



UNIVERSIDADE FEDERAL DO NORTE DO TOCANTINS
CENTRO DE CIÊNCIAS INTEGRADAS
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

LUCAS PEREIRA DE ARAÚJO

**UMA ABORDAGEM SOBRE O NÚMERO DE EULER EM LIVROS DIDÁTICOS DE
MATEMÁTICA DO ENSINO MÉDIO**

Araguaína (TO)

2022

LUCAS PEREIRA DE ARAÚJO

**UMA ABORDAGEM SOBRE O NÚMERO DE EULER EM LIVROS DIDÁTICOS DE
MATEMÁTICA DO ENSINO MÉDIO**

Monografia apresentada ao curso de Licenciatura em Matemática do Centro de Ciências Integradas da Universidade Federal do Norte do Tocantins, como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Sinval de Oliveira

Araguaína (TO)

2022

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Tocantins

A663a Araújo, Lucas Pereira de.
 Uma abordagem sobre o Número de Euler em livros didáticos de Matemática do Ensino Médio. / Lucas Pereira de Araújo. – Araguaína, TO, 2022.

54 f.

Monografia Graduação - Universidade Federal do Tocantins –
Câmpus Universitário de Araguaína - Curso de Matemática, 2022.

Orientador: Sinval de Oliveira

1. Contextualização. 2. BNCC. 3. Programa Nacional do Livro Didático. 4. Categorização. I. Título

CDD 510

TODOS OS DIREITOS RESERVADOS – A reprodução total ou parcial, de qualquer forma ou por qualquer meio deste documento é autorizado desde que citada a fonte. A violação dos direitos do autor (Lei nº 9.610/98) é crime estabelecido pelo artigo 184 do Código Penal.

Elaborado pelo sistema de geração automática de ficha catalográfica da UFT com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

LUCAS PEREIRA DE ARAÚJO

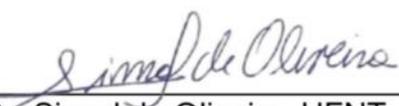
**UMA ABORDAGEM SOBRE O NÚMERO DE EULER EM LIVROS DIDÁTICOS DE
MATEMÁTICA DO ENSINO MÉDIO**

Monografia apresentada ao curso de Licenciatura em Matemática do Centro de Ciências Integradas da Universidade Federal do Norte do Tocantins, como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Sinval de Oliveira.

Data de aprovação: 08 / 07 / 2022

Banca Examinadora:



Prof. Dr. Sinval de Oliveira, UFNT - Orientador

Documento assinado digitalmente
 MARCOS ANTONIO DE SOUSA
Data: 12/07/2022 11:54:57-0300
Verifique em <https://verificador.itl.br>

Prof. Marcos Antonio de Sousa, UFNT – Avaliador



Profa. Ma. Patrícia Silvério da Silva Celedonio, SEDUC – Avaliadora

Araguaína (TO)

2022

Dedico este trabalho a memória da minha mãe Tereza Pereira da Silva, ao meu pai Francisco Barboza de Araújo a minha madastra/mãe Betânia Miranda da Silva Labres, e aos meus irmãos e a todos que sempre buscara zelar pela minha educação auxiliando-me em todo o itinerário formativo.

AGRADECIMENTOS

A Deus, o Pai das Misericórdias e Senhor de toda a Consolação, pelo dom da vida, que em sua infinita bondade sempre esteve junto de mim, suscitando-me a perseverança, o esforço e a disciplina, sobretudo sempre presente nas alegrias e fadigas de cada dia.

Aos meus pais, a minha mãe Tereza Pereira da Silva *in memoriam*, responsável por despertar em mim o interesse em estudar e capacitar-me para bem viver neste vale de lágrimas, a meu pai Francisco Barboza de Araújo, que sempre buscou alinhar seus sonhos aos meus, sempre se preocupando com meus medos intensos, a minha educação e a saúde frágil, um pai/mãe que sempre buscou executar seu papel da forma como conseguia, esquivando-se de suas vontades, fulcrando o meu futuro, minha madrasta, uma mãe, sou muito grato por cada cuidado, zelo, incentivos e advertências empenhadas, todos são aspectos que contribuíram com a pessoa que sou hoje.

Aos meus familiares, meus irmãos Cristiele, Cristiana, Marina e Muller, pelo apoio e auxílio durante toda a minha formação, sobretudo na ajuda com algumas atividades de necessidade financeira, meus avós Ana Barbosa e Raimundo Lourenço, Dalziza Pereira e Raimundo Rodrigues, Maria dos Anjos Miranda e Baltazar Bezerra, os ensinamentos, as histórias de vida socializadas, e os incentivos, me ajudaram muito a permanecer na graduação e integralizá-la.

Estendo meus agradecimentos a familiares que foram extremamente importantes nesse processo de formação, meus padrinhos Maria Lucinalva e Valdoneiz França, Dorilene e José Maria, meus tios e tias que são grandes incentivadores Cleudiléia, Eucleme, Marcelina, Maria Betânia, Maria Leal, Maria do Socorro, Maria Lúcia, Maria Márcia, Maria da Conceição, Janiely, Patrícia Miranda, Paulo, Raimundo, Vanderlei, Zilma, Osmar. Aos meus primos e melhores amigos, pessoas de suma importância na minha vida Fernando, Atalia e Raieli.

Os amigos são pessoas que levamos pra vida toda, e que sempre nos auxiliam nas labutas da vida, agradeço a Natália Araújo, Mayra, Jaqueline, Lourrane, Joyce, Vandeylso Cardoso, Wádila Michele, Maicon Brendo, Mateus Clayton, Marcos Antônio, Lucas Sobrinho, Andressa, Daniel Alves, Aico Alves, Guilherme, Érika Defensor, Fabrício, Mayara, Daiane, Isaac Alves, Jamyle, Patrícia, Loiuslane, Galbinéia Coêlho, Anna Júlia Ribeiro, Débora Mello, Ângela Maylla, Tânia Jorge,

Maria da Conceição, Maria Antônia, Raiane, Gabriella Fernandes, Dafne, Matheus Amorim, Samara, e Mauro Gomes.

Agradeço a Universidade pela a oportunidade de participar e contribuir na área de Administração e Finanças durante esse período de transição UFT/UFNT, aos amigos que fiz durante esse período que muito me auxiliaram na finalização desta graduação: Warton, Denise, Cleidiane, Andréa, Fábria, Claudiany, Fernanda Sousa, Carla Daniele, Marcos Marcelino, Marcos Vinícius, Allisson Gomes, Eroilton, Magnny, Francisca, Francisco Amaral, Simone e Jucilene.

Agradeço ao meu orientador Prof. Sinval de Oliveira por todos os ensinamentos ao longo desta graduação desde a experiência com o Programa de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) executado no Colégio Estadual Professora Silvandira Sousa Lima, na cidade de Araguaína - TO, como nas participações em artigos, eventos, aulas e na construção deste trabalho.

A minha comunidade eclesial Bom Jesus da Lapa de São Bento do Tocantins, Imaculada Conceição de Araguaína - TO e o Grupo de Oração Universitário Filhos de Maria UFNT, meu pároco Pe. Antunes e demais amigos sacerdotes Pe. Josimar e Pe. Francivaldo, aos meus irmãos de caminhada Antônio Vinícius, Jhenessom, Murilo, Maria de Lourdes, Maria Lene, Heloísa, e Maria Sousa, sou grato pelas orações e pela amizade.

Agradeço também a minha turma 2018.1 que no decorrer do curso vivemos juntos marcantes momentos por meio de listas de exercícios, artigos e provas: Adriel, Bárbara, Gabriel, Luria, Mateus Silva, Adriele, Moises, Morgana, Pedro Kevelllyn Samara, Pedro Martins, Pedro Darc, Thiago, Sued e Sávylla.

“O sofrimento é uma pedra de afiar para uma mente forte”

(J.R.R. Tolkien)

RESUMO

O presente trabalho constitui-se de uma investigação de abordagem qualitativa realizada nos livros didáticos de matemática do ensino médio, acerca da exploração dada ao Número de Euler nessas literaturas a partir da seguinte pergunta diretriz: O que os livros didáticos de Matemática do ensino médio apresentam a respeito do Número de Euler? O objetivo geral consiste em inventariar as formas com que o Número de Euler é apresentado nos livros didáticos do ensino médio. Amparado por princípios da pesquisa bibliográfica e processos de categorização, realizou-se um inventário sobre o Número de Euler em quatro coleções de livros didáticos de Matemática do ensino médio, com seis volumes em cada uma delas e pertencentes ao Programa Nacional do Livro Didático (PNLD). Dos resultados destaca-se que somente três livros didáticos abordam o Número de Euler, alguns contextualizando a história e aspectos relevantes, todavia essa apresentação acontece de forma associada a outras áreas temáticas, sem desenvolvimento específico do assunto; aponta-se também perspectivas quanto ao relacionamento conciso que deve existir entre o livro didático e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), como uma possibilidade para o desenvolvimento do ensino e da aprendizagem na educação básica.

Palavras-chaves: Contextualização. BNCC. Programa Nacional do Livro Didático. Categorização.

ABSTRACT

The present work is an investigation of a qualitative approach carried out in high school mathematics textbooks, about the exploration given to the Euler Number in these literatures from the following guiding question: What do high school mathematics textbooks present about the Euler Number? The general objective is to inventory the ways in which the Euler Number is presented in high school textbooks. Supported by the principles of bibliographic research and categorization processes, an inventory was carried out on the Euler Number in four collections of high school mathematics textbooks, with six volumes in each of them and belonging to the National Textbook Program (PNLD). From the results it is highlighted that only three textbooks address the Euler Number, some contextualizing the history and relevant aspects, however this presentation takes place in association with other thematic areas, without specific development of the subject; perspectives are also pointed out regarding the concise relationship that must exist between the textbook and the National Curricular Common Base (BNCC), as a possibility for the development of teaching and learning in basic education.

Keywords: Contextualization. National Common Curriculum Base (BNCC). National Textbook Program (PNLD). Categorization.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Guia dos Livros Didáticos PNLD 2022	25
Figura 2 - BNCC: Competências Gerais da Educação Básica	28
Figura 3 - Representação da codificação dos livros didáticos	33
Figura 4 - Contexto histórico sobre Leonhard Euler	35
Figura 5 - A Relação de Euler	36
Figura 6 - Sobre Referência de Obra	37
Figura 7 - Sobre a Função de Euler	37
Figura 8 - Sobre a Relação de Euler	38
Figura 9 - Referência sobre o Número de Euler	39
Figura 10 - Sobre o Número de Euler.....	40
Figura 11 - Sobre a Função Exponencial	40
Figura 12 - Sobre o Número de Euler.....	41
Figura 13 - Sobre Referências para Livros	42
Figura 14 - Sobre Funções	42
Figura 15 - Sobre Relação de Euler	43
Figura 16 - Sobre Número de Euler na Função Logarítmica	43
Figura 17 - Número de Euler na calculadora.....	45

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – A quantidade da palavra “Euler” nos livros didáticos	34
Quadro 2 – Euler na Coleção Multiversos Matemática	35
Quadro 3 – Euler na Coleção Conexões Matemática e suas Tecnologias	36
Quadro 4 – Euler na Coleção Prisma Matemática e suas Tecnologias	39
Quadro 5 – Euler na Coleção Diálogo Matemática e suas Tecnologias	42
Quadro 6 – Informações Comuns do Inventário, por Coleções de Livros Didáticos	43
Quadro 7 – Categorização dos dados da investigação, CAT01	45
Quadro 8 – Categorização dos dados da investigação, CAT02	46
Quadro 9 – Categorização dos dados da investigação, CAT03	47

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
2	METODOLOGIA	16
3	CONTEXTUALIZANDO O USO DOS LIVROS DIDÁTICOS NA EDUCAÇÃO BÁSICA.....	22
4	A SUBMISSÃO DA EDUCAÇÃO BÁSICA A BNCC	27
5	ANÁLISE E DISCUSSÕES	32
5.1	UM INVENTÁRIO DO NÚMERO DE EULER	32
5.2	O NÚMERO DE EULER NOS LIVROS DIDÁTICOS.....	44
6	CONCLUSÕES	48
	REFERÊNCIAS.....	51

1 INTRODUÇÃO

A Matemática curricular estudada na educação básica contemporânea, além de contar com o professor, figura de expresso conhecimento explicativo e didático, também conta com o auxílio, orientação e direcionamentos do processo educativo por meio de materiais didáticos, e dentre eles destaca-se os livros didáticos.

Os livros didáticos são operacionalizados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) e regulamentado pelos parâmetros educacionais brasileiros, a BNCC, eles são documentos norteadores que estão relacionados a vivência de sala de aula, por isso tendem a estar adequados a tais situações, bem como direcionar professores e alunos na execução do ensino e da aprendizagem escolar.

Nesta perspectiva, ao discutirmos sobre livros didáticos, temos que muitos elementos curriculares matemáticos por vezes deixam de ser explorados, ou seja, não são enfatizados de forma específica a ponto de corroborar com a compreensão do alunado. Problematizando a situação supracitada em torno de um elemento matemático, temos um problema diretriz que indaga “O que os livros didáticos de matemática do ensino médio apresentam a respeito do Número de Euler?”. Com essa pergunta, buscamos saber quanto às abordagens a esse componente curricular, bem como as ênfases que possibilitam o desenvolvimento e compreensão do conteúdo.

Tomando como base o conteúdo o Número de Euler, pretende-se ao longo dessa investigação, buscar em livros didáticos do ensino médio, abordagem dada a esse número irracional.

Orientados pelos princípios da pesquisa bibliográfica, realizamos um estudo sobre a disposição desse componente curricular nos livros didáticos, usando deste mecanismo de investigação supracitado, ou seja, uma pesquisa dentro de estudos já integralizados, com o auxílio de leitura e fichamentos – método que utilizamos para retirar informações relevantes de literaturas concernentes ao nosso objeto de pesquisa, organizando-as de modo a facilitar sua compreensão teórica, empreender o levantamento, mapeamento e análise dos dados obtidos.

Neste sentido, sob as orientações de categorização de Moraes (1999), criamos categorias, de modo a organizar os dados sob critérios, onde em cada grupo criado enquadra os de mesmas características e abordagens.

Esse processo de constituir os conjuntos de dados tem por intuito proporcionar de forma pragmática perspectivas desafiadoras conforme o avanço da investigação qualitativa, neste sentido, ao longo do processo buscamos unir informações de natureza concernentes, por meio de critérios estabelecidos. Conforme Moraes (1999, p. 2), ele não se restringe somente a uma técnica comum de metodologia com identidade própria, mas constitui-se um processo sistemático, qualitativo ou quantitativo, que auxilia uma nova compreensão da mensagem, almejando o entendimento aguçado do material apresentado, usando como aspectos norteadores dessa prática a indução e a intuição, táticas de investigação que concerne para o aprofundamento da compreensão.

Nesse sentido, esta pesquisa está fundamentada nesse recurso metodológico, e objetiva-se de forma geral inventariar as formas com as quais o Número de Euler é apresentado num conjunto de livros didáticos do ensino médio. Diante de tal faz-se necessária uma análise de dados tendo em vista apresentação deste componente curricular.

A análise de dados foi pautada no desempenho do objetivado, a construção do inventário, bem como o desenvolvimento das categorias nos dados inventariados, elas auxiliarão no processo de transformação das informações, dessa forma para a formulação das categorias é necessário pensar o que temos em vista categorizar, pois elas devem ser munidas de um significado, com relação direta ao objeto que estamos investigando, o Número de Euler, a constatação de sua abordagem e aplicabilidade nos livros didáticos.

Nesta pesquisa utilizamos o estilo de categoria apriorística, também denominadas de categoria prévia, de acordo com Campos (2004, p. 614) ela justifica-se pela experiência e pensamento pré-definido pelo investigador sobre o objeto em estudo, o uso da indução. Neste sentido, das categorias construídas, por exemplo, temos a terceira categoria que aborda a associação do Número de Euler a outros componentes curriculares dentro dos livros didáticos. Todas as categorias que criamos são em forma de indagação, no intuito de ao categorizar, respondê-las. A forma direta com que a categoria apriorística trabalha, fundamenta a sua utilização dentro do processo de análise, visto que o a objetividade do empenho para executá-la, torna o procedimento de categorizar mais fácil.

Do campo de pesquisa, tendo em vista proporcionar respostas a problemática instituída, selecionamos livros didáticos de matemática do ensino médio, ao todo, quatro coleções compostas de seis volumes cada uma.

O resultado de nossa pesquisa está estruturado em referencial teórico contextualizando o uso dos livros didáticos e da BNCC, seguido de uma seção com a inventariação e categorização dos dados, e por fim apresentação dos resultados e conclusões.

2 METODOLOGIA

Pesquisa é constituída de um processo sério e cuidadoso, que necessita de um empenho científico para adentra-se em aspectos da realidade e/ou desvendar verdades segmentadas ou por vezes incompletas, culmina em um procedimento de buscar resoluções a uma problemática proposta. Para realizá-la foi necessário obter dados e configurar uma metodologia a ser empregada. Lakatos e Marconi (1992, p.43) explanam que “os dois processos pelos quais se podem obter dados são a *documentação direta* e a *indireta*”.

Nesse sentido compreendemos que seja necessário ressaltar que a primeira está associada a obtenção de dados em campo ou laboratório, ou seja, a documentação direta possui pensamentos e critérios primários próprios do investigador, mediados pela observação, entrevista, ou pelo uso de instrumentos físicos de investigação. Por sua vez, a documentação indireta apropria-se dos dados obtidos por terceiros, podendo já ter recebido tratamentos ou não, assim têm-se uma divisão quanto as fontes, que Lakatos e Marconi (1992, p.43) apresenta como “*pesquisa documental* (ou de fontes primárias) e *pesquisa bibliográfica* (ou de fontes secundárias)”.

Nossa pesquisa foi orientada pela pesquisa bibliográfica e apresenta como objeto de estudo o conteúdo do Número de Euler nos livros didáticos do ensino médio, haja vista que ela constitui-se do uso de dados já tratados proveniente da execução de pesquisa em andamento ou já finalizadas, dispostos em materiais bibliográficos publicados, que conforme apresentado por Lakatos e Marconi (1992, p. 43-44) tem por intuito central inteirar o investigador acerca de tudo o já existe sobre determinada temática, e citam as perspectivas de Trujillo (1974) e Manzo (1971), as quais expressam que esse método de investigação proporciona ao investigador apoio em suas pesquisas e tratamento de informações, e ademais busca respostas a sua problemática, conduzindo-o a exploração de novos conceitos e áreas ainda omissas.

Das fases que compreende uma pesquisa bibliográfica Lakatos e Marconi (1992, p. 44) apresentam como essenciais para o desencadear da investigação etapas como: escolha do tema, fichamentos, análise e interpretação.

Desse modo, entendemos que a temática a ser escolhida é considerada um dos pontos fundamentais para o desencadeamento da pesquisa, para tanto,

destacamos um aspecto direcionador, que é a disponibilidade de literaturas para um estudo global do tema, a contemplar esse critério justifica-se por saber que um dos mecanismos de auxílio ao ensino na educação básica é o livro didático, tendo disponibilidade desse recurso didático para análise, temos que é possível saber sobre a apresentação do tema - o Número de Euler e também do conteúdo geral que está sendo trabalhado, e se os pontos que estão sendo frisados são pertinentes para o desenvolvimento do conteúdo no processo de ensino e aprendizagem.

Assim, retomamos a questão diretriz da nossa pesquisa: “O que os livros didáticos de matemática do ensino médio apresentam a respeito do Número de Euler?”. A partir do objetivo geral: inventariar as formas com qual o Número de Euler é apresentado nos livros didáticos do ensino médio, e apresentamos os objetivos específicos: a) inventariar o componente Número de Euler nos livros didáticos; b) identificar as abordagens didáticas utilizadas na exploração do Número de Euler nos livros selecionados.

Da necessidade do estabelecimento de critérios metodológicos a serem trabalhados, a abordagem sendo pesquisa bibliográfica, conduz a uma investigação intrínseca do proposto na questão diretriz, nessas circunstâncias analisaremos literaturas de natureza didática, conforme fulcram os objetivos, para posteriormente submetermos a um processo de tratamento desses dados.

Utilizamos os livros didáticos, materiais destinados para auxiliar o professor no processo de ensino em sala de aula, concernente a um dos pontos frisados para a execução da pesquisa bibliográfica, a disponibilidade de materiais para o estudo. Dessa forma, os livros selecionados são atuais e estão disponibilizados para o curso do ensino médio nas escolas brasileiras, todos disponíveis na plataforma do PNLD do Ministério da Educação (MEC), quanto a seleção das coleções, utilizamos todas as coleções presentes no repositório para o ensino médio no ano de 2022.

Dos materiais selecionados estão as seguintes coleções: Prisma Matemática e suas Tecnologias – Editora FTD, 2020, Multiversos Matemática - Editora FTD, 2020, Diálogo Matemática e suas Tecnologias – Editora Moderna, 2020, e Conexões Matemática e suas Tecnologias – Editora Moderna, 2020.

Outro ponto essencial que auxiliou a pesquisa foi à realização de fichamentos, coletar dados por meio da leitura e organização em fichas do material analisado, esse processo permitiu compreender de forma reflexiva os procedimentos metodológicos que adotamos nesta pesquisa, Campos (2015, p. 17) aponta que

para se fichar um texto, artigo ou livro, requer do investigador organizar-se quanto ao tipo de fichamento escolher, bem como as literaturas concernentes ao seu problema de pesquisa e a metodologia que almeja adotar.

Neste sentido, ao longo do itinerário de execução da pesquisa, o advento da realização da mesma configurou-se por escolher e fichar literaturas que descrevem a pesquisa como objeto de estudo, onde por meio delas podemos inferir acerca dos objetivos prévios da investigação, que nos auxiliaram a fundamentar a pesquisa, tal ação nos conduziu a que tipo de literaturas deveríamos fichar para amarrar ao tema e a pergunta diretriz da investigação.

Campos (2015, p. 17) apresenta os princípios da elaboração de um fichamento com finalidade de esclarecer e auxiliar o pesquisador dentro do seu empreendimento:

A importância do fichamento para a assimilação e produção do conhecimento é dada pela necessidade que tanto o estudante, como o docente e o pesquisador têm de manipular uma considerável quantidade de material bibliográfico, cuja informação teórica ou factual mais significativa deve ser não apenas assimilada, como também registrada e documentada, para utilização posterior em suas produções escritas.

Assim, adepto a perspectiva da criação de fichas no processo de investigação, para a otimização da leitura em prol da pergunta diretriz deste trabalho e seus objetivos foram integralizados por meio da realização de fichamentos, da análise textual a fundamentação de critérios para a organização dos dados pesquisados, todos, sem exceção, submetidos e maturados por meio da leitura atenta e sistemática conforme as orientações da pesquisa bibliográfica.

O uso dos fichamentos na compreensão do processo metodológico permitiu um entendimento aguçado acerca dos objetivos de pesquisa propostos para a partir deles conjecturar aspectos válidos e apropriados para a para o tratamento e interpretação dos dados durante o procedimento de categorização, ou seja, a criação das categorias pensando em previamente atender o problema de pesquisa.

Ao tratamento dado as informações obtidas, ou seja, os critérios de categorização utilizados no estudo, devem possuir fundamentação nos aspectos que direcionam a pesquisa, a análise de livros didáticos, em primeiro plano usando critérios prévios, enquadra-se a inventariação do objeto de pesquisa, o Número de Euler, posteriormente em critérios mais emergente, a aplicabilidade e compreensão do objeto. Dessa forma, objetiva-se não somente a análise sintaxe dos dados

retirados dos materiais de investigação, os livros, mas trabalhar o contexto de aplicação do material. Esse trabalho requer o total empenho do investigador no papel de reconstrução do contexto dos dados analisados, visto que as categorias que serão estabelecidas no processo culminam na integralização da problemática central.

Como coloca MORAES (1999, p. 6) “a categorização é um procedimento de agrupar dados considerando a parte comum existente entre eles”. Neste sentido procura-se um critério que venha a fundamentar cada conjunto de dados, tendo cada um deles sua especificidade própria, esse tipo de classificação exige unicidade em sua divisão, ou seja, o grupo deve estar fundamentado em um aspecto categórico, e necessariamente este deve ter relação direta como os objetivos e a problemática em uso na análise do material, convém ressaltar o contínuo processo de compreensão na investigação dos dados, visto que na mensagem não há informações explícitas, é preciso extrair os significados presentes nelas, lembrando-se que a cada nova realização desse sistema, é possível que se alcance novas acepções.

Nesse estágio metodológico o uso da criatividade é indispensável, sobretudo na formação das categorias, todavia, existe algumas exigências que devem ser cumpridas para que seja uma classificação reciprocamente exclusiva e sólida, assim os conjuntos “devem ser válidas, exaustivas e homogêneas” (MORAES, 1999, p.6).

Salientamos que os critérios devem ser devidamente interpretados, considerando as diferenças, corroborando com o processo de compreensão, caso alguns dos critérios não se mostre correlacionado diretamente com as exigências que decorrem da problematização e seus objetivos, é imprescindível uma justificativa dentro da investigação.

Ao criar categorias faz-se necessário modelar os objetivos dentro de suas condições de existência, como mencionado anteriormente, no caso dessa investigação, utilizaremos de recursos disponíveis para auxiliar no processo, sendo eles alguns mecanismos digitais, de forma inicial, buscando formar uma categoria que enquadre o critério “nos livros tem o Número de Euler?”, para isto, realizamos recortes dos livros, com a ferramenta captura de tela, e posteriormente, com base nos critérios configurados, tratamos os dados obtidos, categorizando-os e analisando os resultados.

Da constituição das categorias preza-se pela necessidade de serem válidas, pertinentes ou adequadas, em relação a atender o objeto de investigação, bem

como a problemática e objetivos, visto que categorias analisadas devem buscar responder as perguntas que sustentam a pesquisa e constituir-se de aspectos significativos presentes nela, deixando em destaque a ideia da criação de novos grupos e a de grupos úteis, onde quanto menos categorias, melhor, ou seja, manter somente as necessárias. Quanto a validade, pode ela ser construída a partir de um pressuposto, assim possui fundamentação teórica, ou pode expressar-se por meio dos próprios dados, neste caso é feito um processo gradativo de construção.

Dos procedimentos da construção dos grupos categóricos para a investigação, temos que o norte será dado por um aspecto notório na configuração de cada conjunto, sendo ele o perfil *apriorístico*, também nomeado de critério prévio, e como o nome já explicita, são categorias feitas de experiências e interesses pré-definidos pelo investigador e com concernência direta ao objeto de pesquisa, ou seja, a questão problema, neste sentido concordamos que:

Entre os prós e os contras desse tipo de categorização estão inicialmente as comodidades de um certo balizamento, o que permitiria ao pesquisador classificar diretamente suas unidades de análises dentro destas categorias preferenciais e a partir daí diversificá-las em subcategorias. No entanto, percebe-se nitidamente que muitas vezes, partir de categorias pré-definidas pode limitar a abrangência de novos conteúdos importantes que por algum motivo não se “encaixem” nessas categorias prévias, promovendo um certo “engessamento” das categorias temáticas. (CAMPOS, 2004, p. 614)

Conforme os apontamentos enunciados Campos (2004) acerca do perfil supracitado, que exprime a ideia da não mobilidade e flexibilização da categoria temática - conjuntos apoiados e construídos por temas, está relacionado a ideia de construir categorias objetivas e consistentes, ou seja, assumindo o princípio de que os elementos de conteúdo contidos nela são mutuamente exclusivos, tornando-a autêntica.

Para a execução do itinerário de categorização, aconselha-se o uso de codificação para as unidades de análise, para que não haja uma perda de identidade dentro do material de pesquisa. Campos (2004, p. 614) ressignifica o contexto de codificação dentro da categorização e expressa que “é o processo através do qual os dados brutos são sistematicamente transformados em categorias e que permitam posteriormente a discussão precisa das características relevantes do conteúdo”.

Quanto a criação das categorias, conforme desencadeado ao longo desse estudo metodológico, bem como as orientações para a configuração dos grupos,

buscamos criá-las e nomeá-las com relação direta a pergunta diretriz e aos objetivos da pesquisa, neste sentido configurou-se previamente três categorias, respectivamente discriminadas e contextualizadas:

- CAT01 - O que é o Número de Euler?

Neste grupo buscamos por evidências nas literaturas que definam o número de Euler, bem como conceitos, demonstrações, fórmulas, símbolos e aspectos que conduzam ao entendimento do que significa esse componente.

- CAT02 - São apresentados aspectos históricos do Número de Euler?

Neste grupo buscamos traços históricos acerca do número de Euler, a apresentação do descobridor, bem como contribuições históricas que foram anexadas esse componente curricular.

- CAT03 - A quais conteúdos está associado o Número de Euler?

Neste grupo buscamos inventariar os conteúdos que utilizam o componente número de Euler como base adjunta para a sua explicação ou somente a critério de destaque.

Da quantidade de categorias, optamos por criar um número mínimo de grupo, com a condição que o pressuposto de cada uma atenda a realidade da pesquisa, ademais, vale ressaltar que muitas categorias podem comprometer a exigência de autenticidade e unicidade de cada grupo.

3 CONTEXTUALIZANDO O USO DOS LIVROS DIDÁTICOS NA EDUCAÇÃO BÁSICA

O uso do material didático na sala de aula, quando executado com êxito, proporciona segurança ao professor e eficácia ao processo de ensino e aprendizagem, neste caso especificaremos quanto a utilização do livro didático, bem como sua importância e aplicabilidade, sobretudo alguns argumentos favoráveis e críticos correlacionados aos livros didáticos.

O livro didático atualmente no Brasil é disponibilizado gratuitamente a educação básica, ou seja, ensino fundamental I e II e ensino médio, uma ação que segundo Pimentel e Vilarinho (2017, p.38) têm por intuito “subsidiar o trabalho pedagógico dos professores pela distribuição gratuita de coleções de livros didáticos aos alunos”, nomeado de Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), que na resolução nº 12, de 07 de outubro de 2020, do Conselho Deliberativo (CD) do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE), explana que a finalidade do PNLD consiste em:

[...] avaliar e disponibilizar obras didáticas, pedagógicas e literárias, entre outros materiais de apoio à prática educativa, de forma sistemática, regular e gratuita, às escolas públicas de educação básica das redes federal, estaduais, municipais e distrital e às instituições comunitárias, confessionais ou filantrópicas sem fins lucrativos e conveniadas com o Poder Público; (BRASIL, 2020, p. 2)

Neste sentido, sabemos que os materiais de apoio educativo fornecido pelo Ministério da Educação, tem a função de contribuir para o aprimoramento do ensino, dessa forma, dos processos de formação do livro didático, devemos considerar aspectos notórios como a figura do professor, a sutileza com qual os componentes curriculares estão sendo organizados, e a realidade do aluno presentes nas diversas regiões brasileiras.

Quanto ao primeiro aspecto, ao estudarmos o papel do professor junto ao uso do livro didático, convém pensar no labor docente amparado por um material didático, onde o professor deve estudar o conteúdo disponibilizado no livro, alinhar aos seus conhecimentos e consolidar em um planejamento, para posteriormente executá-lo, diante disso, a Resolução nº 12/2020, dispõe também sobre a participação do corpo docente na escolha do material a ser disponibilizado em sala

de aula, visto que são eles os agentes que fazem a ligação entre o conteúdo e a aprendizagem do aluno.

Concernente a essa perspectiva, ressalta-se que:

[...] as discussões acerca da formação do professor, sua preparação, suas práticas e suas dificuldades necessitam ser consideradas quando se busca refletir as contribuições do material didático no desenvolvimento das aulas para a prática pedagógica. (SILVA, 2015, p. 2)

Nessa perspectiva, para o processo de consolidação do livro didático - até chegar na sala de aula, existem alguns trâmites para sua efetivação, de acordo com Pimentel e Vilarinho (2017, p. 38) o itinerário é dividido em alguns estágios para a seleção das literaturas, no qual destaca-se o último ponto evidenciando da divisão das etapas, no que diz:

[...] c) confecção do guia do livro didático, documento que contém as avaliações dos livros aprovados, publicadas pelo FNDE. Este material é enviado às escolas cadastradas no censo escolar. É nesta fase que os professores e demais integrantes da equipe pedagógica fazem as análises das resenhas de cada coleção e selecionam as que estão mais de acordo com o projeto político-pedagógico da escola, com os alunos e professores e, ainda, com a realidade sociocultural das instituições. Após esse processo a escola deve apontar sua escolha e fazer o pedido de duas obras para cada ano e disciplina;

Dessa forma, a participação da unidade escolar – equipe pedagógica, professores e alunos, na seleção dos livros didáticos é prevista no plano de trabalho da PNLD, pensando assim, em melhor atender o objetivo do programa, alinhando aos pareceres dos agentes que serão beneficiados com o objeto, todavia, por vezes ainda se apresentam críticas a esse processo, principalmente durante os cursos em sala de aula, quando professores e alunos já tiveram um tempo de interação com o material.

Sabe-se que é exigido do docente para a execução integral do seu labor um planejamento, evidenciado nos planos de aula, para o norteamiento do seu plano pede-se também que os professores utilizem o livro didático, por vezes o único recurso disponibilizado para instruir o professor nesse processo.

Estudos nos campos da relação entre professor e o livro didático, bem como a sua importância na qualidade do ensino, como o de Oliveira (2014), apontam que o livro didático pode ser visto com um dominador do currículo, todavia, esse ponto de vista pode gerar várias reflexões, algumas partindo do público que é diretamente

beneficiado pelo objeto, como professores e alunos, e também por pesquisadores adeptos a área de estudo de materiais didáticos.

Em uma perspectiva geral o livro didático é um instrumento que permite ao processo de ensino e aprendizagem, bem como os seus agentes – professores e alunos, basear-se em evidências, usufruir de um material concreto, mesmo já na atualidade, mediada pela era da tecnologia, existir alguns aparatos e recursos que realizam com êxito esse trabalho de auxiliar o método.

Embora o PNLD e o uso do livro didático nas escolas corrijam parte das deficiências educacionais escolares, Pimentel e Vilarinho (2017) apresentam algumas críticas que são suscitadas por estudiosos da área, como Di Giorgi et al. (2014) e Oliveira (2014) que discorrem a respeito das atribuições do livro didático, bem como sua dupla identidade, nos contextos de formação de professores e de orientador dos trabalhos pedagógicos, mas apresentam alguns obstáculos gerados na aprendizagem do alunado, por conta das dificuldades de compreensão dos elementos curriculares, presos a teoria – conceitos e enunciados, e distantes da prática - atividades concretas e lúdicas, que despertem o interesse e a atenção dos discentes.

Adepta a perspectiva do estudo das identidades supracitadas, dadas ao objeto didático, ao nortear-se pelo pensamento dos estudiosos dessa linha, convém suscitar um ponto crítico e que por vezes é estratégico, como explana e seus escritos Di Giorgi et al. (2014), o da lucratividade editorial que ao pensar na rentabilidade - produção e comercialização - que os materiais podem gerar, ou seja, o pensamento mercadológico, não fulcram em produzir obras qualificadas, que abordem da forma como se coesa e coerente os componentes curriculares, os parâmetros e a realidade.

Da finalidade objetivada das literaturas por legislação de ser ponto de referência para o docente na sala de aula, desliga-se do que é essencial como os aspectos supramencionados, compromete inteiramente todo o processo de ensino e aprendizagem e de formação do conhecimento mútuo, tanto sob o olhar de quem ensina e de quem é ensinado.

Visto também como modelador cultural escolar tanto de professores quanto alunos, Pimentel e Vilarinho (2017) apontado os estudos de Silva (2012) configura o livro didático com essa também identidade, imprime a importância do seu uso na educação básica, mas reitera que as críticas são eminentes quanto a qualidade dos

objetos, sobretudo, na disponibilidade dos conteúdos apresentados e recursos visuais e históricos dispostos neles.

De acordo com Di Giorgi et al. (2014, p. 1028), muitas das críticas aos livros didáticos e ao PNLD se intensificaram por meio da atenção dos professores aos livros didáticos oferecidos a educação infantil – 1ª a 4ª série, a partir de moções críticas a respeito das obras, e da não adequação a realidade, o MEC passou a realizar estudos de avaliação pedagógica de livros aprovados no PNLD, consolidando em comissão por meio desses estudos o Guia dos Livros Didáticos, conforme apresentado na Figura 1, com orientações e direcionamentos em forma de resenha, acerca da construção e/ou aperfeiçoamento das literaturas. Esse material que é enviado as unidades de ensino, bem como para professores e equipe pedagógica, para auxiliar no processo de seleção dos livros didáticos.

Figura 1 – Guia dos Livros Didáticos PNLD 2022



Fonte: Portal PNLD (2022)

O Guia dos livros didáticos é produzido anualmente pelo PNLD, em seu próprio corpo é explicitado o porquê da sua leitura integral pelo público-alvo, como se aponta:

Aqui você encontrará informações sobre as obras aprovadas no PNLD 2021 e, agora, disponíveis para chegar até a sua instituição. Para ajudar nessa escolha, diversas resenhas foram escritas, com o intuito de apresentar não apenas a estrutura que forma cada obra didática, mas também seus conteúdos, princípios, fundamentos teóricos e suas propostas de atividades e avaliação. (BRASIL, 2021, p. 3)

Nesse sentido quando a unidade escolar entra em contato com as obras didáticas, todo esse material já passou por uma comissão avaliadora com objetivos

específicos quanto as perspectivas de acessibilidade de conteúdo, didática, compreensão e articulação com as orientações da BNCC, dentre outros.

Mesmo diante de muitas críticas de caráter pertinente ao livro didático, como supramencionado, convém apontar sua importância no processo educacional, Oliveira (2016, p. 2) parafraseando os estudos de (ABREU; GOMES; LOPES, 2005), apresenta que “o livro didático ainda é um material elaborado com o intuito de ser uma versão didatizada do conhecimento para fins escolares e/ou com o propósito de formação de valores”. Por vezes nas diversas realidades de educação que se encontram espalhadas por todo o Brasil, como apresentado pela autora em sua pesquisa esse material didático é o único suporte existente para amparar docentes e discentes no planejamento, construção e execução do conhecimento.

Uma das finalidades do material didático, como mencionamos anteriormente, e que pode ser fruto de várias interpretações positivas ou negativas, é o apoio ao docente em suas atividades pedagógicas, Oliveira (2016, p. 2) ressalta que o livro didático tem por “intuito tornar o trabalho do professor mais fácil e rápido em determinadas situações, como no planejamento”. Enfatizando uma perspectiva positivista acerca desse objetivo, tem-se que muitas das coleções de livros disponibilizadas ao ensino básico são munidas de uma carga de conhecimento extensa, aguçada, lúdica e criativa, a possibilidade de integrar dentro dos elementos curriculares dispostos nos livros, tanto conteúdo, quanto história, marcos, curiosidades, experiências, exemplos e afins, além de proporcionar a todos esses aspectos uma identidade visual própria ao entendimento do público-alvo, com a riqueza de gravuras, dados realísticos e conteúdos com fortes traços teóricos, todavia de fácil entendimento e que conduzem a produção de exercícios práticos.

Dos materiais didáticos atuais produzidos a partir de 2019, todos já se encontram mediados pela regulamentação da BNCC, em vigor desde de 2018, dispostos em áreas, subáreas, eixos, Competências e Habilidades, proporcionando ao docente, agente que operacionalizará o processo de ensino, a funcionalidade, praticidade e organização dos componentes, corroborando em planejamentos autênticos e didáticos, que viabilizam a aprendizagem.

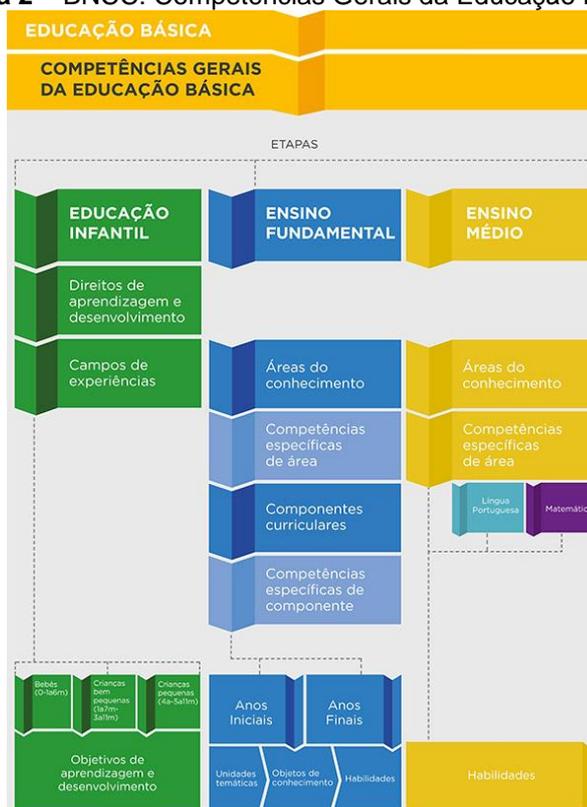
4 A SUBMISSÃO DA EDUCAÇÃO BÁSICA A BNCC

Após intensos estudos nos campos educacionais de currículo, formação, ensino e aprendizagem uma nova proposta educativa para a regulamentação e orientação da educação básica foi instituída por meados de dezembro de 2017 para as etapas de educação infantil e ensino fundamental e no ano de 2018 para o ensino médio, nomeada de Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Com intuito primacial de aprimoramento da educação no Brasil, ademais promover o desenvolvimento do conhecimento didático, cognitivo, crítico, cultural e científico, além de proporcionar a autonomia ao estudante, visando também o trabalho de competências relacionadas ao reconhecimento e contextualização dos seus traços históricos e culturais, além de suscitar aspectos cruciais na fase de aprendizagem, com o exercício da responsabilidade, resiliência, da participação e criatividade do alunado, sobretudo a sua valorização socioemocional.

A BNCC fruto de um compilado de estudos e contribuições, onde estão dispostos os conteúdos mínimos a serem trabalhado no ensino básico, ou seja, educação infantil, ensino fundamental I e II e ensino médio, está porcionada em orientações gerais – parte introdutória do documento, competências gerais que visa o desempenho dos alunos ao longo das etapas de curso na educação básica, competências específicas que dizem respeito as áreas do conhecimento e aos componentes curriculares e as habilidades referentes aos diversos objetos de conhecimento. Está estruturada também na divisão das modalidades de ensino, a educação infantil (jardins e pré-escolar), ensino fundamental (anos iniciais - 1º ao 5º ano e anos finais do 6º ao 9º ano), ensino médio (1ª a 3ª série).

Conforme a modalidade de curso o documento apresenta divisões próprias quanto ao que deve ser trabalhado, unidades temáticas e áreas do conhecimento, como na Figura 2 na próxima página, apresenta-se também rubricas informativas acerca de cada tópico proposto, como os supracitados. Exemplificando, para o ensino médio, as áreas são quatro divididas em Matemática e suas Tecnologias, Linguagens e suas Tecnologias, Ciências da Natureza e suas Tecnologias, Ciências Humanas e Sociais aplicadas, explorando as competências específicas de cada área, apresenta-se as disciplinas como estão dispostas na grade curricular, ou seja, Matemática, Língua Portuguesa, Física e dentre outras.

Figura 2 – BNCC: Competências Gerais da Educação Básica



Fonte: BNCC, 2018.

Em considerações gerais a BNCC carrega consigo um material educacional que se mostra, ou procurar apresentar diretrizes, preocupando-se com a organização e fundamentação de um currículo autêntico e conciso, que proporcione a autonomia de todos os agentes que compõe a educação básica (aluno, professor e escola).

Em seus estudos sobre a BNCC (PERONI; CAETANO; ARELARO, 2019, p. 46) explanam que para as autoridades educacionais o então documento norteará a “formação de professores, adequação de livros e recursos didáticos, alinhamento nas avaliações e será utilizada para provimento de infraestrutura escolar, ou seja, é a espinha dorsal da reforma da educação”. Neste sentido, ao refletir sobre a importância do documento, é possível que o mesmo suscitou na indústria comercial novas perspectivas que se transformaram em apoio e implementos, que buscaram firmar parceria na construção de materiais didáticos e planos de aula para professores com fundamentação na BNCC, conjecturando trabalhos voltados para a construção e produção de objetos educacionais para o ensino médio a serem disponibilizados na plataforma Google® e também YouTube®, que passaria a se chamar YouTube Edu®.

Instituída por fases a base normativa da educação brasileira teve sua primeira versão disponibilizada em no ano de 2015, e junto a ela levantaram-se também inúmeros pontos negativos, um dos marcos colocados em evidência foi o da obrigatoriedade do uso do documento em todo o país, após seu período de implantação que se integralizou em 2019, autores como (PERONI; CAETANO; ARELARO, 2019) suscitando aspectos presentes na Constituição Federal de 1988, apresentam que tal medida contraria direitos constitucionais dados a educação no Brasil, como dispõe o Art. 206:

O ensino será ministrado com base nos seguintes princípios:

I - Igualdade de condições para o acesso e permanência na escola;

II - Liberdade de aprender, ensinar, pesquisar e divulgar o pensamento, a arte e o saber;

III - pluralismo de ideias e de concepções pedagógicas, e coexistência de instituições públicas e privadas de ensino;

IV - Gratuidade do ensino público em estabelecimentos oficiais;

V - Valorização dos profissionais da educação escolar, garantidos, na forma da lei, planos de carreira, com ingresso exclusivamente por concurso público de provas e títulos, aos das redes públicas; (BRASIL, 1988, n.p)

Conforme (PERONI; CAETANO; ARELARO, 2019, p. 42), sobre o ponto da obrigatoriedade da BNCC, acorda-se que no inciso III do artigo supramencionado, discorre-se a respeito de contexto de ideias no plural, visto que no ambiente escolar não é possível e nem se admite aclamar uma só concepção e/ou ideia, as concepções pedagógicas devem ser construídas com base na diversidade existentes, valorizando os diferentes pontos de vistas e pareceres interpessoais.

Já Macêdo (2014, p. 1538) apresenta que “a defesa de uma base nacional comum para o currículo tem funcionado como uma das muitas promessas de dar qualidade à educação para diferentes grupos da sociedade”, citando as ideias de Moreira (2010), a autora ressalta que a defesa de uma base, busca dar respostas a muitas demandas, e surte um efeito de garantia acerca do aspecto qualidade educacional. E sob esse mesmo ponto, ao traçar um mapeamento sobre a defesa da BNCC, por meio de discursos em plataformas da internet, identificou-se a presença de apoiadores novos do âmbito privado, políticos não-públicos, por vezes munidos de interesses secundários.

Dando ênfase nesse propósito apresentado pelos defensores sobre a qualidade da educação, preconizando uma ideia evidente diante dos diversos interesses, Mozena e Ostermann (2016, p. 327) apresentam que “essa base pode vir a ser o marco de um grande retrocesso, pois da maneira que tem sido encaminhada

e discutida, promove a formalização de um ensino focado em conteúdo, apostilas, avaliações e rankings”, justificando ainda sua perspectiva os estudiosos ressaltam que “exames nacionais/internacionais em larga escala não combinam com dialogia e diversidade”, ou seja, não há sentido lógico que torne fácil a ação de mensurar o conhecimento.

De acordo com Mozena e Ostermann (2016, p. 328) a autonomia proporcionada ao professor pela base, objetivada em valorizar o princípio democrático, culminou em um efeito diferente ao real, como ressalta:

Por outro lado, essa autonomia acabou resultando também em certa responsabilização do professor pelos fracassos da educação brasileira, o que não é verdadeiro, já que principalmente no ensino médio, o currículo tem sido definido na sala de aula por influências externas, como os exames nacionais (por exemplo, ENEM e vestibulares) e os livros didáticos.

Nesse sentido, analisar tais fatores, como por exemplo os exames nacionais como Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) - utilizada para avaliar a educação infantil, Prova Brasil – atua na avaliação do ensino fundamental, Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) - quando criado com a finalidade avaliar o ensino, atual utilizado para o ingresso em instituições de ensino superior públicas e privadas. São avaliações que possuem modelo exposto e estruturado pela BNCC, neste sentido quando há ocorrência de resultados abaixo da média esperada, convencionou-se a responsabilidade ao ensino, ou seja, a autonomia dada ao professor, que está sujeito a contestação em caso de falha no processo, visto que contestar a avaliação corrobora em tornar falha a atuação da BNCC.

Quanto ao currículo de formação para educação básica, alinhado a BNCC, constitui-se também pensar nos materiais didáticos. Os livros didáticos que são disponibilizados aos alunos e professores, devem estar devidamente orientados pelas políticas curriculares, neste caso, ela prevê aspectos quanto ao desenvolvimento educacional do corpo discente, a formação continuada e autônoma dos docentes.

Por sua vez, a área do conhecimento Matemática e suas Tecnologias, por exemplo, direcionada ao ensino médio, ela busca integralizar por meio conteúdos expressos nas unidades temáticas, a ampliação e aprofundamento dos conhecimentos bases que o aluno traz consigo do ensino fundamental, nela propõe-se ainda relacionar o que foi aprendido na modalidade anterior de forma a conduzir os estudantes a uma construção de uma nova perspectiva matemática, pautada em

aspectos notórios da realidade do seu contexto de vida (BRASIL, 2018, p. 527). Concernente ao exposto, os livros didáticos têm essa mesma finalidade, e como instrumento físico curricular presente nas salas de aulas de todas as escolas brasileiras, deve inteirar o processo como ele é proposto.

5 ANÁLISE E DISCUSSÕES

Conforme expõe os processos metodológicos desta investigação quanto realização da pesquisa bibliográfica e categorização dos dados, objetiva-se inventariar informações acerca do objeto de pesquisa dentro de coleções de livros didáticos previamente escolhidas, na primeira etapa desta seção tem-se o inventário de todas as informações relacionadas ao Número de Euler nas literaturas selecionadas, explica-se os mecanismos utilizados para o processo de catalogação e comentários sucintos sobre a apresentação de cada coleção.

O inventário possibilita uma visão geral do objeto dentro dos livros, sua organização em quadros proporciona ao investigador agilidade no processo de tratamento e compreensão dos dados. Neste sentido na subseção a seguir a esquematização dada as informações, desde a codificação, a busca pelo objeto de pesquisa, compilação de elementos e conceitos em quadros e a apresentação de figuras, são trâmites precursores para a fase de aplicação das três categorias prévias estabelecidas na metodologia.

5.1 UM INVENTÁRIO DO NÚMERO DE EULER

Os materiais selecionados para a obtenção dos dados fazem parte das coleções de livros didáticos disponibilizadas a educação básica por meio do PNLD, todas as literaturas estão presentes no repositório uma plataforma vinculada ao MEC, disponível no endereço eletrônico (<https://pnld.nees.ufal.br/>), nele encontra-se todas as orientações para o uso do programa e seus subsídios.

Foram selecionadas quatro coleções de livros didáticos, cada uma com seis unidades, totalizando 24 materiais didáticos para serem analisados, almejando a aquisição de dados para a investigação, quantos aos livros didáticos disponibilizados para o ano de 2022, existe uma nova organização dos conteúdos nos materiais, onde anteriormente no ensino médio os alunos recebiam um único livro para o curso da disciplina de matemática concernente a sua série/ano, neste material era previsto todo o conteúdo a ser trabalhado durante o ano.

Por outro lado, com a consolidação parcial das orientações dadas pela BNCC, uma nova perspectiva de material didático tem sido implementada nas escolas, ela consiste na organização do conteúdo programático do ensino médio, em uma

coleção de livros, ele é formada por seis livros didáticos que abordam determinada área da disciplina, os autores das coleções nomeiam os livros conforme o alinhamento da divisão dos conteúdos dos três anos do ensino médio, ressalta-se que a coleção é para o uso durante todo o curso desta modalidade de ensino da educação básica, por exemplo a coleção Multiversos Matemática, Souza (2020) configura nomes aos seus volumes conforme as subáreas da Matemática e suas Tecnologias são exploradas, como o volume 01 que recebe o título de “Conjuntos e Função Afim”, esse detalhamento é dado no Quadro 1.

Para a melhor organização dos dados da investigação, e tendo em vista o considerável número de obras a serem investigadas, optou-se convencionar códigos para literaturas, no intuito de usá-los durante toda a pesquisa, o código é composto pelas iniciais da coleção a qual o livro pertence, seguido do número do volume da obra na coleção, conforme na Figura 03, exemplificando temos o volume 01 da Coleção Multiversos Matemática, ele concernente aos critérios de codificação recebeu o código representativo de MM01.

Figura 3 - Representação da codificação dos livros didáticos.

Fonte: Elaborado pelo Autor.

Conforme abordado na metodologia de pesquisa e frisando as ideias de Moraes (1999), esta primeira etapa compreende extrair dos dados das fontes de pesquisa, neste caso os livros didáticos, e deixá-los em condições de receber tratamento.

Inicialmente analisando as quatro coleções, pretendíamos saber se o sujeito presente na pergunta diretriz da pesquisa – o Número de Euler - recebia alguma menção nas literaturas, visto que os materiais estão na forma digital, viu-se a possibilidade de utilizar alguns mecanismos digitais a favor da investigação. Neste sentido usando o navegador da internet Microsoft Edge® para abrir o arquivo dos livros digitais, é importante esclarecermos que dentro da plataforma há uma ferramenta com ícone de lupa, a partir foi possível identificar nos livros onde existia alguma ou nenhuma referência ao Número de Euler, digitando a expressão “Número de Euler” a ferramenta não computava nenhuma informação, então resolveu-se

submeter somente a palavra “Euler” e observar as informações obtidas, por meio desse mecanismo, obteve-se também a informação da frequência de vezes com que a palavra aparece nas literaturas conforme o Quadro 1. Com base nesses dados restringiu-se o campo de pesquisa de 24 para 18 literaturas, visto que em seis foram descartadas da investigação, pois não se obteve sucesso nos processos de identificação realizados.

Quadro 1 - A quantidade da palavra “Euler” nos livros didáticos.

Coleção	Código Livro	Livro didático	Frequência de vezes
Multiversos Matemática	MM01	Conjuntos e Função Afim	03
	MM02	Funções e suas Aplicações	00
	MM03	Sequências e Trigonometria	00
	MM04	Matemática Financeira, Gráficos e Sistemas	05
	MM05	Geometria	41
	MM06	Estatística e Probabilidade	00
Conexões Matemática e suas Tecnologias	CM01	Grandezas, Álgebra e Algoritmos	00
	CM02	Funções e Aplicações	01
	CM03	Estatística e Probabilidade	00
	CM04	Trigonometria	10
	CM05	Geometria Plana e Espacial	31
	CM06	Matriz e Geometria Analítica	00
Prisma Matemática e suas Tecnologias	PM01	Conjunto e Funções	10
	PM02	Funções e Progressões	05
	PM03	Geometria e Trigonometria	02
	PM04	Sistemas, Matemática Financeira e Grandezas	03
	PM05	Geometria	30
	PM06	Estatística, Combinatória e Probabilidade	02
Diálogo Matemática e suas Tecnologias	DM01	Grandezas, Medidas e Matemática Financeira	02
	DM02	Geometria Plana	04
	DM03	Geometria Espacial	37
	DM04	Geometria Analítica, Sistemas e Transformações Geométricas	02
	DM05	Estatística e Probabilidade	02
	DM06	Funções e Progressões	03

Fonte: Elaborado pelo Autor.

Com base nos dados apresentados no Quadro 1, procuramos analisar os livros que obtiveremos êxito na pesquisa, no total de 18 volumes, discorreremos ao longo desta seção acerca das informações encontradas.

Em um pensamento esquemático para melhor visualização das informações, foram quadros informativos por coleções quanto a abordagem dada a Euler em cada

livro didático, abaixo de cada quadro será explicado o estilo de apresentação, esse organograma tem por finalidade configurar os dados em unidades, para submeter tais grupos as categorias previamente construídas nos processos metodológicos.

O Quadro 2 apresenta os dados dos livros didáticos que fazem menção e estudo do número de Euler na Coleção Multiverso Matemática, os livros MM01, MM04 e MM05, apresentam dados para o campo de investigação.

Quadro 2 – Euler na Coleção Multiversos Matemática.

Código Livro	Livro didático	Abordagem
MM01	Conjuntos e Funções	<ul style="list-style-type: none"> (Funções) Contexto histórico: <ul style="list-style-type: none"> Leonhard Euler Exercício Diagrama de Euler-Venn
MM04	Matemática Financeira, gráficos e sistemas	<ul style="list-style-type: none"> Apresentação dos conteúdos do livro (Teoria dos Grafos) Leonhard Euler Revisão de conteúdo do livro
MM05	Geometria	<ul style="list-style-type: none"> (Projeções Cartográficas) Contexto histórico: <ul style="list-style-type: none"> Leonhard Euler Relação de Euler Exercícios Orientações de uso do livro Revisão de conteúdo do livro

Fonte: Elaborado pelo Autor.

Conforme exposto no Quadro 2 todos os livros listados fazem menção ao matemático Leonhard Euler (1707 – 1783), no livro MM01 além da apresentação do contexto histórico em forma de caixa de curiosidade nomeada de Matemática em História na unidade referente de relação entre grandezas e noção de Função, especificamente na introdução do conceito de Função, conforme a Figura 4, em um exercício proposto no final do livro - questões de vestibulares - encontra-se uma referência sobre o Diagrama de Euler-Venn.

Figura 4 – Contexto histórico sobre Leonhard Euler.

Matemática na História

Diversos matemáticos, no decorrer da história, contribuíram para o desenvolvimento do estudo das funções. Um deles foi o suíço Leonhard Euler (1707-1783) que, entre outras contribuições, propôs uma notação própria para funções, em que a variável dependente y é substituída por $f(x)$ na lei de formação. Em relação à função cuja lei de formação é dada por $y = 2x$, temos:

$$f(x) = 2x$$

Lê-se: f de x é igual a $2x$.

Fonte dos dados: EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Tradução de Hygino H. Domingues. Campinas: Ed. da Unicamp, 2004. p. 519.

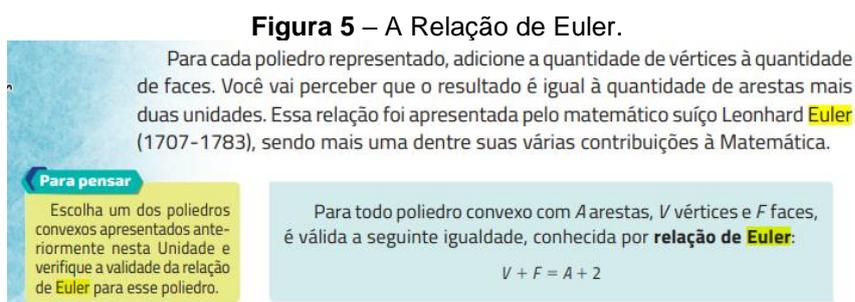


» Euler foi um dos matemáticos mais produtivos de sua época. No decorrer de seus estudos, publicou, entre livros e artigos, mais de 530 trabalhos.

Fonte: SOUZA (2020, p. 71) - Recorte do livro MM01.

No livro MM04 faz-se menção ao matemático suíço ao se abordar os conteúdos de teoria dos grafos na unidade de matrizes, sistemas lineares e transformações de figuras, ademais faz-se um breve apontamento na recapitulação dos conteúdos estudados no livro, em forma de lista de lista para lembrar o público-alvo acerca dos elementos curriculares, vale ressaltar que somente os tópicos e subtópicos são mencionados

Por sua vez no material MM05 traz-se no tópico de projeções cartográficas as participações de Leonhard Euler e em outra unidade apresenta-se o conteúdo de “Relação de Euler” na unidade de figuras geométricas espaciais, área de superfície e volume, com conceitos, propriedades, condições figuras, exercícios resolvidos e exercícios propostos, como ilustra a Figura 5, na literatura encontra-se também referências a Euler nas orientações de uso do livro e nas revisões de estudo.



Fonte: (SOUZA, 2020, p. 71) - Recorte do livro MM05.

Nota-se que nos materiais das literaturas presentes na Coleção Multiversos Matemática, não há nenhuma menção ao Número de Euler em particular, somente explanam estudos relacionados e que possuem Leonhard Euler com fator comum.

Analisando a Coleção Conexões Matemáticas e suas Tecnologias, no Quadro 3 tem-se dados acerca das abordagens encontradas referente a Euler, nos materiais didáticos CM02, CM04, CM05.

Quadro 3 – Euler na Coleção Conexões Matemática e suas Tecnologias.

Código Livro	Livro didático	Abordagem
CM02	Funções e Aplicações	<ul style="list-style-type: none"> Referência para Livro
CM04	Trigonometria	<ul style="list-style-type: none"> Função de Euler Contexto histórico <ul style="list-style-type: none"> Leonhard Euler
CM05	Geometria Plana e Espacial	<ul style="list-style-type: none"> Apresentação dos conteúdos do livro Relação de Euler Contexto histórico Resolução de avaliação nas orientações para professor Exercícios propostos

Fonte: Elaborado pelo Autor.

No volume CM02 o autor somente referência para o livro “Diabo dos números” de Enzensberger (1997) que aborda a Relação de Euler, no intuito do leitor, professor e/ou educando pesquisar e se interessar pelo conteúdo, conforme apresentado na Figura 6.

Figura 6 - Sobre Referência de Obra.

Livros



O diabo dos números: um livro de cabeceira para todos aqueles que têm medo de Matemática

Hans Magnus Enzensberger

São Paulo: Cia. das Letras, 1997.

A Matemática se resume a uma montanha de números? E os cálculos, para que servem? O autor, um dos maiores poetas da língua alemã, escreveu esse livro pensando em quem tem medo de Matemática e não gosta de estudá-la. Robert, personagem que conduz a história, também pensava que os números eram monstruosos, absurdos e inúteis. Mas, um dia, ele começou a sonhar com Teplotaxl, um senhor do tamanho de um gafanhoto com aparência de diabo, que brinca com os números e surpreende com seus conhecimentos matemáticos. As situações sonhadas pelo menino apresentam vários assuntos vistos na escola, como a relação de Euler e a sequência de Fibonacci, de maneira curiosa e divertida. A leitura amplia o universo de conhecimentos de todos os leitores.

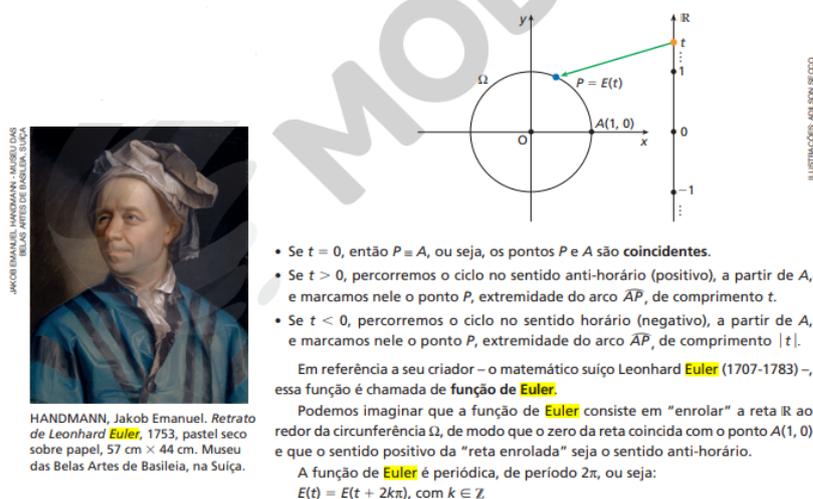
Fonte: (LEONARDO, 2020, p. 151) - Recorte do livro CM02.

O material CM04 faz uma apresentação do conteúdo da Função de Euler com subtópico de ciclo trigonométrico, explanando conceitos, propriedades e exemplos e contexto histórico, como a apresentação do seu descobridor, como ressalta a Figura 7, ademais a sua participação nas funções seno e cosseno e na relação de arcos côngruos.

Figura 7 - Sobre a Função de Euler

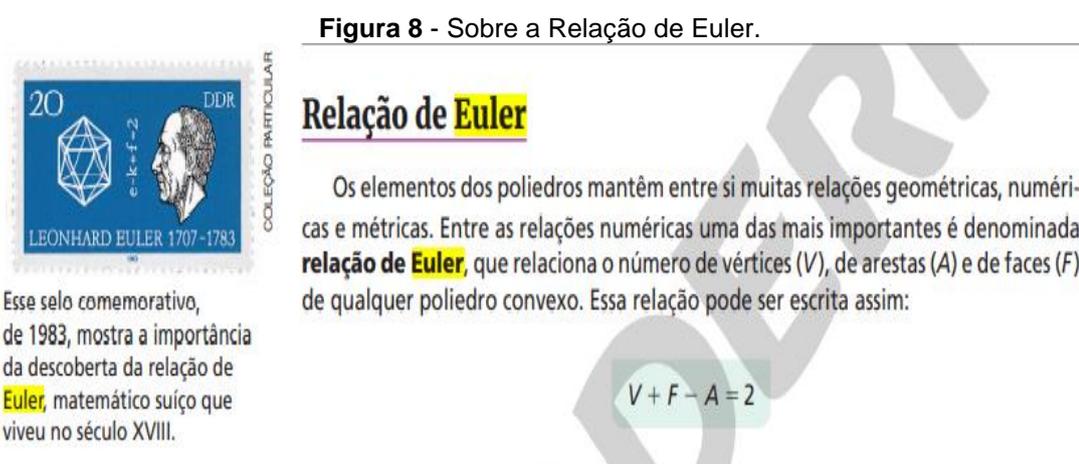
2.1 A função de Euler

Vamos definir a função $E: \mathbb{R} \rightarrow \Omega$ que associa a cada número real t um único ponto P localizado na circunferência Ω , conforme ilustrado a seguir.



Fonte: (LEONARDO, 2020, p. 80) - Recorte do livro CM04.

No livro CM05 explana-se ao longo do capítulo de Poliedros na seção de poliedros convexos e não-convexos, o conteúdo a Relação de Euler, apresentado definições, contexto histórico, fórmulas, figuras, exemplos e exercícios propostos, conforme aponta a Figura 8, que aponta um selo comemorativo acerca da descoberta do conteúdo. Por outro lado, a coleção “Conexões Matemática e suas Tecnologias”, não traz evidências particulares sobre o Número de Euler, mas integraliza relações válidas como mencionar o matemático Leonhard Euler.



Fonte: (LEONARDO, 2020, p. 68) - Recorte do livro CM05.

Em sequência tomamos para obtenção de dados a Coleção Prisma Matemática e suas Tecnologias, um fato recorrente, é que todos os volumes que formam este grupo fazem menção a Euler, nas suas diversas ramificações e áreas, conforme aponta o Quadro 4.

Quadro 4 – Euler na Coleção Prisma Matemática e suas Tecnologias.

Código Livro	Livro didático	Abordagem
PM01	Conjuntos e Funções	<ul style="list-style-type: none"> • História de números irracionais <ul style="list-style-type: none"> ○ Apresentação do número de Euler ○ Leonhard Euler ○ John Napier • Referência para livro
PM02	Funções e Progressões	<ul style="list-style-type: none"> • Função exponencial • O número de Euler <ul style="list-style-type: none"> ○ Apresentação ○ Contexto histórico ○ Leonhard Euler ○ John Napier • Referência para livro

Continuação...

PM03	Geometria e Trigonometria	<ul style="list-style-type: none"> • Referência para livro
PM04	Sistemas, Matemática Financeira e Grandezas	<ul style="list-style-type: none"> • (Projeções Cartográficas) Contexto histórico: <ul style="list-style-type: none"> ◦ Leonhard Euler • Referência para livro
PM05	Geometria	<ul style="list-style-type: none"> • Poliedros • Relação de Euler • Contexto histórico: <ul style="list-style-type: none"> ◦ Leonhard Euler • Exercícios • Revisão de capítulo • Referência para livros • Orientação de uso do livro
PM06	Estatística, Combinatória e Probabilidade	<ul style="list-style-type: none"> • Referência para livros

Fonte: Elaborado pelo Autor.

Nos seis livros que compõem a Coleção Prisma, destacamos que todos possuem um aspecto em comum, apresentam o conteúdo conduzindo-o a outras obras que podem contribuir com o estudo acerca do Número de Euler e afins, como ilustra a Figura 9, todos os volumes fazem menção a uma única literatura, o livro “O Número de Euler: Possíveis abordagens no ensino básico” de POMMER (2010), que em uma breve consulta a esta obra, notamos a presença do Número de Euler, relacionado a contextualização histórica, o valor do número e sua aplicação em conteúdo da educação básica, como Matemática Financeira.

Figura 9 - Referência sobre o Número de Euler.
POMMER, W. M. **O número de Euler**: Possíveis abordagens no ensino básico. São Paulo: FEUSP, 2010. Disponível em: <https://www.nilsonjosemachado.net/sema20100831.pdf>. Acesso em: 14 ago. 2020.

- Esse material apresenta aspectos históricos sobre o número de Euler, que contribuem para ampliar o estudo sobre o tema.

Fonte: (BONJORNO; GIOVANNI; SOUSA, 2020, p. 159) - Recorte do livro PM01.

O volume PM01 além de apresentar o ponto supracitado, aborda também um tópico voltado ao conhecimento dos Números Irracionais, dedicando uma subtópico inteiro para o conhecimento do Número de Euler, explicando aspectos gerais, o algarismo representante e o estudioso que fez sua descoberta, bem como matemáticos que possuem estudos relacionados e fazem parte da história do Número de Euler, com ressalta a Figura 10 na próxima página.

Figura 10 - Sobre o Número de Euler.

O número de Euler (e)

O número irracional e , chamado de **número de Euler**, cujo valor é 2,718281..., tem diversas aplicações dentro da Matemática, bem como em outras ciências como Economia, Biologia e Estatística. Esse número irracional também é chamado de número de Napier, graças aos estudos relacionados aos logaritmos feitos pelo matemático John Napier (1550-1617).

A primeira referência a esse número foi publicada em 1618, em um trabalho sobre logaritmos realizado por esse matemático. O valor da constante não aparece nesse trabalho, há apenas uma lista de logaritmos naturais de diversos números.

Anos depois, Jacob Bernoulli (1655-1705) indicou um possível valor aproximado para esse número, enquanto estudava soluções para problemas de juro composto no campo financeiro.

Leonhard Euler (1707-1783) adotou a letra e para representar a constante em sua obra **Mechanica**, publicada em 1736, que descreve analiticamente a matemática que rege os movimentos em Física. A verdadeira motivação para a escolha da letra e não é conhecida, mas por ela ser a segunda vogal e por a letra a já estar sendo utilizada no trabalho, talvez essa seja a explicação para a adoção da letra pelo matemático. O número e é bastante utilizado no cálculo de logaritmos e de funções exponenciais e logarítmicas.

Fonte: (BONJORNO; GIOVANNI; SOUSA, 2020, p. 36) - Recorte do livro PM01.

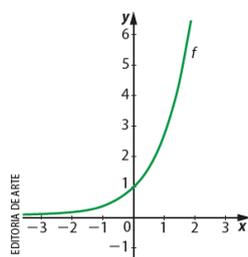
O livro PM02 também traz suas considerações sobre o Número de Euler, dentro do conteúdo de Função Exponencial, conforme apresentado na Figura 11, ele explana a definição do conteúdo, bem como fórmula, símbolo do Número de Euler, e um aspecto relevante é apontado, como é utilização deste Número Irracional na calculadora, notamos que dentro do conteúdo é utilizado com maior frequência o símbolo (e), a letra e em itálico, para representar o Número de Euler.

Figura 11 - Sobre a Função Exponencial

A função $f(x) = e^x$

Vamos agora conhecer a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+^*$ definida por $f(x) = e^x$, que é uma função exponencial cuja base é o número e . Vários fenômenos das Ciências da Natureza podem ser modelados a partir dessa função e ela também é utilizada em diversas aplicações dentro da própria Matemática.

Veja a seguir como é o gráfico dessa função.



PENSE E RESPONDA

- Em que ponto o gráfico da função intersecta o eixo y ?
 - Qual é o valor de $f(1)$?
- 1; $f(1) = e$

Fonte: (BONJORNO; GIOVANNI; SOUSA, 2020, p. 66) - Recorte do livro PM02.

Ademais os autores utilizam o mecanismo de caixa de curiosidade nomeada de “saiba que”, com o intuito de reiterar o alunado sobre algo interessante de se aprender, na caixa expressa-se informações sobre o valor e e o Leonhard Euler o

descobridor do número, além de citar John Napier, que também é homenageado dado seu nome a este número irracional, como enfatiza a Figura 12.

Figura 12 - Sobre o Número de Euler

SAIBA QUE...

O número e , conhecido como número de Euler, é um número irracional cujo valor é 2,718281... Leonhard Euler (1707-1783) adotou a letra e para representar a constante em 1736 em uma de suas obras.

O matemático John Napier (1550-1617) desenvolveu diversos trabalhos envolvendo esse número e , por isso, também é conhecido como número de Napier.

Fonte: (BONJORNO; GIOVANNI; SOUSA, 2020, p. 66) - Recorte do livro PM02.

O livro PM04 além de sugerir referência para estudo em livro como apresentado na Figura 9, também salienta no conteúdo de cartografia as contribuições de Leonhard Euler, por sua vez o material PM05 traz abordagens sobre a Relação de Euler dentro da unidade de sólidos geométricos, no conteúdo de poliedros, apresenta definições, fórmulas, figuras geométricas e exercícios para serem resolvidos, no mesmo íterim ressalta também a figura do matemático suíço desenvolvedor dos elementos matemáticos supracitados, Leonhard Euler.

A última coleção analisada nessa fase de coleta de dados é a Diálogo Matemática e suas Tecnologias, nos seus seis volumes foram encontradas menções voltadas ao Número de Euler e afins, conforme o Quadro 5 abaixo.

Quadro 5 – Euler na Coleção Diálogo Matemática e suas Tecnologias.

Código Livro	Livro didático	Abordagem
DM01	Grandezas, Medidas e Matemática Financeira	<ul style="list-style-type: none"> Referência para livros
DM02	Geometria Plana	<ul style="list-style-type: none"> Referência para livros (Conceito de Funções) Menção histórica: <ul style="list-style-type: none"> Leonhard Euler
DM03	Geometria Espacial	<ul style="list-style-type: none"> Relação de Euler Exercícios práticos Contexto histórico: <ul style="list-style-type: none"> Leonhard Euler Exercícios propostos Referência para livros
DM04	Geometria Analítica, Sistemas e Transformações Geométricas	<ul style="list-style-type: none"> Referências para livros
DM05	Estatística e Probabilidade	<ul style="list-style-type: none"> Referência para livros

Continuação...

DM06	Funções e Progressões	<ul style="list-style-type: none"> • Menção para pesquisa do Número de Euler (Conteúdo de Logaritmo) • Referência para livros
------	-----------------------	---

Fonte: Elaborado pelo Autor.

Todas as literaturas da coleção apresentam referência para livros com o intuito de aprofundamento dos conhecimentos no conteúdo, nos livros do Quadro 5 a obra sugerida é “História da Matemática” de Boyer e Merzbach (2012) que aponta sobre as contribuições de Euler para a matemática, conforme ilustra a Figura 13.

Figura 13 - Sobre Referências para Livros

- BOYER, Carl B; MERZBACH, Uta C. *História da Matemática*. 3. ed. Trad. Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher, 2012.

A História da Matemática é abordada neste livro desde as origens primitivas até o século XX, passando por informações relacionadas ao último Teorema de Fermat e à conjectura de Poincaré, e finalmente chegando aos avanços recentes na teoria dos grupos finitos e demonstrações que contam com o auxílio do computador. Também são descritos fatos sobre a vida e as obras de alguns matemáticos famosos, como Euler, Newton e Bernoulli.

(TEIXEIRA, 2020, p. 160) - Recorte do livro DM06.

Destacam-se na coleção os livros os volumes DM02, DM03 e DM06, que fazem outras abordagens envolvendo Euler, como no livro DM02 dentro da unidade de Funções apresenta as contribuições do Leonhard Euler e outros matemáticos importantes da área, como mostra a Figura 14:

Figura 14 - Sobre Funções

Funções

Em diversas situações do dia a dia, é possível perceber grandezas que, de certa maneira, estão relacionadas. Muitas dessas relações podem ser descritas por um conceito matemático denominado **função**, assunto que provavelmente você já estudou. Tal conceito é relativamente novo, visto que a maior parte de seu desenvolvimento ocorreu nos séculos XVIII e XIX, com contribuições de matemáticos como Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716), Isaac Newton (1642-1727), Leonhard Euler (1707-1783) e Joseph Fourier (1768-1830).

Antes de apresentarmos o conceito de função, vamos estudar a noção de conjuntos, os conjuntos numéricos e o valor absoluto de um número real.

(TEIXEIRA, 2020, p. 75) - Recorte do livro DM02.

A Relação de Euler possui desdobramentos no volume DM03, trazendo as configurações do conteúdo, com definições, propriedades, exemplos, exercícios resolvidos e exercícios propostos, ademais gostaríamos de enfatizar o contexto

histórico, que o livro apresenta ao fazer alusão ao matemático suíço Leonhard Euler, na Figura 15 tem-se ilustrado uma resolução envolvendo o conteúdo.

Figura 15 - Sobre Relação de Euler

R4 Armando construiu a representação de um poliedro convexo de 32 vértices. Sabendo que ele utilizou apenas faces triangulares nessa construção, determine a quantidade de arestas desse poliedro.

Resolução

Sabemos que o poliedro é convexo. Desse modo, a Relação de Euler é válida, ou seja, indicando por V , F e A a quantidade de vértices, faces e arestas, respectivamente, temos:

$$V + F = A + 2$$

Além disso, sabemos que $V = 32$. Assim:

$$V + F = A + 2 \Rightarrow 32 + F = A + 2 \Rightarrow A = F + 30$$

Tem-se ainda que toda face tem 3 arestas (regiões triangulares) e cada aresta é comum a duas faces. Consequentemente:

$$A = \frac{3F}{2} \Rightarrow F = \frac{2A}{3}$$

Substituindo $F = \frac{2A}{3}$ em $A = F + 30$, temos:

$$A = F + 30 \Rightarrow A = \frac{2A}{3} + 30 \Rightarrow 3A = 2A + 90 \Rightarrow A = 90$$

Portanto, esse poliedro tem 90 arestas.

(TEIXEIRA, 2020, p. 75) - Recorte do livro DM03.

No livro DM06 faz-se uma breve menção ao número de Euler ao tratar-se da Função Logarítmica, nela apresenta-se o símbolo, o valor aproximado, e algumas áreas de aplicação, além de sugestões de pesquisas sobre definições do elemento e sua relação com o conteúdo, como apontado na Figura 16.

Figura 16 - Sobre Número de Euler na Função Logarítmica

- Durante essa discussão, explique que o número e , conhecido por número de Euler, número de Napier ou de Neper, é uma constante matemática, muito empregada no estudo de logaritmos e exponenciais. Uma aproximação desse número com oito casas decimais é $e \approx 2,71828182\dots$, o qual é classificado como um número irracional. Esse número possui diversas aplicações na representação matemática para fenômenos, como estudo de juros, decaimento radioativo, entre outros. Destaque que o logaritmo cuja base é o número e é chamado logaritmo natural ou neperiano, cuja notação é \ln . Comente que esse logaritmo pode ser estudado porque satisfaz a condição para a base de um logaritmo, a qual deve ser um número real positivo diferente de 1.

(TEIXEIRA, 2020, p. 69-70) - Recorte do livro DM06.

Finalizamos a seção de inventário de dados, utilizando mecanismos eletrônicos e buscando sintetizar as informações para posteriormente categorizá-las. Diante do exposto, observamos que nas quatro Coleções de livros didáticos

analisadas, a abordagem do Número de Euler é apresentada de modo superficial, isso quando cita, e em algumas não existindo nenhuma menção, por outro lado apresentam referência aberta trazendo temas como a Relação de Euler, Funções, Função de Euler, Função Exponencial, Projeções Cartográficas, Teoria dos Grafos, dentre outros. Apresentando uma síntese de todo o inventário literário feito ao longo deste subtópico, o Quadro 6 em forma de catálogo, reuni as informações comuns em todas as coleções selecionadas.

Quadro 6 – Informações Comuns do Inventário, por Coleções de Livros Didáticos.

Informações Comuns	Coleção Multiversos Matemática	Coleção Conexões Matemáticas e suas Tecnologias	Coleção Prisma Matemática e suas Tecnologias	Coleção Diálogo Matemática e suas Tecnologias
Referência para livro		X	X	X
Leonhard Euler	X	X	X	X
Relação de Euler	X	X	X	X
Função de Euler		X		
Funções	X			X
Função Exponencial			X	
Função Logaritmo				X
Projeções Cartográficas	X		X	
Teoria dos Grafos	X			
Exercícios sobre Euler	X	X	X	X
Número de Euler			X	X

Fonte: Elaborado pelo Autor.

5.2 O NÚMERO DE EULER NOS LIVROS DIDÁTICOS

Ao longo desta seção conforme proposto na metodologia de pesquisa para a execução do objetivo geral da investigação, utilizando os dados obtidos durante a análise das coleções de livros didáticos, aplicaremos as categorias prévias construídas dentro dos processos metodológicos, fundamentadas pela questão problema desta pesquisa, a saber “O que os livros didáticos de matemática do ensino médio apresentam a respeito do Número de Euler? ”.

Nesta etapa de categorização como justifica o estudo de categorias prévias, organizaremos as informações obtidas, nos seguintes grupos criados:

- CAT01 - O que é o Número de Euler?
- CAT02 - São apresentados aspectos históricos do Número de Euler?
- CAT03 - A quais conteúdos está associado o Número de Euler?

Com os dados obtidos na pesquisa buscamos categorizar as informações, nota-se com base na seção anterior que somente duas coleções tratam do Número de Euler, de forma específica na Coleção Prisma Matemática e suas Tecnologias, as obras PM01 e PM02, e na Coleção Diálogo Matemática e suas Tecnologias, a obras DM06.

No Quadro 7 apresentamos as Coleções e os respectivos livros didáticos que satisfazem a categoria 01.

Quadro 7 – Categorização dos dados da investigação, CAT01.

Coleção	Livro	CAT01
Prisma Matemática e suas Tecnologias	PM01	O que é o número de Euler; - Valor aproximado; - Porquê do símbolo e;
	PM02	- Utilização do símbolo e, em fórmula; - Valor aproximado do Número de Euler;
Diálogo Matemática e suas Tecnologias	DM06	- Símbolo do Número de Euler; - Valor aproximado;

Fonte: Elaborado pelo Autor.

Tomando o grupo CAT01, temos que em todas as literaturas categorizadas apresenta-se o símbolo “e” que representa o Número de Euler, explana-se também a aproximação do seu valor, um aspecto relevante é apresentado tanto nos livros PM01 e PM02 quanto a adoção da letra “e” para representar o número, ademais o volume PM02 evidencia a utilização do Número de Euler como base na Função Exponencial, apontando a fórmula para a realização do cálculo e até mesmo o comportamento da curva desta Função em gráfico, como na Figura 11, destaca-se ainda as orientações dada pelos autores neste volume sobre a uso do Número de Euler na calculadora - ilustrado na Figura 17, visto que ele é base de outros cálculos algébricos, todavia não são mencionados nenhum outro cálculo a não ser o de Função Exponencial.

Figura 17 - Número de Euler na calculadora.

Para calcular valores da função $f(x) = e^x$ podemos usar uma calculadora científica, que tem um botão específico para isso. Em geral, essa função fica na mesma tecla da função ln, mas usando o botão .

Por exemplo: para calcular e^2 , pressionamos     e obtemos 7,389056099...

Geralmente, as calculadoras científicas também oferecem uma opção que permite a utilização do número irracional e, sem necessidade de inserir uma aproximação racional. Por exemplo: para calcular $\frac{1}{e}$, pressionamos      e obtemos 0,367879441...

Observação:

A tecla  permite acionar as opções escritas, acima das teclas, na mesma cor da palavra **ALPHA**.

(BONJORNO; GIOVANNI; SOUSA, 2020, p. 66) - Recorte do livro PM02.

No conjunto CAT02, ao apresentar os dados, destacamos que somente nas duas literaturas da Coleção Prisma, menciona aspectos históricos do Número de Euler, como mostra o Quadro 8.

Quadro 8 – Categorização dos dados da investigação, CAT02.

Coleção	Livro	CAT02
Prisma Matemática e suas Tecnologias	PM01	<ul style="list-style-type: none"> - Leonhard Euler (1707 – 1783) - Homenageado por estudos; - Jonh Napier (1550 – 1617) - Homenageado por estudos; - Jacob Bernoulli (1655-1705) - indicação de possível valor aproximado; - Obra Mechanica - adoção do símbolo e;
	PM02	<ul style="list-style-type: none"> - Leonhard Euler (1707 – 1783) - Homenageado por estudos; - Adoção do símbolo e (1736); - Jonh Napier (1550 – 1617) - Homenageado por estudos;

Fonte: Elaborado pelo Autor.

Observamos que ao procurar por contextos e aspectos históricos do Número de Euler, como as rubricas da categoria nos orientam, é comum apenas nas duas obras que atendem os critérios CAT02, a apresentação da figura dois matemáticos importantes no processo de descoberta e novas contribuições quanto a este número irracional. No livro PM01 de (BONJORNO; GIOVANNI; SOUSA, 2020) apresenta-se o matemático suíço Leonhard Euler (1707 – 1783), como criador da obra Mechanica (1736), onde nela conferiu-se ao número de Euler o símbolo e , estudos relacionados a área da Física, todavia não explorados no subtópico, vale ressaltar que Leonhard por suas contribuições é homenageado ao ter tal número irracional denominado com seu nome, ainda na temática de contextualização histórica, os autores no livro citam Jonh Napier (1550 – 1617), outro homenageado que também empresta seu nome a esse número irracional, tornando-o conhecido também como Número de Napier, ele contribuiu na relação entre o Número de Euler e o estudo de logaritmos, Jacob Bernoulli (1550 – 1617), também é mencionado por sua parcela de contribuição ao indicar um possível valor ao Número de Euler, nos seus estudos do campo financeiro.

O livro PM02 da mesma coleção aborda informações sucintas, mas relevantes quanto a história do Número de Euler, assemelha-se ao volume PM01,

visto que apresenta também as contribuições dos dois primeiros matemáticos supracitados.

A categoria a seguir que diz respeito ao emprego do Número de Euler em outros conteúdos, traz uma reflexão relevante, visto que evidencia a dependência de um componente curricular a outro, o Quadro 9 rateia as informações da categorização com a CAT03.

Quadro 9 – Categorização dos dados da investigação, CAT03.

Coleção	Livro	CAT02
Prisma Matemática e suas Tecnologias	PM01	- Números irracionais;
	PM02	- Função Exponencial;
Diálogo Matemática e suas Tecnologias	DM06	- Função Logaritmo;

Fonte: Elaborado pelo Autor.

O grupo CAT03 conseguiu dados nas duas categorias mencionadas no início da seção, primariamente é possível inferir que nos três livros categorizados, o elemento Número de Euler, não possui abordagem exclusiva, estando sempre à mercê de outro conteúdo, neste caso no volume PM01, abriu-se um tópico para se refletir acerca dos números irracionais, dentre eles Número de Euler ganha sua vez como explanado na figura 10.

No volume PM02 associa-se o Número de Euler ao conteúdo de Função Exponencial, visto que ambos possuem uma relação indissociável, os autores procuram conduzir a compreensão temática dos conteúdos pelo público-alvo, nesta literatura há algumas informações e curiosidades sobre o Número de Euler, com salientado na Figura 11 onde são apresentando tais aspectos.

Na segunda coleção temos que a única obra que informa o Número de Euler, apresenta-o com relação ao conteúdo de Função Logarítmica, a obra DM06 faz tal menção dentro da apresentação de um exercício proposto, como ilustrado na Figura 16.

6 CONCLUSÕES

Tendo por objetivo geral inventariar o Número de Euler nos livros didáticos do ensino médio conforme proposto pela pergunta diretriz da pesquisa, buscamos o que dispõe as obras sobre esse componente curricular, a presente pesquisa organizou e apresentou as abordagens dadas nos livros didáticos sobre Número de Euler. No mesmo interm dispôs considerações acerca da utilização desses materiais didáticos na educação básica e os alinhamentos a BNCC, suscitando alguns reflexos do uso de ambos, no processo educativo geral, e em particular na aprendizagem dos alunos, aprimoramento da prática docente e a figura do professor em si.

Para a organização da pesquisa, de cunho bibliográfico, elaboramos categorias com a finalidade ordenar os dados, e tornar o processo de análise conciso. Nesse sentido, organizamos três categorias de análises decorrentes das relações entre a questão diretriz, o objetivo geral e os específicos, a primeira discorreu sobre a apresentação do Número de Euler, a segunda sobre o contexto histórico e a terceira sobre a associação a outros componentes curriculares.

Por meio da análise dos livros didáticos, foi possível identificar aspectos relevantes na estrutura dos mesmos, a organização particular dos conteúdos em cada livro e a contextualização dada a eles, desprendendo-se da objetividade de aplicação dos assuntos matemáticos, ademais a organização didática das informações de cada um.

A partir desse processo investigativo, compreendemos que os livros didáticos constituem-se inteiramente de elementos didáticos que favorecem o processo de ensino e aprendizagem, diante das informações apresentadas no inventariado das literaturas analisadas, podemos constatar tal afirmação, visto que apresenta-se das informações pertinentes acerca de determinados conteúdos em seu corpo-texto, bem como o *layout* das obras preocupa-se em evidenciar as tais dados, de modo a chamar a atenção do público-alvo, percebemos isso nas Figuras 7 e 11, com a apresentação dos conteúdos de Relação de Euler e Função Exponencial.

Na categorização após a realização do inventário dos dados, observamos que as aplicações dadas a “Euler” – termo usado para a pesquisa durante a estágio de inventariação, somente em três volumes do total de 24 livros, fazem menção ao

Número de Euler como elemento curricular, embora inserido dentro de outro conteúdo.

A CAT 01 identificou nos três volumes aspectos que a caracterizam, todavia, explicações breves sobre o que é, como surgiu o símbolo, e o valor aproximado do Número de Euler, mas somente o livro Funções e Progressões (PM02) da Coleção Prisma Matemática e suas Tecnologias faz a apresentação do uso do número em uma fórmula, no contexto para o cálculo de Função Exponencial.

Já na CAT 02 apenas duas literaturas, ambas de mesma coleção, integralizam aspectos históricos sobre o Número de Euler, ao observar as duas menções, notamos o detalhe em apresentar mesmo que de forma suscita as pessoas que deram suas contribuições e até mesmo foram homenageados, emprestando seu nome a esse elemento curricular.

A última CAT03 socializou os conteúdos que abrigaram o Número de Euler em seu corpo de apresentação, como os Números Irracionais e as Funções Exponencial e Logaritmo, este último uma abordagem curta dentro de um exercício proposto.

Portanto, se considerarmos o Número de Euler como um componente curricular a ser explorado no ensino médio, depreende-se que sejam apresentadas informações que permitam o aluno saber com precisão o contexto histórico do Número de Euler, a sua definição, e aplicações clássicas e adequadas ao entendimento de um estudante do ensino médio.

Conforme discorre-se no aporte teórico, os livros didáticos se mostram uma fonte importante para o trabalho docente, pois está associada a formação docente continuada, bem como a orientação das atividades pedagógicas, autores como Oliveira (2014), que apontam os livros didáticos como denominadores do currículo, na perspectiva de BNCC, também expressa no material de revisão teórica deste trabalho, os livros didáticos devem estar inteiramente alinhados a regulamentação da base, caso o contrário, não estão atender tais exigências, compromete a integridades de outros programas, como o PNLD e da BNCC.

Na perspectiva das contribuições relacionadas aos alunos, como apontado nas seções de abordagem dos livros didáticos e da BNCC, eles estão adeptos a novos entendimentos, visto que o uso das obras literárias didáticas na educação básica consiste em um papel essencial na aquisição do conhecimento, ou seja, a construção do saber e de uma identidade educacional particular de cada aluno

fulcrando contextualizar seus aspectos culturais, históricos e cotidianos como é proposto na BNCC.

REFERÊNCIAS

- BONJORNO, J. R.; GIOVANNI, J. R.; SOUSA, P. R. C. **Prisma matemática: conjunto e funções: ensino médio: manual do professor**. 1. ed, São Paulo: Editora FTD, 2020. Disponível em: <https://pnld.nees.ufal.br/>. Acesso em: 16 jun. 2022.
- BONJORNO, J. R.; GIOVANNI, J. R.; SOUSA, P. R. C. **Prisma matemática: funções e progressões: ensino médio: manual do professor**. 1. Ed, São Paulo: Editora FTD, 2020. Disponível em: <https://pnld.nees.ufal.br/>. Acesso em: 16 jun. 2022.
- BONJORNO, J. R.; GIOVANNI, J. R.; SOUSA, P. R. C. **Prisma matemática: geometria e trigonometria: ensino médio: manual do professor**. 1. Ed, São Paulo: Editora FTD, 2020. Disponível em: <https://pnld.nees.ufal.br/>. Acesso em: 16 jun. 2022.
- BONJORNO, J. R.; GIOVANNI, J. R.; SOUSA, P. R. C. **Prisma matemática: sistemas, matemática financeira e grandezas: ensino médio: manual do professor**. 1. Ed, São Paulo: Editora FTD, 2020. Disponível em: <https://pnld.nees.ufal.br/>. Acesso em: 16 jun. 2022.
- BONJORNO, J. R.; GIOVANNI, J. R.; SOUSA, P. R. C. **Prisma matemática: geometria: ensino médio: manual do professor**. 1. Ed, São Paulo: Editora FTD, 2020. Disponível em: <https://pnld.nees.ufal.br/>. Acesso em: 16 jun. 2022.
- BONJORNO, J. R.; GIOVANNI, J. R.; SOUSA, P. R. C. **Prisma matemática: Estatística, combinatória e probabilidade: ensino médio: manual do professor**. 1. Ed, São Paulo: Editora FTD, 2020. Disponível em: <https://pnld.nees.ufal.br/>. Acesso em: 16 jun. 2022.
- BRASIL. [Constituição (1988)]. **Constituição da República Federativa do Brasil de 1988**. Brasília, DF: Presidente da República, [2016]. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/constituicao.htm. Acesso em 12 jun. 2021.
- BRASIL, Guia de livros didáticos PNLD 2021: Matemática e suas tecnologias. Ministério da Educação. Brasília: **MEC**. 2022. Disponível em: https://pnld.nees.ufal.br/pnld_2021_didatico/componente-curricular/pnld-2021-obj2-matematica-e-suas-tecnologias. Acesso em: 05 jun. 2022.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 09 jun. 2021.
- BRASIL, **Resolução CD/FNDE/MEC nº 12, de 07 de outubro de 2020**. Brasília, 2020. Disponível em: <https://www.fnde.gov.br/index.php/aceso-a-informacao/institucional/legislacao/item/13844-resolu%C3%A7%C3%A3o-n%C2%BA-12,-de-07-de-outubro-de-2020>. Acesso em: 20 mai. 2022.

CAMPOS, Claudinei José Gomes. Método de análise de conteúdo: ferramenta para a análise de dados qualitativos no campo da saúde. Brasília: **Revista Brasileira de Enfermagem**, v. 57, n. 5, p. 611 – 614, set/out 2004. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/reben/a/wBbjs9fZBDrM3c3x4bDd3rc/?format=pdf&lang=pt>. Acesso em: 20 mai. 2022.

CAMPOS, Magna, **Manual de gêneros acadêmicos**: Resenha, Fichamento, Memorial, Resumo Científico, Relatório, Projeto de Pesquisa, Artigo científico/paper, Normas da ABNT. 1. ed. Mariana: [s.n], 2015. Mimeo. Disponível em: https://www.academia.edu/11466049/Manual_de_g%C3%AAneros_acad%C3%AAmicos_Resenha_Fichamento_Memorial_Resumo_Cient%C3%ADfico_Relat%C3%B3rio_Projeto_de_Pesquisa_Artigo_cient%C3%ADfico_paper_Normas_da_ABNT. Acesso em: 20 mai. 2022.

DI GIORGI, Cristiano et al. Uma proposta de aperfeiçoamento do PNLD como política pública: o livro didático como capital cultural do aluno/família. Rio de Janeiro: **Ensaio: aval. pol. públ. Educ.**, v. 22, n. 85, p. 1027-1056, 2014. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/handle/11449/180464>. Acesso em: 02 jun. 2022.

LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. A. **Metodologia do trabalho científico**: procedimentos básicos, pesquisa bibliográfica, projeto e relatório, publicações e trabalhos científicos. 4. ed. São Paulo: Atlas, 1992.

LEONARDO, Fábio Martins de. **Conexões**: Matemática e suas tecnologias: Funções e aplicações: manual do professor. São Paulo: Moderna, 2020. Disponível em: <https://pnld.nees.ufal.br/>. Acesso em: 14 jun. 2022.

LEONARDO, Fábio Martins de. **Conexões**: Matemática e suas tecnologias: Trigonometria: manual do professor. São Paulo: Moderna, 2020. Disponível em: <https://pnld.nees.ufal.br/>. Acesso em: 14 jun. 2022.

LEONARDO, Fábio Martins de. **Conexões**: Matemática e suas tecnologias: Geometria plana e espacial: manual do professor. São Paulo: Moderna, 2020. Disponível em: <https://pnld.nees.ufal.br/>. Acesso em: 14 jun. 2022.

LEONARDO, Fábio Martins de. **Conexões**: Matemática e suas tecnologias: Grandezas, álgebra e algoritmos: manual do professor. São Paulo: Moderna, 2020. Disponível em: <https://pnld.nees.ufal.br/>. Acesso em: 14 jun. 2022.

LEONARDO, Fábio Martins de. **Conexões**: Matemática e suas tecnologias: Estatística e probabilidade: manual do professor. São Paulo: Moderna, 2020. Disponível em: <https://pnld.nees.ufal.br/>. Acesso em: 14 jun. 2022.

LEONARDO, Fábio Martins de. **Conexões**: Matemática e suas tecnologias: Matriz e geometria analítica: manual do professor. São Paulo: Moderna, 2020. Disponível em: <https://pnld.nees.ufal.br/>. Acesso em: 14 jun. 2022.

MACEDO, Elizabeth. Base Nacional Curricular Comum: novas formas de sociabilidade produzindo sentidos para educação. **Revista e-Curriculum**: São Paulo, v. 12, n. 03, p.1530 -1555, out./dez. 2014. Disponível em:

<https://revistas.pucsp.br/index.php/curriculum/article/view/21666/15916>. Acesso em: 14 jun. 2022.

MOZENA, E. R., OSTERMANN, F. Sobre a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e o Ensino de Física. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física - UFSC**: Florianópolis, v. 33, n. 2, p. 327-332, ago. 2016. Disponível em: http://abrapecnet.org.br/wordpress/wp-content/uploads/2018/05/Editorial_BNCC_Erika_Fernanda_2016.pdf. Acesso em: 14 jun. 2022.

MORAES, Roque. Análise de conteúdo. **Revista Educação**, Porto Alegre, v. 22, n. 37, p. 1-12, 1999. Disponível em: http://cliente.argo.com.br/~mgos/analise_de_conteudo_moraes.html. Acesso em: 15 mai. 2022.

OLIVEIRA, Ana Paula Da Silva. A contribuição do livro didático à prática docente de professores de ciências. Anais III CONEDU... Campina Grande: **Realize Editora**, 2016. Disponível em: <https://www.editorarealize.com.br/index.php/artigo/visualizar/19723>. Acesso em: 07 jun. 2022.

OLIVEIRA, J. P. T. A eficiência e/ou ineficiência do livro didático no processo de ensino-aprendizagem. In: CONGRESSO IBERO-AMERICANO DE POLITICA E ADMINISTRAÇÃO DA EDUCAÇÃO, 4, 2014. Anais [...] Porto: **Anpae**, 2014. Disponível em: https://anpae.org.br/IBERO_AMERICANO_IV/GT4/GT4_Comunicacao/JoaoPauloTeixeiraOliveira_GT4_integral.pdf. Acesso em: 27 mai. 2022.

PIMENTEL, S. R. G.; VILARINHO, L. R. G. A escolha do livro didático: um instrumento de apoio ao corpo docente do ensino fundamental. Santa Maria: **Revista De Gestão e Avaliação Educacional**, 6(13), p. 37–52. 2017. Disponível em: <https://periodicos.ufsm.br/regae/article/view/26738>. Acesso em: 01 jun. 2022.

PERONI, V. M. V.; CAETANO, M. R.; ARELARO, L. R. G. BNCC: disputa pela qualidade ou submissão da educação? **Revista Brasileira De Política E Administração Da Educação**: Goiânia, v. 35, n. 1, p. 035 - 056, jan./abr. 2019. Disponível em: <https://www.seer.ufrgs.br/index.php/rbpae/article/view/93094/52791>. Acesso em: 13 jun. 2022.

SILVA, Elza Fagundes. O livro didático como instrumento de apoio ao professor iniciante. Anais XII Congresso Nacional de Educação. Curitiba: **EDUCERE**, 2015. Disponível em: https://educere.bruc.com.br/arquivo/pdf2015/16602_7307.pdf. Acesso em: 20 mai. 2022.

SOUZA, Joamir Roberto de. **Multiversos Matemática**: Conjuntos e função afim: ensino médio. 1 ed., São Paulo: Editora FTD, 2020. Disponível em: <https://pnld.nees.ufal.br/>. Acesso em: 13 jun. 2022.

SOUZA, Joamir Roberto de. **Multiversos Matemática**: Estatística e probabilidade: ensino médio. 1 ed., São Paulo: Editora FTD, 2020. Disponível em: <https://pnld.nees.ufal.br/>. Acesso em: 13 jun. 2022.

SOUZA, Joamir Roberto de. **Multiversos Matemática**: Funções e suas aplicações: ensino médio. 1 ed., São Paulo: Editora FTD, 2020. Disponível em: <https://pnld.nees.ufal.br/>. Acesso em: 13 jun. 2022.

SOUZA, Joamir Roberto de. **Multiversos Matemática**: Geometria: ensino médio. 1 ed., São Paulo: Editora FTD, 2020. Disponível em: <https://pnld.nees.ufal.br/>. Acesso em: 13 jun. 2022.

SOUZA, Joamir Roberto de. **Multiversos Matemática**: Matemática financeira, gráficos e sistemas: ensino médio. 1 ed., São Paulo: Editora FTD, 2020. Disponível em: <https://pnld.nees.ufal.br/>. Acesso em: 13 jun. 2022.

SOUZA, Joamir Roberto de. **Multiversos Matemática**: Sequências e trigonometria: ensino médio. 1 ed., São Paulo: Editora FTD, 2020. Disponível em: <https://pnld.nees.ufal.br/>. Acesso em: 13 jun. 2022.

TEIXEIRA, Lilian Aparecida. **Diálogo**: matemática e suas tecnologias: estatística e probabilidade: manual do professor. 1 ed. São Paulo: Moderna, 2020. Disponível em: <https://pnld.nees.ufal.br/>. Acesso em: 15 jun. 2022.

TEIXEIRA, Lilian Aparecida. **Diálogo**: matemática e suas tecnologias: funções e progressões: manual do professor. 1 ed. São Paulo: Moderna, 2020. Disponível em: <https://pnld.nees.ufal.br/>. Acesso em: 15 jun. 2022.

TEIXEIRA, Lilian Aparecida. **Diálogo**: matemática e suas tecnologias: grandezas, medidas e matemática financeira: manual do professor. 1 ed. São Paulo: Moderna, 2020. Disponível em: <https://pnld.nees.ufal.br/>. Acesso em: 15 jun. 2022.

TEIXEIRA, Lilian Aparecida. **Diálogo**: matemática e suas tecnologias: geometria plana: manual do professor. 1 ed. São Paulo: Moderna, 2020. Disponível em: <https://pnld.nees.ufal.br/>. Acesso em: 15 jun. 2022.

TEIXEIRA, Lilian Aparecida. **Diálogo**: matemática e suas tecnologias: geometria espacial: manual do professor. 1 ed. São Paulo: Moderna, 2020. Disponível em: <https://pnld.nees.ufal.br/>. Acesso em: 15 jun. 2022.

TEIXEIRA, Lilian Aparecida. **Diálogo**: matemática e suas tecnologias: geometria analítica, sistemas e transformações geométricas: manual do professor. 1 ed. São Paulo: Moderna, 2020. Disponível em: <https://pnld.nees.ufal.br/>. Acesso em: 15 jun. 2022.