bar{x}^2} \\ b = \frac{\sum \bar{x}_i^2 \sum \bar{y}_i - \sum \bar{x}_i \sum \bar{x}_i \bar{y}_i}{n \sum \bar{x}_i^2 - (\sum \bar{x}_i)^2} \Leftrightarrow b = \frac{\sum \bar{y}_i}{n} - a \frac{\sum \bar{x}_i}{n} = \bar{y} - a\bar{x} \end{cases} \quad (2.4)$$

onde \bar{x} (respectivamente \bar{y}) é a média dos valores \bar{x}_i (respectivamente \bar{y}_i).

Para modelos dados por outras funções (não lineares), o método do ajuste linear é ainda aplicável se conseguirmos escrever estas funções na forma:

$$f(x) = \alpha\tau + \beta$$

com α e $\beta \in \mathfrak{R}$, mediante mudança de variável $\tau = g(y)$. No caso é bom considerar as funções típicas: quadrática, exponencial, logarítmico, hiperbólico, geométrico, entre outras.

O ajuste linear do modelo exponencial, no caso da proposta deste trabalho, geralmente emprega uma função do tipo:

$$y(x) = be^{ax}, \quad b > 0 \quad (2.5)$$

Se consideramos a mudança de variável, utilizando as propriedades dos logaritmos, teremos:

$$z = \ln y = ax + \ln b \quad (2.6)$$

Se $a > 0$, exponencial será crescente e se $a < 0$, decrescente.

A equação (2.5) poderá ser reescrita como:

$$z = \alpha x + \beta \quad (2.7)$$

Sendo $z = \ln y$, $\alpha = a$ e $\beta = \ln b$.

Ao plotarmos o gráfico com os dados da Tabela 3 "Tempo médio (horas) de exposição segura ao sol em relação ao índice UVB, utilizando FPS 30" para cada tipo de pele

em estudo, observamos que temos uma função que se aproxima do modelo exponencial para o ajuste dos dados, de modo que precisa-se linearizá-la antes de aplicar o método dos mínimos quadrados.

A linearização consiste em transformar-se a equação linear numa equação equivalente à equação exponencial, seu cálculo será facilitado com a mudança de variável $z_i = \ln y_i$, utilizando a equação (2.4), temos:

Com

$$\alpha = \frac{\sum \bar{x}_i \bar{z}_i - \frac{\sum \bar{x}_i \sum \bar{z}_i}{n}}{\sum (\bar{x}_i)^2 - \frac{(\sum \bar{x}_i)^2}{n}} \quad (2.8)$$

e

$$\beta = \frac{\sum \bar{z}_i}{n} - \alpha \frac{\sum \bar{x}_i}{n} \quad (2.9)$$

Observe que a equação (2.7) é idêntica à equação (2.1), exceto pelo fato de que a variável é calculada pelo logaritmo de base natural da variável original. Aplicando-se as transformações (2.6) e (2.7), obtêm-se as constantes de ajuste exponencial e empregando as equações (2.8) e (2.9) do método dos mínimos quadrados para a função linear.

Quando fazemos um ajuste para relacionar duas variáveis não sabemos se a reta/curva encontrada é de fato o melhor modelo de ajuste. A verificação da existência e do grau de relação entre variáveis é objeto de estudo da *correlação*.

A correlação linear mede a relação existente entre as variáveis \bar{x}_i e \bar{y}_i , dados em torno de uma reta ajustada $y = ax + b$.

Para os casos da correlação linear, utiliza-se o *Coefficiente da correlação de Pearson* r , dado por:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{x}_i \bar{y}_i - \frac{\left(\sum_{i=1}^n \bar{x}_i\right) \left(\sum_{i=1}^n \bar{y}_i\right)}{n}}{\left\{ \left[\sum_{i=1}^n \bar{x}_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n \bar{x}_i\right)^2}{n} \right] \left[\sum_{i=1}^n \bar{y}_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n \bar{y}_i\right)^2}{n} \right] \right\}^{1/2}} \quad (2.10)$$

o intervalo de variação é entre -1 e +1, isto é,

$$-1 \leq r \leq 1$$

A correlação será tanto mais forte quanto mais próximo r estiver de ± 1 será tanto mais fraca quanto mais próximo estiver de zero. Se $r = \pm 1$, então a correlação entre as

variáveis é perfeita. Se $r = 0$ então não existe nenhuma correlação. O sinal de r indica o coeficiente angular da reta ajustada.

Para validar o modelo exponencial a ser descrito no capítulo 4, deve-se fazer ajuste linear do modelo exponencial, sendo $z = lny = ax + lnb$. Como visto anteriormente, fazendo a mudança de variável $z_i = lny_i$, substituída na formula do *Coefficiente de Correlação de Pearson*, temos:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{x}_i \bar{z}_i - \frac{\left(\sum_{i=1}^n \bar{x}_i\right) \left(\sum_{i=1}^n \bar{z}_i\right)}{n}}{\left\{ \left[\sum_{i=1}^n \bar{x}_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n \bar{x}_i\right)^2}{n} \right] \left[\sum_{i=1}^n \bar{z}_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n \bar{z}_i\right)^2}{n} \right] \right\}^{1/2}} \quad (2.11)$$

Deve-se ressaltar, que o estudo do comportamento das variáveis poderá revelar a existência de uma correlação positiva ou negativa. Se o valor encontrado para a correlação for positivo significa que uma variável se move no mesmo sentido da outra, não necessariamente, porém, na mesma proporção. Já se o valor da correlação for negativo significa que uma variável se move em sentido contrário da outra, e da mesma forma que a correlação positiva, não necessariamente, porém, na mesma proporção.

É importante ressaltar que o método dos mínimos quadrados pode ser aplicado em várias situações de ensino-aprendizagem, este método é utilizado para aproximar dados obtidos experimentalmente por uma função linear ou não linear, pois apresenta uma forma de ajustar dados obtidos experimentalmente de forma que o erro seja mínimo.

Em casos, em que o ajuste linear não pode ser considerado. Ruggiero (28, 1996) cita que para se aplicar o método dos mínimos quadrados, é necessário que se efetue uma linearização do problema através de alguma transformação conveniente, ou seja, adaptamos o caso a um ajuste linear. Algumas dessas formas de linearização podem ser encontradas no livro *Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática* de Bassanezi.

Vale ressaltar que o método dos mínimos quadrados é uma ferramenta muito útil a diversas áreas como astronomia, administração, biologia, engenharia, probabilidade e estatística e física experimental. Existe até um modelo de mínimos quadrados para a audição humana” Marinelli (23, 2011).

Enfatizamos a importância de se trabalhar com tal método, que pode ser aplicado nas aulas do ensino médio, na medida em que se torna possível detectar características do fenômeno em estudo. O método dos mínimos quadrados facilita a resolução de diversos problemas do cotidiano o que pode fazer com que os alunos se sintam motivados a aprender.

Contudo, a formulação de um modelo matemático é geralmente a parte mais difícil de todo o processo de modelagem. Portanto, o professor que estiver desempenhando alguma atividade de modelagem matemática pode optar por usar programas computacionais e até mesmo o uso de calculadora científica, que possuem este ajuste como opção e também para verificação do cálculo que analisa a validade do modelo (correlação). Voltando a destacar, que o método para ser chegar ao modelo não é o mais importante, mas a realização do processo em si.

3 Metodologia e procedimentos da pesquisa

Este capítulo trata dos encaminhamentos da pesquisa, coleta de dados e seu tratamento com a aplicação da modelagem matemática por meio do método dos mínimos quadrados. Para tanto, este capítulo está dividida em três partes. Inicialmente, apresentam-se os aspectos da natureza da pesquisa; em seguida serão expostos quais foram os instrumentos da coleta de dados, esclareço como os dados foram gerados; logo após será feita uma análise da aplicação da modelagem, através do uso dos métodos dos mínimos quadrados.

3.1 Natureza e delineamento da pesquisa

Definir a natureza da pesquisa é caminho importante a ser trilhado para alcançar o objetivo desejado. No cerne da discussão aqui apresentada, a abordagem utilizada para esta pesquisa é a qualitativa enfatizando não a quantificação dos dados recolhidos, mas a importância das informações que podem ser geradas a partir de fontes documentais. De acordo com Flick a pesquisa qualitativa, “visa a abordar o mundo ‘lá fora’ (e não em contextos especializados de pesquisa, como os laboratórios) e entender, descrever e, às vezes, explicar os fenômenos sociais ‘de dentro’ de diversas maneiras diferentes” (20, Flick, 2009, p. 8).

Dessa forma, efetuou-se a investigação documental de cunho bibliográfico, pesquisa bibliográfica (29, Sampieri; Collado; Lucio, 2013) sobre o tempo de exposição ao sol e modelagem matemática por meio do método dos mínimos quadrados, com o intuito de obter respaldo teórico para fundamentar a pesquisa.

Na mesma vertente, Flores (13, apud Calado, 2004, p.3), considera que os documentos são fontes de dados brutos para o investigador e a sua análise implica um conjunto de transformações, operações e verificações realizadas a partir dos mesmos com a finalidade de se forem atribuído um significado relevante em relação a um problema de investigação.

Nessa perspectiva, essa pesquisa busca abordar uma estratégia de ensino que leve o aluno a questionar e traçar novos caminhos, de compreender e interferir nos fenômenos que o cercam, deixando de ser um sujeito passivo para ser ativo no processo de aprendizagem, quando se utiliza a modelagem como uma maneira de encaminhar o ensino da matemática.

Desse modo, a presente pesquisa se respalda na necessidade humana de entender e intervir em acontecimentos cotidianos, e a modelagem matemática está proposta como um método de ensino-aprendizagem que tem finalidade não somente fazer com que os alunos compreendam melhor o conteúdo matemático, mas como uma técnica de ensino que tem o objetivo de transformar, ou, ao menos, melhorar o entendimento dos argumentos

matemáticos, assimilando os conceitos e resultados e conseqüentemente a valorização da disciplina.

3.2 Instrumento de coleta de dados

Apesar de, atualmente, na literatura, obter-se muitos trabalhos científicos sobre modelagem matemática, ainda assim esse método é desconhecido para muitos educadores, acredita-se que esse trabalho busca contribuir para a difusão dessa metodologia, a fim de aumentar o interesse dos educandos pela matemática através da análise de um dado problema e/ou fenômeno e, também elevar o nível de aprendizado.

Dessa forma, o contexto dessa pesquisa se baseou na busca observar situações da vida cotidiana que chamasse a atenção a fim realizar estudos na perspectiva de compreender melhor um dado problema e/ou fenômeno e representá-lo utilizando conceitos de modelagem matemática.

Nessa ampla gama de estudos sobre modelagem, a coleta de dados do presente estudo se deu por meio de pesquisa bibliográfica (29, Sampieri; Collado; Lucio, 2006) com dados existentes na forma de arquivos, banco de dados, realizando estudos através de pesquisa de cunho bibliográfico, seja por meio de livros, revistas especializadas, artigos ou sites especializados com o intuito de obter respaldo teórico para fundamentar a pesquisa sobre o tempo de exposição ao sol e o uso do FPS 30 e a representação das variáveis em estudo a partir dos conceitos da modelagem matemática em consonância com o uso do método dos mínimos quadrados.

O início da pesquisa se baseou em estudar sobre as estratégias de ensino através da modelagem matemática, após algumas ideias formuladas, buscou-se aprofundar sobre o tema “radiação solar e a pele humana” aonde se chegou a uma tabela que mostra que o tempo em que uma pessoa (dependendo do tipo de pele) pode ser expor de forma segura ao sol varia conforme os índices de radiação ultravioleta, isso sem nenhum tipo de proteção. A partir do momento que, sabíamos o tempo que uma pessoa poderia ficar exposta ao sol de forma segura, sem usar nenhum tipo de proteção, surgiu o interesse em pesquisar o tempo de exposição segura ao sol com a utilização de algum protetor solar. Daí deparou-se com FPS de diversas numerações, o que resultou no estudo, sobre a numeração contida nas embalagens dos protetores solar.

Essa segunda etapa configura-se como uma importante fase da pesquisa no método da pesquisa bibliográfica, pois nessa etapa busca-se dar respostas à problemática que motivou a pesquisa, respaldando a produção de conhecimento teórico.

Chegou-se a conclusão que era possível representar por modelos matemáticos, o tempo de exposição segura ao sol com o uso correto do FPS 30. Com isso, buscou-se a

metodologia que seria adotada para elaboração desses modelos, ou seja, a técnica para encontrar o melhor ajuste para o conjunto de dados/variáveis em estudo e chegamos ao método dos mínimos quadrados, chegando a resultados concretos da pesquisa.

Deve-se ressaltar que no início da investigação não se tinha noção que as variáveis em estudo, iriam resultar no estudo de funções exponenciais. Foi visualizado que os dados em estudo, resultariam nesse tipo de função, somente após a disposição dos dados no plano cartesiano. Gomes (21, 2007, p. 91) anuncia que “chegamos a uma interpretação quando conseguimos realizar uma síntese entre: as questões da pesquisa, os resultados obtidos a partir da análise do material coletado, as inferências realizadas e a perspectiva teórica adotada”.

Através de todo esse trabalho de análise bibliográfica sobre modelagem matemática, é consensual a ideia de que não existe um caminho que possa ser identificado como único e melhor para o ensino de qualquer disciplina, em particular, da Matemática. No entanto, conhecer diversas possibilidades de trabalho em sala de aula é fundamental para que o professor construa sua prática (9, Brasil-PCN, 1997, p. 28).

3.3 Aplicação da modelagem (O método dos mínimos quadrados)

Dessa forma, realizou-se pesquisa bibliográfica sobre o emprego da modelagem matemática sobre o tempo de exposição ao sol com o FPS 30, que teve como objetivo dedicar ao tema um olhar aprofundado confrontando aspectos identificados como importantes para essa discussão.

A escolha do método dos mínimos quadrados para a elaboração dos modelos e a forma de validação do modelo, onde resultou na condensação e o destaque das informações, onde inferiu-se que a proposta pedagógica poderá ser aplicada no âmbito do ensino médio, com o enfoque no estudo de funções exponenciais.

4 Resultados e discussão

Nesse capítulo, será apresentada uma sugestão de aula para se trabalhar o método dos mínimos quadrados no ensino médio. Ressaltando que para a aplicação dessa proposta os alunos terão que ter conhecimento prévio sobre o conceito de funções. O interessante para os encaminhamentos dessa proposta é que o professor deverá somente abordar os principais pontos. Lembrando que a maior parte do trabalho deverá ser desenvolvida pelos alunos, esse é o objetivo da modelagem matemática, os alunos devem ser os sujeitos da construção do conhecimento.

A aula proposta divide em quatro atividades.

Atividade 1 - O professor deverá solicitar inicialmente que os alunos (grupos) pesquisem (extraclasse) sobre o tempo de exposição segura ao sol, sobre a radiação UV e sobre as formas de proteção e o significado da sigla contida nas embalagens dos protetores solar (FPS), sem dar maiores detalhes. Essa pesquisa pode ser solicitada em forma de perguntas:

- Quanto tempo uma pessoa (não estar em tratamento dermatológico) pode-se permanecer ao sol, sem sofrer queimaduras, sem nenhum tipo de proteção?
- Qual a variação da radiação solar durante o dia?
- Qual o significado da sigla contida nas embalagens dos protetores solar (FPS)?
- Quanto tempo uma pessoa (não estar em tratamento dermatológico) pode-se permanecer ao sol, sem sofrer queimaduras, utilizando algum FPS?

Atividade 2 - Após o tempo despendido para a pesquisa, o professor deverá reservar uma primeira aula para a discussão em grupo do tema e das variáveis encontradas, no mínimo será encontrada a Tabela de exposição segura ao sol em minutos em relação ao tipo de pele (Tabela 2), a partir dessas variáveis, os alunos devem ser solicitados a criar gráficos (extraclasse) que refletem as variáveis encontradas em relação ao uso do protetor solar.

Atividade 3 - Em outra aula deve ser apresentada pelo professor o método dos mínimos quadrados, sem a utilização da demonstração por derivada, com algumas formas de linearização de funções e fornecer fontes para que os alunos possam encontrar outros tipos de linearização. E após apresentação do método dos mínimos quadrados, os alunos deverão ser encorajados a criar um modelo matemático que mostre o tempo que uma pessoa pode ficar exposta ao sol, utilizando algum FPS. O professor também, além

do método dos mínimos quadrados, poderá trabalhar com softwares matemáticos e/ou calculadora científica.

Atividade 4 – Socialização do trabalho realizado, com discussão das implicações dos modelos matemáticos elaborados, ressaltando que alunos deverão colocar todos os pontos aprendidos, o que se espera: tempo de exposição segura ao sol, classificação dos tipos de pele, índices de radiação UV (diferenças entre UVA, UVB e UVC), o significado da sigla contida nas embalagens dos protetor solar (FPS), tempo de reaplicação do protetor solar, outras medidas de proteção contra a radiação solar, incidência de câncer de pele no país e outros danos causados pela radiação solar, ampliação do conhecimento de funções.

E após o trabalho espera-se que os alunos tenham informações suficientes sobre o tema, afim de que disseminem esse conhecimento no meio em que estão inseridos, promovendo medidas adequadas para a sua proteção e proteção de terceiros quanto à radiação solar, estimulando as mudanças de hábito, o autocuidado e promovendo a proteção a saúde. Diante de tanta informação que essa abordagem proporciona, cabe ao professor decidir se a atividade será realizada somente nas aulas de matemática, ou se, haverá o envolvimento dos demais professores das áreas de biologia, química, física, entre outros. Poderá também envolver a Equipe Diretiva da escola para que a socialização seja feita para todas as turmas, com o intuito de disseminar as informações estudadas.

Contudo, apresentaremos a seguir apenas uma sugestão para que essa proposta seja realizada, sendo que, cabe ao professor decidir a melhor forma que essa atividade poderá ser trabalhada em sala de aula. Com certeza, além dos modelos matemáticos que serão apresentados, essa pesquisa abre campo para a criação de outros modelos, pela gama de conhecimento envolvido.

De acordo com as observações feitas a respeito em relação ao tempo de exposição segura ao sol, chegou-se a Tabela 2, exposta no capítulo 1, que será exposta a seguir novamente para facilitar a visualização dos cálculos.

Tabela 2 - Tempo médio (em minutos) de exposição segura ao sol (UVB)

Índice UVB	0-2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Pele Tipo A	30	20	15	12	10	8,5	7,5	7	6	5,5	5	4,5	4	3,5
Pele Tipo B	60	47	32	25	22	19	17	15	14	13	12	11	10	9
Pele Tipo C	90	70	50	40	35	30	26	24	22	20	19	18	17	15
Pele Tipo D	120	90	75	60	50	40	35	33	30	27	25	23	21	20

Fonte: Laboratório de Ozônio do INPE (16, 2012).

A partir da associação do tipo de pele com o tempo que uma pessoa pode ficar exposta ao sol em reação ao índice de radiação (UVB). Será calculado o tempo de exposição que uma pessoa pode permanecer exposta ao sol por tipo de pele, utilizando corretamente

FPS 30 em relação ao índice de radiação (UVB), cujo resultado é obtido conforme foi descrito no primeiro capítulo, multiplicando cada valor que uma pessoa pode ficar exposta ao sol sem proteção (Tabela 2) por 30, sendo que cada resultado da multiplicação estará em minutos e posteriormente será convertido em horas. Por exemplo, quando os níveis de radiação estiver na escala 12, uma pessoa de pele tipo A pode permanecer apenas 5 minutos exposta ao sol sem o uso do protetor solar, com o uso correto do FPS 30 a pessoa poderá permanecer $5 \cdot 30 = 150$ minutos, ou seja, 2,5 horas. O resultado de todos os cálculos estão dispostos na Tabela 3.

Tabela 3 – Tempo médio (horas) de exposição segura ao sol em relação ao índice UVB, utilizando FPS 30

Índice UVB	0-2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Pele A	15	10	7,5	6	5	4,25	3,75	3,5	3	2,75	2,5	2,25	2	1,75
Pele B	30	23,5	16	12,5	11	9,5	8,5	7,5	7	6,5	6	5,5	5	4,5
Pele C	45	35	25	20	17,5	15	13	12	11	10	9,5	9	8,5	7,5
Pele D	60	45	37,5	30	25	20	17,5	16,5	15	13,5	12,5	11,5	10,5	10

Fonte: Elaborado pela autora (Adaptado Tabela 2).

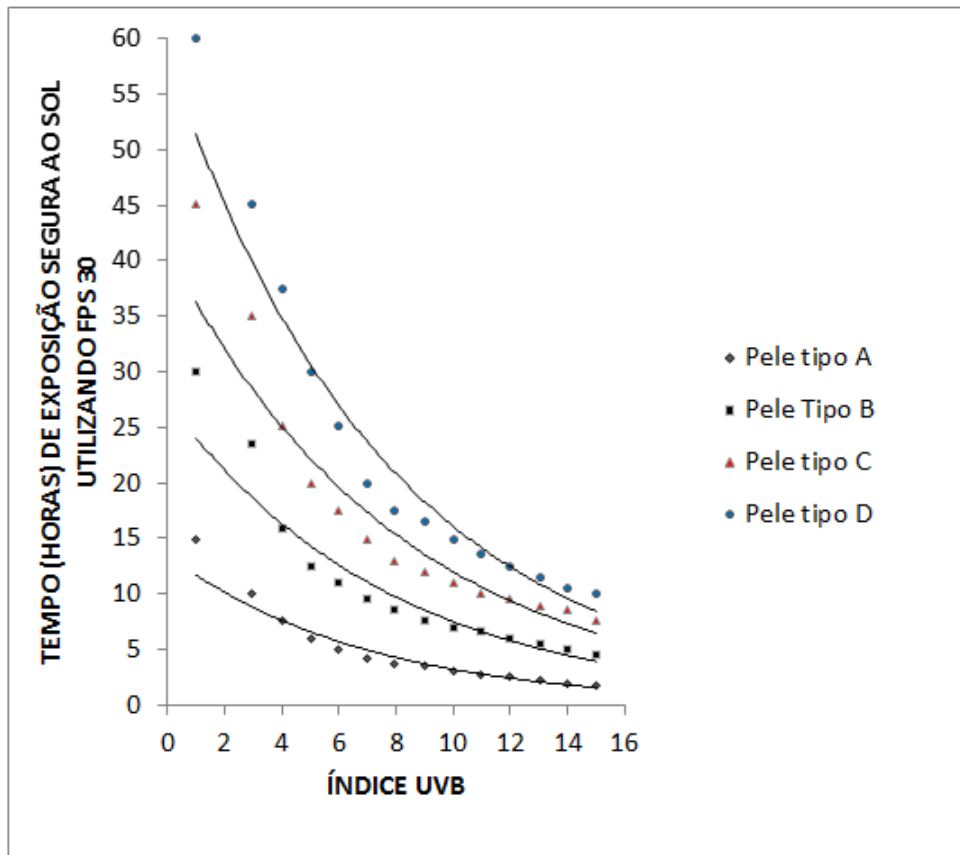
A partir dos dados da Tabela 3, foi designado como variável dependente “y” o tempo de exposição segura ao sol utilizando FPS 30 para cada tipo de pele, e variável independente “x” os índices de radiação UVB. De posse dessas informações e com auxílio de um programa computacional (Software Excel), dispomos os dados num sistema de eixos cartesianos gerando os pontos (diagrama de dispersão) dando suporte para a construção dos gráficos.

Ao construir os gráficos de uma variável em relação à outra, para cada tipo de pele, é possível observar que todos apresentam forma aproximada de uma curva decrescente, e isso se dá pelo fato de que, à medida que o índice de radiação UVB aumenta o tempo de exposição ao sol diminui. Tem-se aí, uma relação de dependência entre duas grandezas (para cada tipo de pele), o que denota o conceito de função.

A disposição dos dados em um sistema cartesiano e um bom ajuste dos seus valores, facilitará a visualização do fenômeno em estudo, propiciando tentativas de propostas de problemas, conjecturas ou leis de formação. A formulação de modelos matemáticos é simplesmente uma consequência deste processo. (5, Bassanezi, 2011, p. 43)

Sendo que ao observar os gráficos a seguir, é visto que todos se assemelham ao gráfico de uma função exponencial decrescente. Por isso, os modelos serão elaborados considerando o conceito de ajuste linear do modelo exponencial. Contudo, a partir desse momento será trabalhada a criação dos modelos e sua validação (para cada tipo de pele).

Figura 1 – Tempo (horas) de exposição segura ao sol utilizando FPS 30 em relação ao índice UVB para cada tipo de pele estudada



Fonte: Elaborado pela autora

Para determinar, os modelos matemáticos será utilizado o método dos mínimos quadrados apresentado no capítulo 2, nas equações (2.1) e (2.2).

Para melhor visualização das informações, será descrita separadamente, para cada tipo de pele, cada tabela e cada gráfico dos dados em estudo.

4.1 Desenvolvimento do modelo: Tipo de pele A

De posse das informações obtidas na Tabela 3, vamos representar em uma tabela esses dados denotados aqui como sendo variáveis como “x” e “y”.

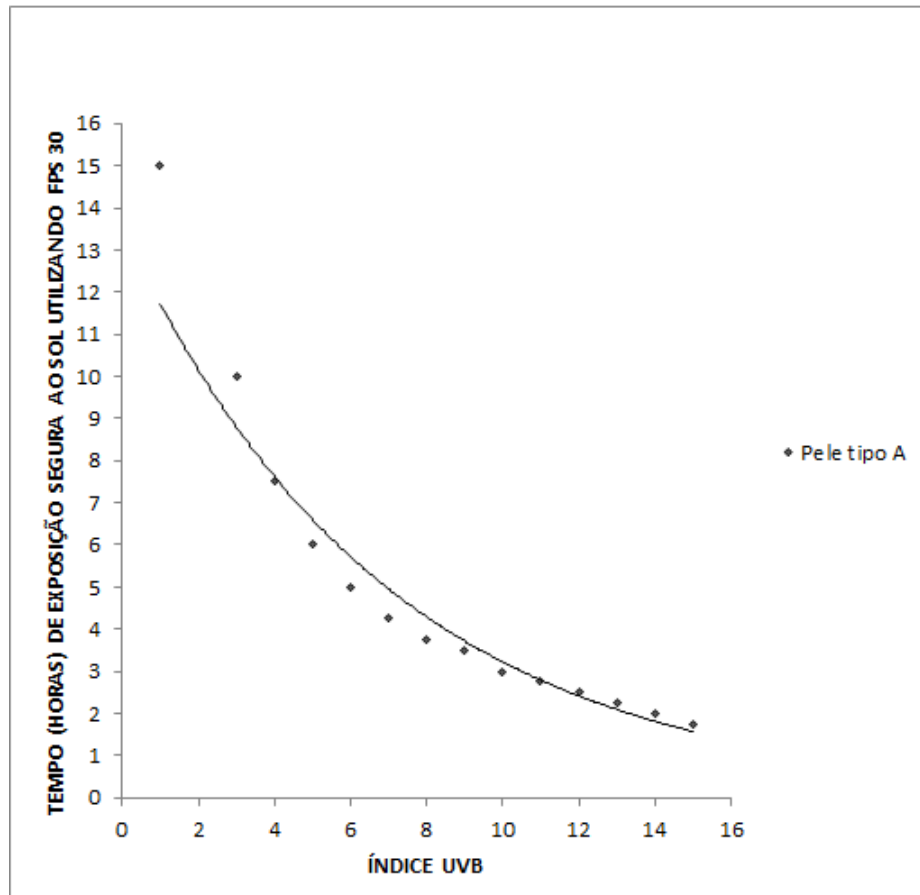
Tabela 4 – x_i representa os valores dos índices UVB e y_i representa o tempo (horas) que uma pessoa poderá ficar exposta ao sol utilizando FPS 30.

x_i	0-2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
y_i	15	10	7,5	6	5	4,25	3,75	3,5	3	2,75	2,5	2,25	2	1,75

Fonte: Elaborado pela autora (Adaptado tabela 2).

A partir da Tabela 4 com os dados condensados, e usando um programa computacional, segue o gráfico para o tipo de pele A:

Figura 2 – Tempo (horas) de exposição segura ao sol utilizando FPS 30 em relação ao índice UVB para o tipo de pele A



Fonte: Elaborado pela autora

Utilizando as equações (2.1) - (2.11) supramencionadas no segundo capítulo 2, através da linearização de funções, utilizando o método dos mínimos quadrados, apresentam-se os cálculos para o tipo de pele A.

Para introduzir o cálculo do método dos mínimos quadrados nas aulas do ensino médio, indicamos que se trabalhe utilizando somatórias, para cada item contido na fórmula, conforme será descrito na Tabela 5. Dicionário das variáveis da Tabela 5:

n - representa o número de elementos;

x_i - representa os valores dos índices UVB;

y_i - representa o tempo (horas) que uma pessoa poderá ficar exposta ao sol utilizando FPS 30;

$z_i = \ln y_i$ - é a variável calculada pelo logaritmo de base natural da variável y_i ;

x_i^2 - é o cálculo de cada variável x_i elevada ao quadrado;

$x_i z_i$ - é a multiplicação de todos os valores de x_i por z_i ;

z_i^2 - é o cálculo de cada variável z_i elevada ao quadrado.

Tabela 5 – Tabela adequada com somatórios para o ajuste exponencial

n	x_i	y_i	$z_i = \ln(y_i)$	x_i^2	$x_i z_i$	z_i^2
1	1	15	2,7080502	1	2,7080502	7,3335359
2	3	10	2,3025851	9	6,9077553	5,3018981
3	4	7,5	2,0149030	16	8,0596121	4,0598342
4	5	6	1,7917595	25	8,9587973	2,2104020
5	6	5	1,6094379	36	9,6566275	2,5902904
6	7	4,25	1,4469190	49	10,1284329	2,0935745
7	8	3,75	1,3217558	64	10,5740467	1,7470385
8	9	3,5	1,2527630	81	11,2748667	1,5694151
9	10	3	1,0986123	100	10,9861229	1,2069490
10	11	2,75	1,0116009	121	11,1276100	1,0233364
11	12	2,5	0,9162907	144	10,9954888	0,8395887
12	13	2,25	0,8109302	169	10,5420928	0,6576078
13	14	2	0,6931472	196	9,7040605	0,4804530
14	15	1,75	0,5596158	225	8,3942368	0,3131698
SOMA	118	69,25	19,5383706	1236	130,0178006	32,4270934

Fonte: Elaborado pela autora.

Ao efetuar os cálculos, nosso objetivo é determinar os valores dos coeficientes a e b da equação exponencial tipo $y(x) = be^{ax}$ e com isso encontrarmos a equação da reta que melhor se ajusta ao diagrama de dispersão. Substituindo os valores encontrados (tabela 5) nas equações (2.8) e (2.9), temos:

$$\alpha = \frac{\sum \bar{x}_i \bar{z}_i - \frac{(\sum \bar{x}_i)(\sum \bar{z}_i)}{n}}{\sum \bar{x}_i^2 - \frac{(\sum \bar{x}_i)^2}{n}} = \frac{(130,0178006) - \frac{(118)(19,5383706)}{14}}{(1236) - \frac{(118)^2}{14}} \approx -0,1435735$$

$$\beta = \frac{\sum \bar{z}_i}{n} - \alpha \frac{\sum \bar{x}_i}{n} = \frac{19,5383706}{14} - (-0,1435735) \frac{118}{14} \approx 2,6057176$$

A equação da reta ajustada, utilizando os resultados com duas casas decimais, é dada por $z \approx -0,14x + 2,61$.

Com $\beta = \ln b$ e $a = \alpha$, então a curva exponencial ajustada, utilizando os resultados com duas casas decimais, será:

$$y = be^{ax} = 13,54e^{-0,14x}$$

Observação: Como $b = e^\beta$, logo $b = e^{2,6057176} \Rightarrow b \approx 13,54$ e $\alpha = a \Rightarrow a \approx -0,14$.

Portanto, o modelo matemático para o tipo de pele A que mais se aproxima da curva é $y = 13,54e^{-0,14x}$.

Após a elaboração do modelo, torna-se necessário a realização da validação do mesmo, garantindo a sua confiabilidade. Portanto, conforme descrito no segundo capítulo, será utilizado o Coeficiente de Correlação de Pearson, adaptado para funções exponenciais (2.11), para validar o modelo descrito em relação ao tempo que uma pessoa de pele tipo A, pode permanecer no sol, utilizando corretamente FPS 30. Vimos que:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{x}_i \bar{z}_i - \frac{\left(\sum_{i=1}^n \bar{x}_i\right) \left(\sum_{i=1}^n \bar{z}_i\right)}{n}}{\left[\left[\sum_{i=1}^n \bar{x}_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n \bar{x}_i\right)^2}{n} \right] \left[\sum_{i=1}^n \bar{z}_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n \bar{z}_i\right)^2}{n} \right] \right]^{1/2}} . \quad \text{Assim,}$$

Substituindo os valores obtidos na Tabela 5, temos:

$$r = \frac{(130,0178006) - \frac{(118)(19,5383706)}{14}}{\left\{ \left[1236 - \frac{118^2}{14} \right] \left[32,4270934 - \frac{19,5383706^2}{14} \right] \right\}^{1/2}} \Rightarrow r \approx -0,98$$

Portanto, o valor da correlação é $r \approx -0,98$, como o valor está próximo de -1 , temos uma correlação forte negativa, ou seja, a medida que o valor do índice UVB aumenta, o tempo (horas) de exposição ao sol diminui. O resultado obtido em r indica que há uma forte correlação entre as variáveis em estudo, logo o modelo encontrado expressa uma boa aproximação do fenômeno em estudo.

4.2 Desenvolvimento do modelo: Tipo de pele B

De posse das informações obtidas na Tabela 3, vamos representar em uma tabela esses dados denotados aqui como sendo variáveis como “x” e “y”.

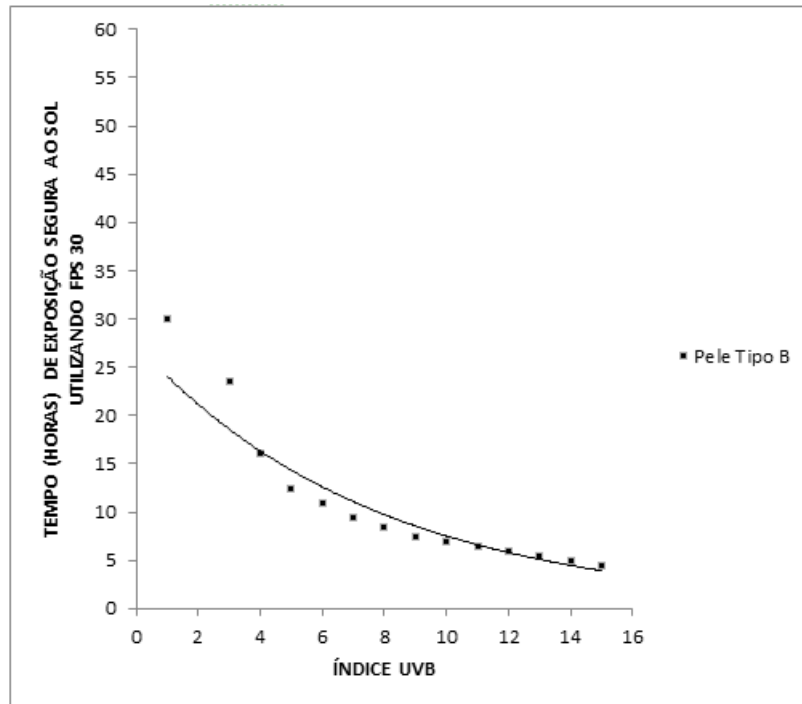
Tabela 6 – x_i representa os valores dos índices UVB e y_i representa o tempo (horas) que uma pessoa poderá ficar exposta ao sol utilizando FPS 30.

x_i	0-2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
y_i	30	23,5	16	12,5	11	9,5	8,5	7,5	7	6,5	6	5,5	5	4,5

Fonte: Elaborado pela autora (Adaptado Tabela 2).

A partir da Tabela acima com os dados condensados, e usando um programa computacional (Software Excel) o segue o gráfico para o tipo de pele B:

Figura 3 – Tempo (horas) de exposição segura ao sol utilizando FPS 30 em relação ao índice UVB para o tipo de pele B



Fonte: Elaborado pela autora

Apresentam-se os cálculos para o tipo de pele B:

Tabela 7 – Tabela adequada com somatórios para o ajuste exponencial

n	x_i	y_i	$z_i = \ln(y_i)$	x_i^2	$x_i z_i$	z_i^2
1	1	30	3,4011974	1	3,4011974	11,5681436
2	3	23,5	3,1570004	9	9,4710013	9,9666517
3	4	16	2,7725887	16	11,0903549	7,6872482
4	5	12,5	2,5257286	25	12,6286432	6,3793052
5	6	11	2,3978953	36	14,3873716	5,7499017
6	7	9,5	2,2512918	49	15,7590426	5,0683148
7	8	8,5	2,1400662	64	17,1205293	4,5798832
8	9	7,5	2,0149030	81	18,1341272	4,0598342
9	10	7	1,9459101	100	19,4591015	3,7865663
10	11	6,5	1,8718022	121	20,5898239	3,5036434
11	12	6	1,7917595	144	21,5011136	3,2104020
12	13	5,5	1,7047481	169	22,1617252	2,9061661
13	14	5	1,6094369	196	22,5321308	2,5902904
14	15	4,5	1,5040774	225	22,5611610	2,2622488
SOMA	118	153	31,0884066	1236	230,7973235	73,3185995

Fonte: Elaborado pela autora.

Substituindo os valores encontrados, na Tabela 7 nas equações (2.8) e (2.9), temos:

$$\alpha = \frac{\sum \bar{x}_i \bar{z}_i - \frac{(\sum \bar{x}_i)(\sum \bar{z}_i)}{n}}{\sum \bar{x}_i^2 - \frac{(\sum \bar{x}_i)^2}{n}} = \frac{(230,7973235) - \frac{(118)(31,0884066)}{14}}{(1236) - \frac{(118)^2}{14}} \approx -0,1293697$$

$$\beta = \frac{\sum \bar{z}_i}{n} - \alpha \frac{\sum \bar{x}_i}{n} = \frac{31,0884066}{14} - (-0,1293697) \frac{118}{14} \approx 3,3110019$$

A equação da reta ajustada, utilizando os resultados com duas casas decimais, é dada por $z \approx -0,13x + 3,31$.

Com $\beta = \ln b$ e $a = \alpha$, então a curva exponencial ajustada, utilizando os resultados com duas casas decimais, será:

$$y = be^{ax} = 27,41e^{-0,13x}$$

Observação: Como $b = e^\beta$, logo $b = e^{3,3110019} \Rightarrow b \approx 27,41$ e $\alpha = a \Rightarrow a \approx -0,13$.

Portanto, o modelo matemático para o tipo de pele B que mais se aproxima da curva é

$$y = 27,41e^{-0,13x}.$$

Após a elaboração do modelo, torna-se necessário a realização da validação do mesmo, garantindo a sua confiabilidade. Portanto, conforme descrito no segundo capítulo, será utilizado o Coeficiente de Correlação de Pearson, adaptado para funções exponenciais (2.11), para validar o modelo descrito em relação ao tempo que uma pessoa de pele tipo B, pode permanecer no sol, utilizando corretamente FPS 30. Novamente,

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{x}_i \bar{z}_i - \frac{(\sum_{i=1}^n \bar{x}_i)(\sum_{i=1}^n \bar{z}_i)}{n}}{\left[\left[\sum_{i=1}^n \bar{x}_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n \bar{x}_i)^2}{n} \right] \left[\sum_{i=1}^n \bar{z}_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n \bar{z}_i)^2}{n} \right] \right]^{1/2}}$$

Donde segue, substituindo os valores correspondentes, Tabela 7.

$$r = \frac{(230,7973235) - \frac{(118)(31,0884066)}{14}}{\left\{ \left[1236 - \frac{118^2}{14} \right] \left[73,3185995 - \frac{31,0884066^2}{14} \right] \right\}^{1/2}} \Rightarrow r \approx -0,97$$

O resultado obtido em r indica que há uma forte correlação entre as variáveis em estudo, logo o modelo encontrado expressa uma boa aproximação do fenômeno em estudo.

4.3 Desenvolvimento do modelo: Tipo de pele C

De posse das informações obtidas na Tabela 3, vamos representar em uma tabela esses dados denotados aqui como sendo variáveis como “x” e “y”.

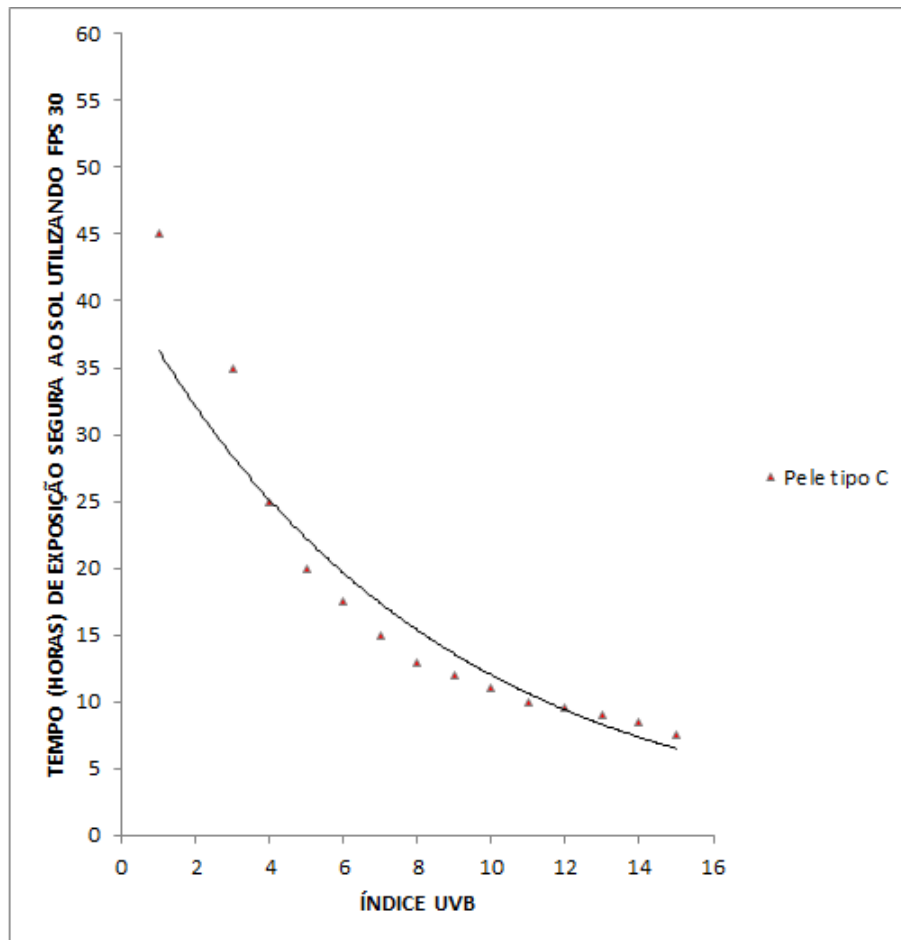
Tabela 8 – x_i representa os valores dos índices UVB e y_i representa o tempo (horas) que uma pessoa poderá ficar exposta ao sol utilizando FPS 30.

x_i	0-2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
y_i	45	35	25	20	17,5	15	13	12	11	10	9,5	9	8,5	7,5

Fonte: Elaborado pela autora (Adaptado Tabela 2).

A partir da Tabela 8 com os dados condensados, e usando um programa computacional (Software Excel), segue o gráfico para o tipo de pele C:

Figura 4 – Tempo (horas) de exposição segura ao sol utilizando FPS 30 em relação ao índice UVB para o tipo de pele C



Fonte: Elaborado pela autora

Apresentam-se os cálculos para o tipo de pele C:

Tabela 9 – Tabela adequada com somatórios para o ajuste exponencial

n	x_i	y_i	$z_i = \ln(y_i)$	x_i^2	$x_i z_i$	z_i^2
1	1	45	3,8066625	1	3,8066625	14,4906793
2	3	35	3,5553481	9	10,6660442	12,6404998
3	4	25	3,2188758	16	12,8755033	10,3611616
4	5	20	2,99577323	25	14,9786614	8,9744119
5	6	17,5	2,8622009	36	17,1732053	8,1921939
6	7	15	2,7080502	49	18,9563514	7,3335359
7	8	13	2,5649494	64	20,5195949	6,5789652
8	9	12	2,4849066	81	22,3641598	6,1747611
9	10	11	2,3978953	100	23,9789527	5,7499017
10	11	10	2,3025851	121	25,3284360	5,3018981
11	12	9,5	2,2512918	144	27,0155016	5,0683148
12	13	9	2,1972246	169	28,5639195	4,8277958
13	14	8,5	2,1400662	196	29,9609263	4,5798832
14	15	7,5	2,0149030	225	30,2235453	4,0598342
SOMA	118	238	37,5006917	1236	286,4114642	104,3338364

Fonte: Elaborado pela autora.

Substituindo os valores encontrados (Tabela 9) nas equações (2.8) e (2.9), temos:

$$\alpha = \frac{\sum \bar{x}_i \bar{z}_i - \frac{(\sum \bar{x}_i)(\sum \bar{z}_i)}{n}}{\sum \bar{x}_i^2 - \frac{(\sum \bar{x}_i)^2}{n}} = \frac{(286,4114642) - \frac{(118)(37,5006917)}{14}}{(1236) - \frac{(118)^2}{14}} \approx -0,1228761$$

$$\beta = \frac{\sum \bar{z}_i}{n} - \alpha \frac{\sum \bar{x}_i}{n} = \frac{71,5006917}{14} - (-0,1228761) \frac{118}{14} \approx 3,7142908$$

A equação da reta ajustada, utilizando os resultados com duas casas decimais, é dada por

$$z \approx -0,12x + 3,71$$

Com $\beta = \ln b$ e $a = \alpha$, então a curva exponencial ajustada, utilizando os resultados com duas casas decimais, será:

$$y = be^{ax} = 41,03e^{-0,12x}$$

Observação: Como $b = e^\beta$, logo $b = e^{3,7142908} \Rightarrow b \approx 41,03$ e $\alpha = a \Rightarrow a \approx -0,12$.

Portanto, o modelo matemático para o tipo de pele C que mais se aproxima da curva é

$$y = 41,03e^{-0,12x}$$

Aplicando (2.11), obtemos o coeficiente de correlação de Pearson para o tipo de pele C, dado por:

$$r = \frac{(286,4114642) - \frac{(118)(37,5006917)}{14}}{\left\{ \left[1236 - \frac{118^2}{14} \right] \left[104,3338364 - \frac{37,5006917^2}{14} \right] \right\}^{1/2}} \implies r \approx -0,97$$

O resultado obtido em r indica que há uma forte correlação entre as variáveis em estudo, logo o modelo encontrado expressa uma boa aproximação do fenômeno em estudo.

4.4 Desenvolvimento do modelo: Tipo de pele D

De posse das informações obtidas na tabela 3, vamos representar em uma tabela esses dados denotados aqui como sendo variáveis como “x” e “y”.

Tabela 10 – x_i representa os valores dos índices UVB e y_i representa o tempo (horas) que uma pessoa poderá ficar exposta ao sol utilizando FPS 30.

x	0-2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
y	60	45	37,5	30	25	20	17,5	16,5	15	13,5	12,5	11,5	10,5	10

Fonte: Elaborado pela autora (Adaptado tabela 2).

A partir da Tabela 10 com os dados condensados, e usando um programa computacional (Software Excel) foi construído o gráfico para o tipo de pele D (figura 5).

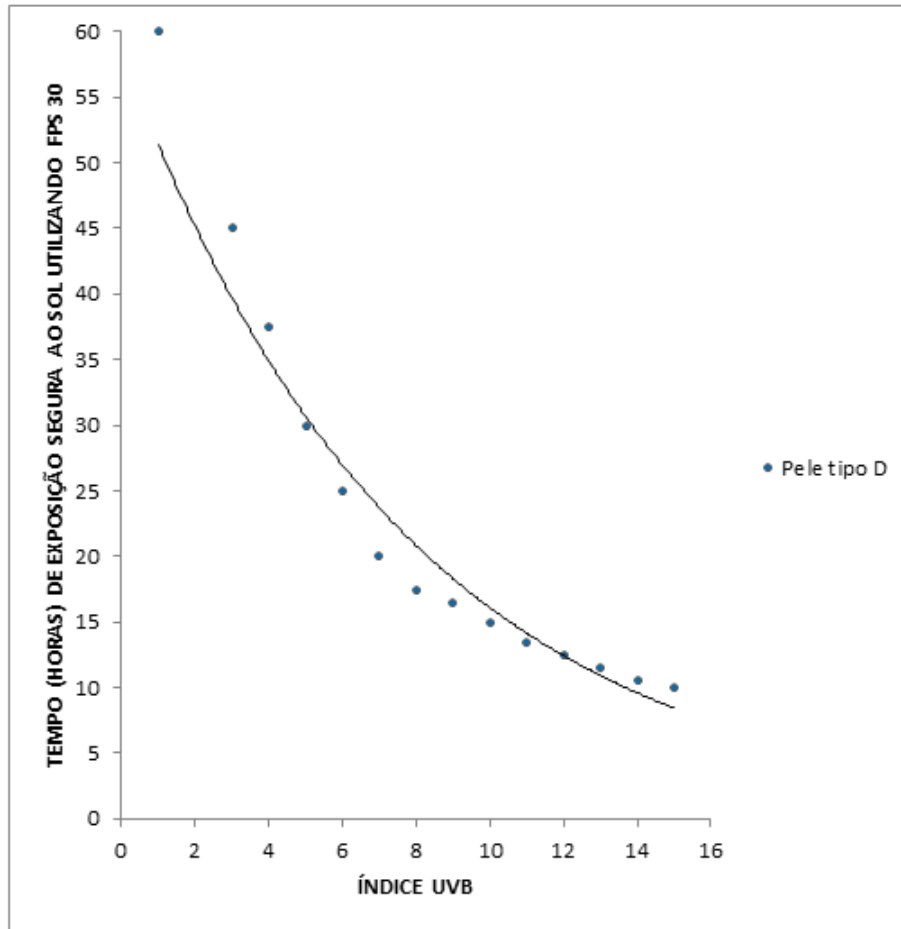
Apresentam-se os cálculos para o tipo de pele D:

Tabela 11 – Tabela adequada com somatórios para o ajuste exponencial

n	x_i	y_i	$z_i = \ln(y_i)$	x_i^2	$x_i z_i$	z_i^2
1	1	60	4,0943446	1	4,09434462	16,7636574
2	3	45	3,8066625	9	11,4199875	14,4906793
3	4	37,5	3,6243409	16	14,4973637	13,1358472
4	5	30	3,4011974	25	17,0059869	11,5681436
5	6	25	3,2188758	36	19,3132549	10,3611616
6	7	20	2,9957323	49	20,9701259	8,9744119
7	8	17,5	2,8622009	64	22,8976070	8,1921839
8	9	16,5	2,8033604	81	25,2302434	7,8588294
9	10	15	2,7080502	100	27,0805020	7,3335359
10	11	13,5	2,6026897	121	28,6295865	6,7739936
11	12	12,5	2,5257286	144	30,3087437	6,3793052
12	13	11,5	2,4423470	169	31,7505115	5,9650590
13	14	10,5	2,3513753	196	32,9192536	5,5289656
14	15	10	2,3025851	225	34,5387764	5,3018981
SOMA	118	324,5	41,7394906	1236	320,6562877	128,6276817

Fonte: Elaborado pela autora.

Figura 5 – Tempo (horas) de exposição segura ao sol utilizando FPS 30 em relação ao índice UVB para o tipo de pele D



Fonte: Elaborado pela autora

Substituindo os valores encontrados na Tabela 11 nas equações (2.8) e (2.9), temos:

$$\alpha = \frac{\sum \bar{x}_i \bar{z}_i - \frac{(\sum \bar{x}_i)(\sum \bar{z}_i)}{n}}{\sum \bar{x}_i^2 - \frac{(\sum \bar{x}_i)^2}{n}} = \frac{(320,6562877) - \frac{(118)(31,7394906)}{14}}{(1236) - \frac{(118)^2}{14}} \approx -0,1290153$$

$$\beta = \frac{\sum \bar{z}_i}{n} - \alpha \frac{\sum \bar{x}_i}{n} = \frac{41,7394906}{14} - (-0,1290153) \frac{118}{14} \approx 4,0688069$$

A equação da reta ajustada, utilizando os resultados com duas casas decimais, é dada por

$$z \approx -0,13x + 4,07$$

Com $\beta = \ln b$ e $a = \alpha$, então a curva exponencial ajustada, utilizando os resultados com duas casas decimais, será:

$$y = be^{ax} = 58,49e^{-0,13x}$$

Observação: Como $b = e^\beta$, logo $b = e^{4,0688069} \Rightarrow b \approx 41,03$ e $\alpha = a \Rightarrow a \approx -0,13$.

Portanto, o modelo matemático para o tipo de pele D que mais se aproxima da curva é

$$y = 58,49e^{-0,13x}$$

Com coeficiente de correlação de Pearson (2.11), para o tipo de pele D:

$$r = \frac{(320,6562877) - \frac{(118)(41,7394906)}{14}}{\left\{ \left[1236 - \frac{118^2}{14} \right] \left[128,6276817 - \frac{41,7394906^2}{14} \right] \right\}^{1/2}} \implies r \approx -0,98$$

O resultado obtido em r indica que há uma forte correlação entre as variáveis em estudo, logo o modelo encontrado expressa uma boa aproximação do fenômeno em estudo.

A partir da elaboração dos modelos, em que a variável “x” representa os índices de radiação UVB a variável “y” representa o tempo de exposição segura ao sol utilizando corretamente FPS 30 para cada tipo de pele, os alunos podem tirar conclusões e debater sobre o tema em estudo e o uso de funções exponenciais.

É interessante que durante a análise do modelo, seja feita a comparação entre os índices de radiação (UVB), denotado por variável “x” e o tempo de exposição segura ao sol utilizando FPS 30, variável “y”, obtida pelo modelo. Para fazer essa comparação, basta apenas substituir os valores de “x”, dados em estudo, na função/modelo elaborado (para cada tipo de pele), afim de verificar se para cada modelo, os valores encontrados de “y” é uma boa aproximação dos dados observados. Isso poderá ser realizado em uma tabela a fim de facilitar a comparação dos dados referentes à Tabela 3.

O que também deve ser discutido após de formulação dos modelos é que o tempo de exposição segura ao sol utilizando FPS 30 varia entre 1 hora e 45 minutos até 60 horas. Ressaltando que, durante a exposição ao sol, com altas temperaturas, ocorrem fatores que influenciam na eficácia da proteção: transpiração/sudorese, nadar, banhar, secar-se com a toalha, entre outros. Portanto, é sempre necessária a reaplicação do produto para manter sua eficácia. As orientações da Sociedade Brasileira de Dermatologia, é se houver muita transpiração ou exposição solar prolongada, é recomendada a reaplicação a cada 2 a 3 horas.

Os modelos matemáticos estabelecidos tomam como referência o conceito de função exponencial. Esse conceito expressa o crescimento ou decrescimento característicos de alguns fenômenos da natureza; possui diversas aplicações na biologia, na química, na física, bem como na matemática financeira, especialmente em relação ao funcionamento de juros.

O descrito nesse trabalho mostra a riqueza de conhecimentos que são abordados, quando se relacionam a matemática à análise de temas significativos à sociedade. No caso em tela, a elaboração de modelos matemáticos, que se constituem como uma represen-

tação ou ainda uma interpretação da realidade simplificada, proporciona uma análise de situações presentes no cotidiano das pessoas, o que favorece a compreensão dos índices de radiação ultravioleta, dos efeitos da radiação solar, da interpretação do FPS, bem como do tempo de exposição ao sol.

O estudo apresentou pontos importantes que reforçam a necessidade de maior atenção em relação aos perigos da radiação ultravioleta, uma vez que em quase todo o território brasileiro os IUV, em condições de céu claro, se mostram muito elevados na maior parte do ano.

A luz solar tem efeitos profundos sobre a pele, e está associada a uma variedade de doenças, razão da importância da utilização de todos os métodos de proteção solar. Torna-se fundamental que durante a exposição solar desejada ou necessária, sejam adotadas medidas preventivas como: evitar a exposição ao sol entre 10 e 16 horas, usar chapéus, roupas com mangas longas e calça comprida, guarda sóis, óculos escuros com proteção UVA/UVB e o uso regular de filtros solares em quantidades recomendadas por especialistas e sempre fazendo a reaplicação, em caso de transpiração ou contato com água, conforme Teixeira (33, 2012).

Os dados apresentados na Tabela 3 indicam que há uma variação grande em relação ao tempo de exposição ao sol e a classificação da cor da pele. Portanto, cada indivíduo ao utilizar o FPS corretamente, deve estar atento qual o tempo de reaplicação, sabendo que quando os níveis de radiação solar estão muito baixos (0-2), a necessidade do uso do FPS é quase desnecessária. Levando em consideração os altos índices de radiação solar que são constatados no Brasil, principalmente mais ao Norte do país, torna-se fundamental que sejam adotadas constantemente medidas preventivas para proteger-se da ação dos raios ultravioletas.

Levando em consideração a importância desse tema, sugere-se que os professores de matemática passem a refletir no uso de situações problemas, utilizando questões pertinentes, na abordagem de conteúdos matemáticos, fazendo o uso da modelagem matemática, isso porque esta exerce um papel expressivo à compreensão de conceitos, ante a aplicabilidade em situações reais e se constitui elemento motivador às aprendizagens.

Considerações Finais

Cada vez mais fica evidente a necessidade de aplicar atividades em sala de aula que favoreçam a construção do conhecimento mediada pela utilização de ferramentas que auxiliem o estudante a observar, interpretar e discutir a realidade. A aplicação de atividades interdisciplinares, envolvendo situações reais faz com que os alunos percebam a importância da matemática, ou seja, dá significado ao seu estudo.

A utilização da modelagem matemática no ensino da matemática, motiva o aprendizado, desenvolve a criatividade dos alunos e propicia maior compreensão e interpretação da realidade em que está inserido, além de permitir o trabalho coletivo entre educando e educadores, na busca de soluções para o problema proposto. Dessa maneira, ao aplicar uma atividade como a exposta nessa pesquisa, o educador através da modelagem estará dando a oportunidade ao aluno de vivenciar um ambiente investigativo incentivando a conscientização dos problemas vivenciados pela sociedade.

No caso do estudo “tempo de exposição ao sol com o uso do FPS 30”, o papel da matemática ultrapassa os limites da sala de aula, chegando à vida social dos alunos, cumprindo o papel de agente transformador desses alunos. Ao desenvolver essa atividade proposta e outras atividades relacionadas à modelagem matemática, exigem o exercício constante tanto do professor quanto dos alunos de habilidades na busca, a seleção, a organização, análise, interpretação e validação das informações.

Em conformidade com a modelagem matemática está o método dos mínimos quadrados que estima a tendência de comportamento das grandezas relacionadas para determinação da função aproximadora. Neste trabalho, além de mostrar a importância desse método, mostra-se que é possível aplicá-lo ainda ao ensino médio. Dessa forma, espera-se que a linearização da função exponencial exposta para a resolução da atividade proposta, desperte o interesse de educadores e educandos na busca de trabalhar outras atividades que propiciem na busca e construções dos conceitos para linearização de outros tipos de funções mediante transformações convenientes.

Nesse sentido, a proposta busca contribuir com a prática dos professores de matemática interessados em utilizar a modelagem matemática como uma nova ferramenta que pode ser utilizada ao longo das aulas do ensino médio. Além de dar ênfase aos conteúdos ensinados, por exemplo, estudo de funções exponenciais, permitindo que os alunos aprendam de modo significativo, relacionando a matemática com a realidade que está em sua volta e com outras áreas, sendo capazes de aplicar os conhecimentos adquiridos em outras situações-problemas.

Diante dessas possibilidades, é preciso que a modelagem matemática, seja utilizada

como uma ferramenta pedagógica, que pretende despertar no aluno o interesse pelo estudo da matemática através da interação com outras disciplinas e para interpretação e análise do mundo real.

Referências

- 1 ANDRADE, R. C, *Estimativa da irradiância solar ultravioleta horária no semi-árido pernambucano*. 2007, 81 folhas. Citado na página 18.
- 2 BARBOSA, V. C. ; Breitschaft, A. M. S. *Um aparato experimental para o estudo do princípio de Arquimedes*. Revista Brasileira de Ensino de Física, 2006, v.28, n.1, p.115–122. Citado na página 33.
- 3 BASSANEZI, R.C. *Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática*. São Paulo: Contexto, 2002. Citado na página 27.
- 4 BASSANEZI, R.C. *Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática*. São Paulo: Ed. Contexto, 2004. 389 p. Citado 2 vezes nas páginas 24 e 28.
- 5 BASSANEZI, R. C. *Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia*. 3ª Ed., São Paulo, SP: Contexto, 2011. 389 p. Citado 6 vezes nas páginas 23, 26, 29, 33, 34 e 44.
- 6 BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. *Modelagem Matemática no ensino*. 3ª ed. São Paulo: Contexto, 2003. Citado 4 vezes nas páginas 27, 28, 30 e 31.
- 7 BIEMBENGUT, M. S. *30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais*. Alexandria Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v.2, n.2, p.7-32, jul. 2009. Citado na página 27.
- 8 BRASIL, *Lei de Diretrizes e Bases Lei nº 9.394/96*, de 20 de dezembro de 1996. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L9394.htm>. Acesso em 10 set. 2016. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 24.
- 9 BRASIL, *Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática*. Secretaria de Educação Fundamental - Brasília: MEC/SEF, 1997. Citado na página 41.
- 10 BRASIL, *Pârametros curriculares nacionais + ensino médio: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias*. Brasília: MEC/SEB, 2000. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>>. Acesso em 02 de novembro de 2016. Citado na página 30.
- 11 BRASIL, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *PCN+ Ensino Médio: Orientações Educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Linguagens, códigos e suas tecnologias*. Brasília: Ministério da Educação/Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 2002. Citado na página 32.

- 12 BRASIL, *Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias*. Brasília: MEC/SEB, 2006. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/bookvolume02internet.pdf>>. Acesso em 02 de novembro de 2016. Citado na página 30.
- 13 CALADO, S. dos S.; FERREIRA, S.C dos R. *Análise de documentos: método de recolha e análise de dados*. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/ichagas/mi1/analisedocumentos.pdf>. Acesso em 15 setembro 2016. Citado na página 39.
- 14 CALDAS, L.S.C. Fotoprotetores I. In: GARCIA, B.G.B.C.; STALKED, E.V.R.S; VEIRA, IR; CALLEGARI, I.C.; CALDAS, L.S.C.; MENDES, P.H.O.; TAVARES, R.F.C.; XAVIER, Z.N. *Cosmiatria: Manual Dermatológico Farmacêutico*. 1 ed. Guarapuava: Grafael, 2006, cap. 8, p. 229-233. Citado na página 19.
- 15 CLÁUDIO, Dalcídio Moraes; MARINS, Jussara Maria. *Cálculo numérico computacional: teoria e prática*. São Paulo: Atlas, 1989. Citado na página 33.
- 16 CPTEC/INPE. *Radiação Solar, Camada de Ozônio e Saúde Humana*. Disponível em: <<http://satelite.cptec.inpe.br/uv/>>. Acesso em 12 junho 2016. Citado 3 vezes nas páginas 18, 22 e 43.
- 17 D'AMBROSIO, U. *Da realidade à ação: reflexões sobre educação matemática*. Campinas: Sammus, 1986. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 29.
- 18 D'AMBROSIO, U. *Etnomatemática: Elo entre as tradições e a modernidade*. 2^a ed. Belo Horizonte, 2002. (Coleção Tendências em Educação Matemática). Citado na página 31.
- 19 FITZPATRICK, T. B.; MOSHER, D. B. *Pigmentação cutânea e distúrbios do metabolismo da melanina*. In: ISSELBACHER, Kurt J. et al. *Medicina interna*. 9 ed. Rio de Janeiro: Guanabara Koogan, p.276-284, 1983. Citado na página 22.
- 20 FLICK, Uwe. *Qualidade na pesquisa qualitativa*. Porto Alegre: Artmed, 2009. Citado na página 39.
- 21 GOMES, R. *Análise e interpretação de dados de pesquisa qualitativa*. In.: DESLANDES, S. F; GOMES, R.; MINAYO, M. C. S.(org). *Pesquisa social: teoria, método e criatividade*. 26 ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2007. P. 79-108. Citado na página 41.
- 22 KIRCHHOFF, V. W. J. H. *Ozônio e Radiação UV-B*. Transtec Editorial, São José dos Campos, São Paulo, 1995. Citado na página 18.

- 23 MARINELLI, M. F. *Método de quadrados mínimos*. <https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/97165/MauraFerreira>. Acesso em 16 Janeiro de 2017. Citado na página 37.
- 24 MATOS, S. P. *Cosmetologia aplicada*. 1 ed. São Paulo : Érica, p. 67-78, 2014. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 21.
- 25 MILESE, S.S.; GUTERRES, S.S. *Fatores determinantes na eficácia de fotoprotetores*. Caderno de Farmácia, v. 18, n. 2, p. 81-87, 2002. Citado na página 20.
- 26 RIBEIRO, Claudio de Jesus. *Envelhecimento Cutâneo e Cosméticos*. In: *Cosmetologia Aplicada a Dermoestética*. São Paulo: Pharmabooks, 2006. Citado na página 20.
- 27 ROUESSAC, F.; ROUESSAC, A. *Chemical Analysis, Modern Instrumentation Methods and Techniques; John Wiley & Sons*, 2000, p. 189. Citado na página 19.
- 28 RUGGIERO, M. A. G.; LOPES, V. L. da R. *Cálculo numérico: aspectos teóricos e computacionais*. 2. ed. São Paulo: Pearson Makron Books, 1996. Citado na página 37.
- 29 SAMPIERI, R. H. ; COLLADO, C. F. ; LUCIO, M. del P. B. (2013). *Metodologia de Pesquisa*. 5ª ed. Porto Alegre: Penso. Citado 3 vezes nas páginas 15, 39 e 40.
- 30 SCHALKA, S. *Influência da quantidade aplicada de protetores solares no fator de proteção solar (FPS): avaliação de dois protetores solares com os mesmos ingredientes em diferentes concentrações*. Faculdade de medicina e dermatologia, 2009. Citado 4 vezes nas páginas 17, 18, 19 e 22.
- 31 SOARES, J. *Palmas Capital do Tocantins*. Disponível em: <<https://joelsonsoares.wordpress.com/2012/01/23/palmas-capital-do-tocantins>> Acesso em 13 junho.2016. Citado na página 18.
- 32 SOUZA, M. J. F. *Ajuste de Curvas pelo Método dos Quadrados Mínimos*. Ouro Preto/MG: DECOM/UFOP, 2003. Disponível em: <<http://www.decom.ufop.br/prof/marcone/Disciplinas/MetodosNumericoseEstatisticos/QuadradosMinimos.pdf>>. Acesso em: 01 de setembro de 2016. Citado na página 34.
- 33 TEIXEIRA, V. A. *Os riscos à saúde causados pela exposição solar dos militares do exército brasileiro: cuidados e prevenção*, p. 01-12, 2012. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 56.
- 34 VENDRUSCOLO, V; RIBEIRO, M. *Pesquisa da Johnson & Johnson aponta: 80% dos brasileiros se expõem ao sol diariamente no país, no entanto, o hábito de se proteger ainda é baixo*. Disponível em: <http://www.maxpressnet.com.br/Conteudo/1,703175,Pesquisa_da_Johnson_Johnson>

_aponta_80_dos_brasileiros_se_expoem_ao_sol_diariamente_no_pais_no_entanto_o_habito_de_se_pro,703175,9.htm> Acesso em 13 junho 2016. Citado na página 17.

35 VILELA, F.M.P, *Índice de radiação ultravioleta atinge nível máximo em cinco capitais do país.* Disponível em: file:///C:/Users/Usuario/Downloads/Tese_corrigida_completa.pdf. Acesso em 15 setembro de 2016. Citado na página 19.