



UNIVERSIDADE FEDERAL DO TOCANTINS  
CÂMPUS PROF. DR. SÉRGIO JACINTHO LEONOR  
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

**FERNANDA VASCONCELOS CAVALCANTE**

**O USO DO SCRATCH COMO FERRAMENTA PARA  
CRIAÇÃO DE OBJETOS DE APRENDIZAGEM NO ENSINO  
DE MATEMÁTICA**

ARRAIAS-TO  
2021

FERNANDA VASCONCELOS CAVALCANTE

**O USO DO SCRATCH COMO FERRAMENTA PARA  
CRIAÇÃO DE OBJETOS DE APRENDIZAGEM NO ENSINO  
DE MATEMÁTICA**

Monografia apresentada à UFT – Universidade Federal do Tocantins – Câmpus Prof. Dr. Sérgio Jacintho Leonor para obtenção de título de Licenciada em Matemática, sob orientação do Prof. Dr. Eudes Antonio da Costa.

Orientador: Prof. Dr. Eudes Antonio da Costa

ARRAIAS-TO  
2021

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)**  
**Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Tocantins**

---

- C376u Cavalcante, Fernanda Vasconcelos.  
O uso do Scratch como ferramenta para criação de Objetos de Aprendizagem no Ensino de Matemática. / Fernanda Vasconcelos Cavalcante. – Arraias, TO, 2021.  
38 f.  
  
Monografia Graduação - Universidade Federal do Tocantins – Câmpus Universitário de Arraias - Curso de Matemática, 2021.  
Orientador: Eudes Antonio da Costa  
  
1. Objetos de Aprendizagem. 2. Jogos. 3. Scratch. 4. Pensamento Computacional. I. Título

**CDD 510**

---

TODOS OS DIREITOS RESERVADOS – A reprodução total ou parcial, de qualquer forma ou por qualquer meio deste documento é autorizado desde que citada a fonte. A violação dos direitos do autor (Lei nº 9.610/98) é crime estabelecido pelo artigo 184 do Código Penal.

**Elaborado pelo sistema de geração automática de ficha catalográfica da UFT com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).**

FERNANDA VASCONCELOS CAVALCANTE

**O USO DO SCRATCH COMO FERRAMENTA PARA CRIAÇÃO DE  
OBJETOS DE APRENDIZAGEM NO ENSINO DE MATEMÁTICA**

Monografia foi avaliada e apresentada à UFT – Universidade Federal do Tocantins – Câmpus Universitário Prof. Dr. Sérgio Jacintho Leonor, Curso de Licenciatura em Matemática para obtenção do título de Licenciada em Matemática e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora.

Data de aprovação: 14 / 12 / 2021

Banca Examinadora

---

Prof. Dr. Eudes Antonio da Costa, UFT

---

Prof. Dr. Fernando Soares de Carvalho, UFT

---

Prof. Me. Jabson da Cunha Silva, UniCatólica

Arraias, 2021

*À minha mãe que foi a minha maior incentivadora, ao meu pai e meus irmãos que contribuíram indiretamente para a minha formação, e ao meu companheiro, Pedro, pela paciência e por sempre estar ao meu lado.*

# AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus que me concedeu a oportunidade de iniciar e concluir meu curso, me fazendo ter paciência diante das dificuldades e a possibilidade de seguir por novos caminhos.

Agradeço imensamente a minha mãe, que sempre confiou em mim, e esteve ao meu lado diante das minhas decisões, minha maior incentivadora para sempre buscar o meu melhor, que sempre me deu conselhos importantes e palavras carinhosas. Ao meu pai, que mesmo não estando tão presente, foi essencial nas ajudas dadas. E aos meus dois irmãos, Valdeci Neto e Fernando Júnior, que sempre me trouxeram alegria e diversão, além claro de muito amor.

Ao meu companheiro Pedro, que apesar das dificuldades passadas juntos, nunca me deixou desistir, sempre esteve ao meu lado, com sua paciência infinita, sua bondade imensa e sua animação inexplicável.

Ao meu Orientador, Prof. Dr. Eudes Antonio da Costa pela paciência, e pela maneira que contribuiu significativamente na minha formação, não somente a acadêmica, mas na minha formação como pessoa.

Agradeço aos meus amigos Bruno, Camila, Elizeu, Jordana, Juliana, Magno, Maurino, Marcos Vinícius e Thiago, por estarem comigo nessa jornada, que me incentivaram e me apoiaram.

*“Se você soubesse da magnificência dos números 3, 6 e 9, então você teria a chave do Universo.”*

*Nikola Tesla*

# RESUMO

Este Trabalho de Conclusão de Curso apresenta uma proposta de Objeto de Aprendizagem no formato de jogo utilizando a plataforma Scratch, que é uma linguagem de programação que utiliza blocos predefinidos para a elaboração, criação e animação de jogos, disponível online. Nossa pesquisa será de cunho qualitativo e revisão bibliográfica, trazendo uma abordagem fundamentada na inserção de jogos e tecnologias no ensino de matemática e pensamento computacional, trabalhando o processo de pensamento desenvolvido na resolução de problemas. Os objetos de conhecimento a serem ensinados por meio do jogo, foram escolhidos conforme a Base Nacional Comum Curricular: Fluxograma para determinar a paridade de um número natural; Múltiplos e divisores de um número natural; Números primos e compostos. Como resultado desenvolvemos dois jogos com propostas um pouco diferentes, mas de forma complementar em relação ao conteúdo, mesclando o lúdico com os desafios matemáticos, buscando incentivar, motivar e instigar o discente na aprendizagem, oferecendo um suporte aos estudantes, tanto no ambiente escolar quanto fora dele.

**Palavras-chave:** Objetos de Aprendizagem. Pensamento Computacional. SCRATCH.



# ABSTRACT

This Course Conclusion Work presents a proposal for a Learning Object in game format using the Scratch platform, which is a programming language that uses predefined blocks for the development, creation and animation of games, available online. Our research will be qualitative and bibliographical review, bringing an approach based on the insertion of games and technologies in the teaching of mathematics and computational thinking, working the thought process developed in solving problems. The objects of knowledge to be taught through the game, were chosen according to the Common National Base Curriculum: Flowchart to determine the parity of a natural number; multiples and divisors of a natural number; Prime and composite numbers. As a result, we developed two games with slightly different proposals, but in a complementary way in terms of content, mixing playful and mathematical challenges, seeking to encourage, motivate and instigate students in learning, offering support to students, both in the school environment and out of it.

**Keywords:** Learning Objects. Computational Thinking. SCRATCH.

# LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Tela inicial. . . . .	26
Figura 2 – Tela de Edição. . . . .	26
Figura 3 – Tela de Edição: Bloco de Movimento . . . . .	27
Figura 4 – Tela de Edição: Bloco de Aparência . . . . .	27
Figura 5 – Tela de Edição: Bloco de Eventos . . . . .	28
Figura 6 – Tela de Edição: Bloco de Controle . . . . .	28
Figura 7 – Tela de Edição: Bloco de Sensores . . . . .	29
Figura 8 – Fase 1 - Jogo Castelo Matemático . . . . .	30
Figura 9 – Fase 2 - Jogo Castelo Matemático . . . . .	31
Figura 10 – Fase 3 - Jogo Castelo Matemático . . . . .	31
Figura 11 – Fase 4 - Jogo Castelo Matemático . . . . .	32
Figura 12 – Fluxograma - Jogo Castelo Matemático . . . . .	32
Figura 13 – Jogo 2: Corrida dos Critérios de Divisibilidade . . . . .	33
Figura 14 – Fase dos Critérios de Divisibilidade por 2 . . . . .	33
Figura 15 – Fluxograma - Corrida dos Critérios de Divisibilidade . . . . .	34

# SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO . . . . .	10
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA . . . . .	12
2.1	Jogos no Ensino de Matemática . . . . .	12
2.2	Pensamento Computacional . . . . .	15
3	TEORIA DOS NÚMEROS . . . . .	17
3.1	Números pares e ímpares . . . . .	17
3.2	Números Primos e Compostos . . . . .	19
3.3	Múltiplos e Divisores . . . . .	20
4	METODOLOGIA E DESENVOLVIMENTO DOS JOGOS . . . . .	25
4.1	Ferramenta . . . . .	25
4.2	Metodologia . . . . .	29
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS . . . . .	35
	REFERÊNCIAS . . . . .	37

# 1 INTRODUÇÃO

A importância do uso de computadores e novas tecnologias na educação acentuou-se com a pandemia da covid-19, atividades antes presenciais passaram a tomar novos formatos, como o ensino a distância, ensino remoto ou ensino híbrido. Assim, os aparelhos eletrônicos, tais como: computador, notebook, celular e tablet; tornaram-se ferramentas essenciais para as atividades educacionais, e devem ser utilizadas com todas as suas potencialidades, proporcionando aos professores a possibilidade de enriquecer suas práticas pedagógicas, tais como vídeos, imagens, gráficos e jogos, a fim de oferecer ao estudante uma aprendizagem de forma mais dinâmica, divertida e motivadora.

Os anos finais da minha graduação em Licenciatura em Matemática na Universidade Federal do Tocantins (UFT) aconteceram de forma remota (online), algumas disciplinas, como Laboratório de Ensino de Matemática I e II, e Estágios Supervisionados I, II, III e IV, foram disciplinas que incentivaram a criação de Planos de Atividades utilizando as tecnologias como meios de ensino e aprendizagem.

Antes de iniciar a graduação, tive contato com o C++<sup>1</sup> que é uma linguagem de programação, na qual tive a oportunidade de programar calculadoras que resolviam equações polinomiais do 2º grau, determinantes de matrizes, entre outros. E durante a graduação com o Excel<sup>2</sup>, que também possui sua própria linguagem de programação, enquanto estagiária da Fundação de Apoio Científico e Tecnológico do Tocantins (FAPTO) com atuação na secretaria do curso de Licenciatura em Matemática à Distância na UFT - Estágio não Obrigatório que participo como bolsista a mais de um ano e meio.

Estes meus conhecimentos empíricos supracitados, juntamente com a experiência do meu Orientador, culminou no objetivo deste Trabalho de Conclusão de Curso (TCC), o qual seria: propor um objeto de aprendizagem no formato de jogo digital para o ensino de matemática desenvolvido a partir do SCRATCH. Que é uma linguagem de programação que utiliza blocos pré definidos, para a criação e animação de jogos. Diante disso, pensamos em elaborar ou montar nosso jogo digital em consonância com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Para isso, optamos por tais objetos de conhecimento: **Paridade de um número natural; Múltiplos e divisores de um número natural; Números primos e compostos.**

---

<sup>1</sup> É uma linguagem de programação, sendo mais flexível que outras, você pode criar uma ampla variedade de aplicativos, como: jogos, drivers de dispositivo e software científico de alto desempenho, bibliotecas e dentre outros

<sup>2</sup> O Excel utiliza o Visual Basic for Applications (VBA) que é uma linguagem de programação incorporada nas suas aplicações, muito utilizada na organização de tarefas, podendo realizar cálculo simples e complexos

A nossa pesquisa é qualitativa e revisão bibliográfica. Segundo Menezes e outros (2019) uma pesquisa de cunho qualitativo, a interpretação do pesquisador se torna indispensável e bibliográfica utilizando fontes ou materiais elaborados, como: livros; publicações periódicas; artigos científicos; impressos ou extraídos da internet. Buscando sempre certificar que as fontes utilizadas são confiáveis, analisando estudos que utilizaram as mesmas fontes.

Uma vez já contextualizado, nesta introdução, o tema, o objetivo e o tipo de pesquisa a ser abordado neste trabalho, sequencialmente ele está estruturado da seguinte maneira, conforme descrito a seguir. O Capítulo 2 trata da fundamentação teórica deste TCC, no qual trazemos as teorias de Pensamento Computacional, juntamente com a Ludicidade e algumas definições de Objeto de Aprendizagem, das quais adotamos o caminho delas para empreender nossa jornada.

No terceiro Capítulo, apresentamos tópicos de Teoria dos Números que alicerçam nossa escolha dos objetos de conhecimento: Paridade de um número natural; Números primos e compostos; Múltiplos e divisores, inclusive alguns critérios de divisibilidade. Já no Capítulo 4, apresentamos o cenário do SCRATCH e a metodologia utilizada no desenvolvimento do objeto de aprendizagem. Por fim, o quinto e último Capítulo traz nossas considerações sobre a elaboração deste.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A utilização de tecnologias como ferramenta de ensino podem ser estimulante, proporcionando ao estudante novas atividades, para os docentes uma alternativa no processo de ensinar. Costa e Gomes (2006) já alertavam que o emprego das tecnologias no ambiente escolar propiciavam aos docentes e discentes a oportunidade de conhecerem e viajarem por intermédio das plataformas tecnológicas remota ou ambientes virtualizados por espaços e situações desconhecidas. Neste apresentamos o processo de elaboração de "jogos"na plataforma SCRATCH.

### 2.1 Jogos no Ensino de Matemática

Conforme Bacich e outros (2015) estruturalmente as escolas atuais não se diferem das escolas do início do século passado, mas, os estudantes de hoje não aprendem como os do século anterior.

Crianças e jovens estão cada vez mais conectados às tecnologias digitais, configurando-se como uma geração que estabelece novas relações com o conhecimento e que, portanto, requer que transformações aconteçam na escola. (BACICH e outros, 2015, p. 67).

Ainda segundo Bacich e outros (2015) a integração das tecnologias digitais na educação precisam ser feitas de modo ativo, criativo e crítico, com o intuito de desenvolver a autonomia e reflexão dos estudantes, para que não sejam apenas receptores de informações. Trabalhar com Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC) não deveria se resumir apenas ao momento de pandemia que vivemos, pois tal prerrogativa fora registrada, desde 2018, na BNCC.

Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva (BNCC, 2018, p. 9).

Já em Costa, Duqueviz e Pedroza (2015), afirmam que no começo era mais comum falar em TIC's (Tecnologia da Informação e Comunicação) pois o termo abrangia tecnologias como televisão, jornal e mimeógrafo; enquanto os computadores, tablets e smartphones,

além de serem dispositivos eletrônicos e tecnológicos, que também foram conhecidos como TIC, agora os pesquisadores têm os chamados de Novas Tecnologias por serem digitais ou Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC).

Neste trabalho, iremos abordar especificamente o computador, como afirma Moraes (1997), o uso do computador para o ensino de Matemática, possibilita aos estudantes a construção de ambientes de aprendizagem, aumentando o interesse pela Matemática. Para Flôres e Tarouco (2008) os professores que utilizam os recursos tecnológicos como auxiliares do processo de ensino e aprendizagem, tem a possibilidade de tornar as aulas mais atrativas e motivadoras. Percebemos que o uso de computadores em atividades na sala de aula não é algo recente, pois na década de 1960 o educador Seymour Papert foi um dos responsáveis pela introdução do uso de computadores na sala de aula, o qual desenvolveu a linguagem LOGO para o ensino de matemática mediado pelo uso de computadores (PAPERT, 1994).

Dentre os mais variados recursos tecnológicos para a educação, iremos destacar os denominados Objetos de Aprendizagem (OAs). Segundo Tarouco e outros (2014) os OAs podem ser qualquer mídia ou formato, podendo ser animações, apresentação de slides ou simulações, apresentando-se como uma vantajosa ferramenta de aprendizagem, sendo utilizada de diversos modos no ensino de conteúdos e revisão de conceitos.

O conceito de OAs não é fácil e nem consensual, sua definição acaba surgindo de acordo com a concepção de cada autor. Wiley (2000) define OAs sendo "qualquer recurso digital que possa ser reutilizado para o suporte ao ensino". Já de acordo com Castro Filho (2007) os OAs devem:

- (1) ser digitais, isto é, possam ser acessados através do computador, preferencialmente pela internet;
- (2) ser pequenos, ou seja, possam ser aprendidos e utilizados no tempo de uma ou duas aulas e
- (3) focalizar em um objeto de aprendizagem único, isto é, cada objeto deve ajudar os aprendizes a alcançar o objetivo especificado. (CASTRO FILHO, 2007)

Pinto (2010), Batista e Baptista (2013) e Silva, Moraes e Batista (2014) propõem a construção de objetos de aprendizagem a partir do ambiente de programação Scratch. É nessa perspectiva que iremos desenvolver nosso trabalho, embora o Scratch tenha o foco de iniciar a programação em crianças e jovens, usaremos ele como ferramenta para a construção do nosso OA no formato de jogo. O Scratch permite aos usuários compartilharem os seus projetos, como também experimentar, reutilizar e adaptar os projetos de outros usuários a partir de seu portal na Internet. O uso do computador irá nos auxiliar tanto para o desenvolvimento do nosso OA quanto para o acesso dos estudantes ao jogo de fato.

Desta maneira, escolhemos propor a inserção de tecnologia na escola em formato

de jogo, como ressalta Nunes (2018):

Inserir recursos tecnológicos, como jogos digitais, podem ser úteis, já que podem ser utilizados como suporte no aprendizado do aluno, reforçando e ajudando-o a compreender o conteúdo apresentado. (NUNES, 2018, p.18).

Segundo Muniz (2010):

O jogo é concebido como um importante instrumento para favorecer a aprendizagem na criança e, em consequência, a sociedade deve favorecer o desenvolvimento do jogo para favorecer as aprendizagens, em especial, as aprendizagens matemáticas. (MUNIZ, 2010, p.13).

A Matemática tem sido uma disciplina problemática no Brasil desde a muito tempo (BRUM, 2013; DRUCK, 2003). Essa dificuldade na disciplina de matemática, pode estar relacionada com a forma que a mesma é ensinada, com processos repetitivos, exercícios mecanizados, sem uma compreensão do que realmente está sendo estudado. Morbach (2012) aponta este problema no ensino e aprendizagem de matemática:

A importância da aprendizagem matemática no processo cognitivo, assim como na aprendizagem e no desenvolvimento do raciocínio lógico e/ou na resolução de problemas diários ainda não é prioridade dos projetos políticos pedagógicos de uma comunidade escolar. Prevalece, apenas, a preocupação com a conclusão de conteúdos ao final do letivo escolar. Desse modo, o ensino da matemática, assim como a educação, deve ser pautado em diretrizes que ampliem o conhecimento para além da escola. A educação matemática, como uma grande área de pesquisa referente ao ensino e à aprendizagem dessa disciplina, defende a ludicidade dos jogos como mais uma tendência e mais um instrumento facilitador da aprendizagem, pois motiva o pensamento crítico e propicia a redescoberta e a assimilação de conceitos matemáticos. (MORBACH, 2012, p. 39).

Borin (1998) reforça que a inserção dos jogos nas atividades de matemática é uma possibilidade de reduzir os obstáculos apresentados pelos estudantes que temem a matemática e sentem-se incapazes de aprender. Ainda segundo Borin (1998) as atividades em formato de jogo, quando bem orientadas, são capazes de desenvolver as habilidades de raciocínio, como a atenção, concentração e organização, as quais considera necessárias para a aprendizagem de Matemática e para a resolução de problemas em geral. E naturalmente algumas técnicas ou modo de resolução de problemas aparecem durante os jogos, como destaca Borin (1998):



a tentativa e erro, redução a um problema mais simples; resolução de um problema de trás para a frente; representação do problema através de desenhos, gráficos ou tabelas; analogia a problemas semelhantes. (BORIN, 1998, p.11)

Ao falar da metodologia da resolução de problemas não podemos deixar de destacar Polya (1995), no qual considera que para resolver um problema, é necessário seguir quatro passos: o primeiro é necessário compreender o problema; o segundo precisa encontrar a conexão entre os dados e a incógnita, na busca de um plano para resolver o problema; o terceiro passo é executar o plano traçado anteriormente e por último verificar o resultado obtido.

Portanto, além de criar um objeto de aprendizagem que seja motivador, buscamos criar um ambiente atraente, mantendo os estudantes interessados a jogarem, para que possam desenvolver as habilidades dos objetos de conhecimento escolhidos.

## 2.2 Pensamento Computacional

Fundamentados na Base Nacional Comum Curricular (BNCC - BRASIL, 2018) como documento norteador das escolhas dos objetos de conhecimento para desenvolvimento do jogo, nos deparamos com a possibilidade de encorajar o desenvolvimento do Pensamento Computacional dentro do contexto educacional.

[...]contribuir para o desenvolvimento do pensamento computacional dos alunos, tendo em vista que eles precisam ser capazes de traduzir uma situação dada em outras linguagens, como transformar situações-problema, apresentadas em língua materna, em fórmulas, tabelas e gráficos e vice-versa. Associado ao pensamento computacional, cumpre salientar a importância dos algoritmos e de seus fluxogramas, que podem ser objetos de estudo nas aulas de Matemática [...] (BRASIL, 2018, p.271)

O pensamento computacional não está relacionado somente ao uso do computador em sala de aula, mas também, como interpretar um problema, o desafio da resolução, a fim de chegar em uma solução, fundamentada em uma pesquisa com mais de 700 professores e pesquisadores, a Associação de Professores de Ciência da Computação (Computer Science Teachers Association, CSTA), em parceria com a Sociedade Internacional de Tecnologia em Educação (International Society of Technology and Education, ISTE), elaborou uma definição para pensamento computacional. Na qual utilizaremos a tradução de Prado e outros (2020):

Formulação de problemas de uma maneira que permita usar um computador e outras ferramentas para ajudar a resolvê-los; organização lógica e análise de dados; representação de dados por meio de abstrações, como modelos e simulações; automação de soluções por meio do pensamento algorítmico (uma série de etapas ordenadas); identificação, análise e implementação de possíveis soluções com o objetivo de alcançar a mais eficiente e efetiva combinação de etapas e recursos; generalização e transferência desse processo de solução de problemas para uma ampla variedade de problemas. (PRADO e outros, 2020, p. 197).

A Sociedade Brasileira de Computação (SBC - 2019) elaborou diretrizes para o ensino da computação na Educação Básica e definiu o pensamento computacional sendo:

O Pensamento Computacional se refere à capacidade de compreender, definir, modelar, comparar, solucionar, automatizar e analisar problemas (e soluções) de forma metódica e sistemática, através da construção de algoritmos. Apesar de ser um termo recente, vem sendo considerado como um dos pilares fundamentais do intelecto humano, junto com a leitura, a escrita e a aritmética, pois, como estas, serve para descrever, explicar e modelar o universo e seus processos complexos. O Pensamento Computacional envolve abstrações e técnicas necessárias para a descrição e análise de informações (dados) e processos, bem como para a automação de soluções. O conceito de algoritmo está presente em todas as áreas e está intrinsecamente ligado à resolução de problemas, pois um algoritmo é uma descrição de um processo (que resolve um determinado problema). (SBC, 2019, p. 5).

Wing (2006) aponta que o pensamento computacional é um método de resolução de problemas fundamentado em técnicas da Ciências da Computação. A SBC (2019) considera que o pilar fundamental da solução de problemas é a abstração, pois dado um problema a ser resolvido, se faz necessário a construção de um modelo abstrato, incluindo aspectos relevantes ao problema. Isto é, reduzimos a complexidade de um problema para focar na parte principal dele. E partindo destes conceitos, buscamos relacioná-los com os objetos de aprendizagem desenvolvidos, com o intuito de desenvolvê-los.

## 3 TEORIA DOS NÚMEROS

Nestas notas consideraremos o conjunto dos números inteiros positivos (naturais) denotado por  $\mathbb{Z}_+ = \{0, 1, 2, 3, \dots\} = \mathbb{N}$ , e por conveniência diremos apenas  $a \in \mathbb{N}$  é um número (natural). Neste capítulo apresentamos propriedades, conceitos e demonstrações da teoria dos números, conforme os objetos de conhecimento escolhidos. Para mais informações e detalhes deste capítulo, poderão ser consultados as seguintes referências: CLUBES DE MATEMÁTICA DA OBMEP (2021); DOMINGUES (1991); HEFEZ (2009); PARTELINI (2008).

### 3.1 Números pares e ímpares

O conjunto dos múltiplos naturais de **2**,  $\{0, 2, 4, 6, 8, \dots\}$ , define uma categoria importante e muito antiga de números naturais: os números naturais pares. Um número natural  $n$  é dito par se  $n$  for um múltiplo de **2**. Assim temos a seguinte definição:

**Definição:** Um número natural  $n$  é dito *par* se existir um número natural  $k$  de modo que  $n = 2k$ . Um número natural que não seja par chama-se *ímpar*.

Perde-se no tempo a classificação dos números naturais em pares e ímpares. Na Grécia Antiga, essa classificação já aparece na Escola Pitagórica, por volta de 500 a.C., e com uma interpretação muito próxima da que utilizam. De acordo com a concepção pitagórica:

par é o número que pode ser dividido em duas partes iguais, sem que uma unidade fique no meio; e ímpar é aquele que não pode ser dividido em duas partes iguais, por que sempre há uma unidade no meio (PATERLINI, 2008, p.99).

Desse modo, temos: se  $n$  é um número natural, então  $n$  é escrito em uma e somente umas das formas,  $n = 2k$  ou  $n = 2k + 1$ , sendo  $k$  um número natural, se  $n$  é um número natural par, então  $n$  é da forma  $n = 2k$ , com  $k$  um número natural. Se  $n$  é um número natural ímpar, então  $n$  é da forma  $n = 2k + 1$ , com  $k$  um número natural. Se  $n$  é da forma  $n = 2k$ , com  $k$  um número natural, então  $n$  é um número natural par. Se  $n$  é da forma  $n = 2k + 1$ , com  $k$  um número natural, então  $n$  é um número natural ímpar.

Dizemos que um número natural par tem paridade par. Dizemos que um número

natural ímpar tem paridade ímpar. Dizemos que dois números naturais têm a mesma paridade se ambos forem pares ou ambos forem ímpares. Dizemos que dois números naturais têm paridade oposta se um for par e o outro for ímpar.

A definição de paridade deixa evidente que, antes de determinarmos se dois números naturais têm ou não a mesma paridade, é necessário saber se cada um dos números é par ou ímpar. Seja  $n$  um número natural:  $n$  é par quando a sua representação decimal terminar em **0, 2, 4, 6, ou 8**;  $n$  é ímpar quando a sua representação decimal terminar em **1, 3, 5, 7 ou 9**. A partir da paridade de dois números naturais, podemos determinar a paridade da soma e do produto desses números, sem sequer conhecê-los.

**Propriedade 1 (Paridade da soma):**

- (a) A adição de dois números naturais de mesma paridade é par.
- (b) A adição de dois números naturais de paridade oposta é ímpar.

*Demonstração:*

(a) Sejam  $a$  e  $b$  números naturais de mesma paridade.

(a1) Suponhamos, inicialmente, que  $a$  e  $b$  sejam pares.

Assim, existem números naturais  $k$  e  $t$  tais que  $a = 2k$  e  $b = 2t$ . Dessa forma:

$$a + b = 2k + 2t = 2(k + t) \quad (i)$$

Se  $m = k + t$ , temos que  $m$  é um número natural; logo, segue de (i) que

$$a + b = 2m, \text{ com } m \in \mathbb{N}. \text{ Então, } a + b \text{ é par.}$$

(a2) Suponhamos, agora, que  $a$  e  $b$  sejam ímpares.

Logo, existem números naturais  $k$  e  $t$  tais que  $a = 2k + 1$  e  $b = 2t + 1$ . Assim:

$$a + b = (2k + 1) + (2t + 1) = 2k + 2t + 2 = 2(k + t + 1). \quad (ii)$$

Se  $m = k + t + 1$ , temos que  $m$  é um número natural; portanto, de (ii), vem que

$$a + b = 2m, \text{ com } m \in \mathbb{N}. \text{ Portanto, } a + b \text{ é igualmente, par.}$$

(b) Sejam  $a$  e  $b$  números naturais de paridade oposta. Assim, um desses números é par e o outro é ímpar. Suponhamos, sem perda de generalidade, que  $a$  seja par e  $b$  seja ímpar. Dessa forma, existem números naturais  $k$  e  $t$  tais que  $a = 2k$  e  $b = 2t + 1$  e, com isso,

$$a + b = 2k + (2t + 1) = 2(k + t) + 1. \quad (iii)$$

Se  $m = k + t$ , como  $t$  é um número natural, de (iii), temos que

$$a + b = 2m + 1, \text{ com } m \in \mathbb{N}. \text{ Portanto, } a + b \text{ é ímpar.}$$

**Propriedade 2 (Paridade do produto):**

A multiplicação de dois número naturais só será ímpar se os dois números forem ímpares.

*Demonstração:*

(a) Sejam  $a$  e  $b$  números naturais ímpares. Assim, existem números naturais  $k$  e  $t$  tais que  $a = 2k + 1$  e  $b = 2t + 1$ . Então:

$$a \cdot b = (2k + 1) \cdot (2t + 1) = 4(k \cdot t) + 2k + 2t + 1 = 2(2(k \cdot t) + k + t) + 1. \quad (i)$$

Se  $m = 2(k \cdot t) + k + t$ , temos que  $m$  é um número natural; logo, segue de (i) que

$$a \cdot b = 2m + 1, \in \mathbb{N}. \text{ Portanto, } a \cdot b \text{ é ímpar.}$$

(b) Suponhamos, agora, que  $a$  e  $b$  sejam números naturais, com  $a$  par. Aqui não importa se  $b$  é par ou ímpar: só precisamos garantir que os dois não são ímpares. Como  $a$  é par, existe um número natural  $k$  tal que  $a = 2k$ . Assim,

$$a \cdot b = (2k) \cdot b = 2(k \cdot b). \quad (ii)$$

Se  $m = k \cdot b$ , temos que  $m$  é um número natural; portanto, de (ii) concluímos que

$$a \cdot b = 2m, \text{ com } m \in \mathbb{N}. \text{ Logo, } a \cdot b \text{ é par, independente de } b \text{ ser par ou ímpar.}$$

**3.2 Números Primos e Compostos**

Um número natural  $n$ ,  $n > 1$ , é dito **primo** se  $n$  só admite como divisores ele próprio e o 1. Dados dois números primos  $p$  e  $q$  e um número inteiro  $a$  qualquer, decorrem da definição acima os seguintes fatos:

I) Se  $p|q$ , então  $p = q$ . De fato, como  $p|q$  e sendo  $q$  primo, temos que  $p = 1$  ou  $p = q$ . Sendo  $p$  primo, tem-se que  $p > 1$ , o que acarreta  $p = q$ .

II) Se  $p \nmid a$ , então  $(p, a) = 1$ . De fato, se  $(p, a) = d$ , temos que  $d|p$  e  $d|a$ . Portanto,  $d = p$  ou  $d = 1$ . Mas  $d \neq p$ , pois  $p \nmid a$  e, conseqüentemente,  $d = 1$ .

Um número natural  $n$ ,  $n > 1$ , que não é primo é um **número composto**. Portanto, se um número inteiro  $n > 1$  é composto, existirá um divisor natural  $n_1$  de  $n$  tal que  $n_1 \neq 1$  e  $n_1 \neq n$ . Portanto, existirá um número natural  $n_2$  tal que

$$n = n_1 n_2, \text{ com } 1 < n_1 < n \text{ e } 1 < n_2 < n$$

Por exemplo, 2, 3, 5, 7, 11 e 13 são números primos, enquanto que 4, 6, 8, 9, 10 e 12 são compostos, visto que,  $4 = 2 \cdot 2$ ;  $6 = 2 \cdot 3$ ; e assim por diante.

Vamos seguir a convenção que os números 0 e 1 não são considerados nem primos e nem compostos, já que essas denominações são exclusivas para número naturais maiores do que 1. Portanto, os números naturais podem ser separados em três conjuntos disjuntos: {números primos}; {números compostos}; {0,1}. Dessa forma,

$$\mathbb{N} \cup \{\text{números primos}\} \cup \{\text{números compostos}\} \cup \{0, 1\}.$$

### 3.3 Múltiplos e Divisores

**Definição:** Diz-se que um número natural  $a$  **divide** um número natural  $b$  se  $b = ac$ , para algum  $c \in \mathbb{N}$ . Neste caso diz-se também que  $a$  é **divisor** de  $b$  e que  $b$  é **múltiplo** de  $a$ . Ou ainda que  $b$  é **divisível** por  $a$ . Indicaremos por  $a|b$  o fato de  $a$  dividir  $b$ ; e se  $a$  não divide  $b$ , escrevemos  $a \nmid b$ .

Por exemplo,  $2|6$  pois  $6 = 2 \cdot 3$ ,  $5|10$  pois  $10 = 5 \cdot 2$ ,  $1|a$  ( $\forall a \in \mathbb{N}$ ) pois  $a = 1 \cdot a$  e  $0|0$  uma vez que  $0 = 0 \cdot a$ , para todo  $a \in \mathbb{N}$ . Mas, se  $b \neq 0$ , então  $0 \nmid b$  pois  $0 \cdot c = 0 \nmid b$ ,  $\forall c \in \mathbb{N}$ .

Sejam  $a$  e  $b$  números naturais não nulo e  $m$  e  $n$  números naturais quaisquer. Então:

**Propriedade 1:** Se  $a|b$  e  $b|a$ , então  $a = b$ .

*Demonstração:* Se  $a|b$  e  $b|a$ , então, por definição, existem números naturais  $t$  e  $k$  tais que  $b = ta$  e  $a = kb$ . Dessa forma,  $a = k(ta) = (kt)a$ . Mas  $a \neq 0$ ; logo, de  $a = (kt)a$ , segue que  $kt = 1$ . No entanto  $t$  e  $k$  são números naturais; portanto,  $kt = 1$  só é possível se  $k = t = 1$  e, assim, de  $b = ta$  (ou  $a = kb$ ) segue  $a = b$ .

**Propriedade 2:** Se  $a|b$  e  $b|m$ , então  $a|m$

*Demonstração:* Se  $a|b$  e  $b|m$ , então, por definição, existem números naturais  $t$  e  $k$  de modo que  $b = ta$  e  $m = kb$ . Assim, temos que  $m = k(ta) = (kt)a$ . (i). Mas como  $t$  e  $k$  são números naturais, então  $x = kt$  também será um número natural, já que o produto de dois números naturais é um número natural. Dessa forma, por (i), temos que  $m = xa$ , com  $x \in \mathbb{N}$ . Portanto, por definição,  $a|m$ .

**Propriedade 3:** Se  $a|m$  e  $a|n$ , então  $a|m+n$

*Demonstração:* Se  $a|m$  e  $a|n$ , então, por definição, existem números naturais  $t$  e  $k$  de modo que  $m = ta$  e  $n = ka$ . Assim, temos que  $m+n = ta+ka = (t+k)a$ . (i). Mas como  $t$  e  $k$  são números naturais, então  $z = t+k$  também será um número natural, já que a soma de dois números naturais é um número natural. Dessa forma, por (i), temos que  $m+n = za$ , com  $z \in \mathbb{N}$ . Portanto, por definição,  $a|m+n$ .

**Propriedade 4:** Se  $a|m$ , então  $a|mn$ .

*Demonstração:* Se  $a|m$ , então, por definição, existe um número natural  $k$  tal que  $m = ka$ . Então, para qualquer número natural  $n$ , temos que  $mn = (ka)n = (kn)a$ . Dessa forma, se fizermos  $kn = t$ , então teremos que  $mn = ta$ , com  $t \in \mathbb{N}$ , e isso é suficiente para garantir que  $a|mn$ .

**Propriedade 5:** Se  $a|m$  e  $a|n$ , então  $a|xm + yn$ , para quaisquer números naturais  $x$  e  $y$ .

*Demonstração:* Utilizando as propriedades 3 e 4. Suponhamos que  $a$  seja um divisor de  $m$  e  $n$ . Portanto, se  $x$  e  $y$  são números naturais, então, pela propriedade 4, temos que  $a|xm$  e  $a|yn$ . Como, agora, temos que  $a|xm$  e  $a|yn$ , utilizamos a propriedade 3 para concluir que  $a$  é divisor da soma entre  $xm$  e  $yn$ . Assim, podemos afirmar que  $a|xm + yn$ , para  $x, y \in \mathbb{N}$ .

Mostraremos a seguir, algumas maneiras de sabermos se um número natural é divisor de outro, sem realizar a divisão entre eles, verificando os critérios de divisibilidade.

**Proposição 1:** (Divisibilidade por 2) Um número natural  $n$  é divisível por 2 se, e somente se, terminar em 0, ou 2, ou 4, ou 6, ou 8.

*Demonstração:* Se  $n$  é um número natural da forma:

$$n = a_r \cdot 10^r + a_{r-1} \cdot 10^{r-1} + \dots + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10^1 + a_0 \cdot 10^0$$

então podemos reescrevê-lo na forma  $n = 10 \cdot k + a_0$ , com  $k \in \mathbb{N}$ . Como 10 é divisível por 2, então  $n$  será divisível por 2 se, e somente se,  $a_0$  for divisível por 2. Como  $a_0$  é um algarismo,  $a_0$  será divisível por 2 se, e somente se,  $a_0$  for 0, ou 2, ou 4, ou 6, ou 8. Assim,  $n$  será divisível por 2 se, e somente se, terminar em 0, ou 2, ou 4, ou 6, ou 8.

**Proposição 2:** (Divisibilidade por 3) Um número natural  $n$  é divisível por 3 se, e somente se, a soma de seus algarismos for divisível por 3.

*Demonstração:* Considere  $n$  o número natural  $abcde$ .

$$\text{Assim, } n = a \cdot 10^4 + b \cdot 10^3 + c \cdot 10^2 + d \cdot 10^1 + e \cdot 10^0$$

Como  $10^4 = 10000 = 9999 + 1$ ;  $10^3 = 1000 = 999 + 1$ ;  $10^2 = 100 = 99 + 1$ ;  $10^1 = 10 = 9 + 1$ ; podemos reescrever  $n$  da seguinte forma:

$$\begin{aligned} n &= a \cdot (9999 + 1) + b \cdot (999 + 1) + c \cdot (99 + 1) + d \cdot (9 + 1) + e \\ n &= 9999 \cdot a + a + 999 \cdot b + b + 99 \cdot c + c + 9 \cdot d + d + e, \end{aligned}$$

ou ainda,  $n = 3 \cdot (3333 \cdot a + 333 \cdot b + 33 \cdot c + 3 \cdot d) + (a + b + c + d + e)$ .

Agora, se  $k = 3333 \cdot a + 333 \cdot b + 33 \cdot c + 3 \cdot d$  e  $t = a + b + c + d + e$ , então:  $n = 3 \cdot k + t$ , com  $k, t \in \mathbb{N}$ . Observamos que  $n = 3 \cdot k + t$  é divisível por 3 se, e somente se,  $t$  for divisível por 3. Como  $t$  é a soma dos algarismos de  $n$ , então  $n$  é divisível por 3 se, e somente se, a soma de seus algarismos for divisível por 3.

**Proposição 3:** (Divisibilidade por 4) Um número natural  $n$ , com mais de dois algarismos, é divisível por 4 se, e somente se, o número formado por seus dois últimos algarismos for divisível por 4.

*Demonstração:* Se  $n$  é um número natural da forma:

$$n = a_r \cdot 10^r + a_{r-1} \cdot 10^{r-1} + \dots + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10^1 + a_0 \cdot 10^0$$

podemos reescrever  $n$  como  $n = 100 \cdot k + (a_1 \cdot 10 + a_0)$ ,  $k \in \mathbb{N}$ , já que  $100 = 10^2 < 10^3 < 10^4 < \dots < 10^{r-1} < 10^r$ . Assim, como 100 é divisível por 4, então  $n$  será divisível por 4 se, e somente se,  $10 \cdot a_1 + a_0$  for divisível por 4. Mas  $10 \cdot a_1 + a_0 = a_1 a_0$ , ou seja, o número cujo algarismo das unidades é  $a_0$  e o das dezenas é  $a_1$ . Com isso,  $n$  será divisível por 4 se, e somente se, o número formado por seus dois último algarismos for divisível por 4.

**Proposição 4:** (Divisibilidade por 5) Um número natural  $n$  é divisível por 5 se, e somente se, terminar em 0, ou 5.

*Demonstração:* Seja  $n$  um número natural da forma:

$$n = a_r \cdot 10^r + a_{r-1} \cdot 10^{r-1} + \dots + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10^1 + a_0 \cdot 10^0$$

$k = a_r \cdot 10^{r-1} + a_{r-1} \cdot 10^{r-2} + \dots + a_2 \cdot 10^1 + a_1$ , podemos reescrever  $n$  como  $n = 10 \cdot k + a_0$ , com  $k \in \mathbb{N}$ .

Assim, como 10 é divisível por 5, então  $n$  será divisível por 5 se, e somente se,  $a_0$  for divisível por 5. Como  $a_0$  é um algarismo, então  $a_0$  é divisível por 5 se, e somente se,  $a_0 = 0$  ou  $a_0 = 5$ . Sendo  $a_0$  o algarismo das unidades de  $n$ , então  $n$  será divisível por 5 se, e somente se,  $n$  terminar em 0 ou 5.

**Proposição 5:** (Divisibilidade por 6) Um número natural  $n$  é divisível por 6 se, e somente se,  $n$  for divisível, simultaneamente, por 2 e 3. Seja  $n$  um número natural.

*Demonstração:* Nesta justificativa não utilizaremos a representação de  $n$  no sistema decimal.

a) Suponha que  $n$  seja divisível por 6. Assim, existe um número natural  $t$  de modo que  $n = 6 \cdot t$ . Observe que:  $n = 6 \cdot t = 2 \cdot (3 \cdot t)$ . Se fizermos  $x = 3 \cdot t$ , então  $n = 2 \cdot x$ , com  $x \in \mathbb{N}$ , e assim  $n$  é divisível por 2. E  $n = 6 \cdot t = 3 \cdot (2 \cdot t)$ . Se fizermos  $z = 2 \cdot t$ , então  $n = 3 \cdot z$ ,



com  $z \in \mathbb{N}$ , e assim  $n$  é divisível por 3. Pelo exposto, se  $n$  for divisível por 6, então  $n$  será divisível por 2 e por 3.

**b)** Suponha, agora, que  $n$  seja divisível por 2 e por 3. Como  $2|n$ , então existe  $k \in \mathbb{N}$  tal que  $n = 2 \cdot k$ . Note que  $3 - 2 = 1$ , assim  $3 \cdot k - 2 \cdot k = k$ , donde  $3 \cdot k - n = k$  (i). Por outro lado, existe também  $t \in \mathbb{N}$  tal que  $n = 3 \cdot t$ , pois  $3|n$  (ii). Assim, por (i) e (ii) temos que  $k = 3 \cdot k - n = 3 \cdot k - 3 \cdot t = 3 \cdot (k - t)$ . Finalmente, se fizermos  $y = k - t$ , como  $k - t \geq 0$ , então  $k = 3 \cdot y$ , com  $y \in \mathbb{N}$ . Logo,  $n = 2 \cdot k = 2 \cdot (3 \cdot y) = 6 \cdot y$ , com  $y \in \mathbb{N}$  e isso garante que  $n$  é divisível por 6. Concluimos, portanto, que se  $n$  for divisível por 2 e por 3, então  $n$  será divisível por 6.

Por **(a)** e **(b)**, temos o critério.

**Proposição 6:** (Divisibilidade por 8) Um número natural  $n$ , com mais três algarismos, é divisível por 8 se, e somente se, o número formado por seus três últimos algarismos for divisível por 8.

*Demonstração:* Seja  $n$  um número natural da forma

$$n = a_r \cdot 10^r + a_{r-1} \cdot 10^{r-1} + \dots + a_3 \cdot 10^3 + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10^1 + a_0 \cdot 10^0$$

podemos reescrever  $n$  como  $n = 1000 \cdot k + (a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0)$ ,  $k \in \mathbb{N}$ , já que  $1000 = 10^3 < 10^4 < 10^5 \dots < 10^{r-1} < 10^r$ . Como 1000 é divisível por 8, então  $n$  será divisível por 8 se, e somente se,  $100 \cdot a_2 + 10 \cdot a_1 + a_0$  for divisível por 8.

Mas  $100 \cdot a_2 + 10 \cdot a_1 + a_0 = a_2 a_1 a_0$ , ou seja, o número cujo algarismo das unidades é  $a_0$  e o das dezenas é  $a_1$  e o algarismo das centenas é  $a_2$ . Com isso,  $n$  será divisível por 8 se, e somente se,  $a_2 a_1 a_0$  for divisível por 8. Isso significa que  $n$  será divisível por 8 se, e somente se, o número formado por seus três últimos algarismos for divisível por 8.

**Proposição 7:** (Divisibilidade por 9) Um número natural  $n$  é divisível por 9 se, e somente se, a soma de seus algarismos for divisível por 9.

*Demonstração:* Considere  $n$  o número natural  $abcde$

$$\text{Assim, } n = a \cdot 10^4 + b \cdot 10^3 + c \cdot 10^2 + d \cdot 10^1 + e \cdot 10^0, \text{ com } a \neq 0.$$

Como  $10^4 = 10000 = 9999 + 1$ ;  $10^3 = 1000 = 999 + 1$ ;  $10^2 = 100 = 99 + 1$ ;  $10^1 = 10 = 9 + 1$ ; podemos reescrever  $n$  da seguinte forma:

$$n = a \cdot (9999 + 1) + b \cdot (999 + 1) + c \cdot (99 + 1) + d \cdot (9 + 1) + e$$

$$n = 9999 \cdot a + a + 999 \cdot b + b + 99 \cdot c + c + 9 \cdot d + d + e$$

ou ainda,

$$n = 9 \cdot (1111 \cdot a + 111 \cdot b + 11 \cdot c + 1 \cdot d) + (a + b + c + d + e)$$

Agora, se  $k = 1111 \cdot a + 111 \cdot b + 11 \cdot c + 1 \cdot d$  e  $t = a + b + c + d + e$ , então

$$n = 9 \cdot k + t, \text{ com } k, t \in \mathbb{N}$$

Oservamos que  $n = 9 \cdot k + t$  é divisível por 9 se, e somente se,  $t$  for divisível por 9. Como  $t$  é a soma dos algarismos de  $n$ , então  $n$  é divisível por 9 se, e somente se, a soma de seus algarismos for divisível por 9.

**Proposição 8:** (Divisibilidade por 10) Um número natural  $n$  é divisível por 10 se, e somente se, terminar em 0.

*Demonstração:* Seja  $n$  um número natural da forma

$$n = a_r \cdot 10^r + a_{r-1} \cdot 10^{r-1} + \dots + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10^1 + a_0 \cdot 10^0$$

$$k = a_r \cdot 10^{r-1} + a_{r-1} \cdot 10^{r-2} + \dots + a_2 \cdot 10^1 + a_1, \text{ podemos reescrever } n \text{ como}$$

$$n = 10 \cdot k + a_0, \text{ com } k \in \mathbb{N}$$

Assim, como 10 é divisível por 10, então  $n$  será divisível por 10 se, e somente se,  $a_0$  for divisível por 10. Como  $a_0$  é um algarismo, então  $a_0$  é divisível por 10 se, e somente se,  $a_0 = 0$ . Sendo  $a_0$  o algarismo das unidades de  $n$ , então  $n$  será divisível por 10 se, e somente se,  $n$  terminar em 0.

Neste trabalho não exploraremos o critério de divisibilidade por 7, pelo fato de não ser intuitivo. Outro ponto que levamos em consideração, é por termos escolhido os objetos de conhecimento conforme a BNCC, neste documento a habilidade a ser alcançada não inclui o critério de divisibilidade por 7.

## 4 METODOLOGIA E DESENVOLVIMENTO DOS JOGOS

Neste capítulo abordaremos as metodologias utilizadas para relacionar o jogo aos conteúdos matemáticos. Também descrevemos a sua construção, onde são explicadas as ferramentas e técnicas utilizadas neste processo. A seção 4.1 apresenta o cenário da ferramenta de programação utilizada no desenvolvimento dos jogos, SCRATCH. E na seção 4.2 detalhamos a metodologia utilizada para desenvolvê-los e trazemos a descrição de como utilizamos os conteúdos matemáticos em cada fase dos jogos.

### 4.1 Ferramenta

O SCRATCH é uma plataforma de programação em blocos, desenvolvida pelo Grupo de pesquisa Lifelong Kindergarten no MIT Media Lab, teve seu lançamento para o público em 2007, disponibilizado gratuitamente de forma online. Foi projetado especialmente para as idades de 08 a 16 anos, mas acaba sendo utilizado por pessoas de todas as faixas etárias. Os seus códigos predefinidos em blocos, facilita o entendimento dos usuários no processo de programação de animações e jogos. Assim entendemos que o SCRATCH atende o que apregoa a BNCC (2018)

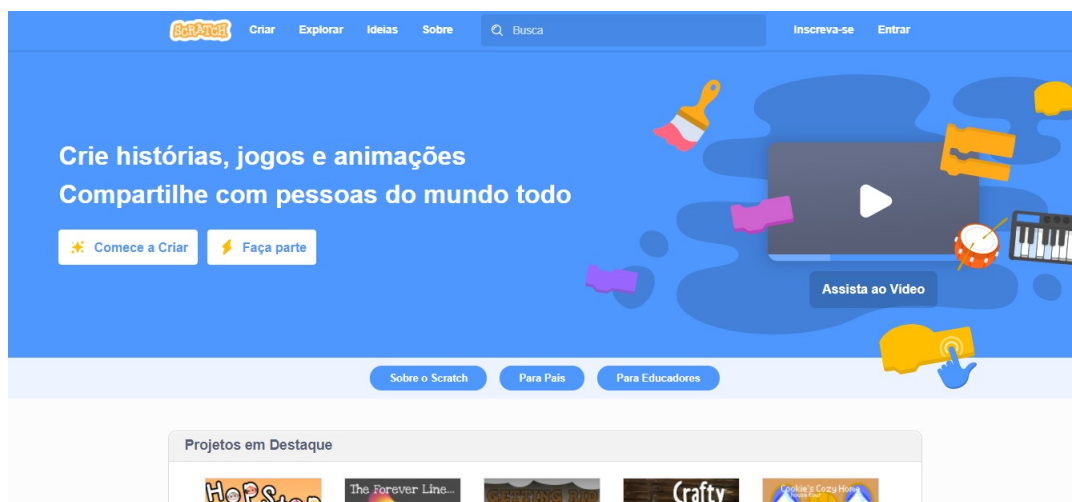
Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados. Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados)(BRASIL, 2018, p.267)

Dentro deste panorama educacional, resolvemos unir a construção do pensamento computacional junto com a metodologia de resolução de problemas, para criar um cenário de aprendizagem, utilizando o SCRATCH como ferramenta para o desenvolvimento do jogo. O SCRATCH possui um aplicativo que pode ser baixado e utilizado sem conexão com a internet, mas optamos por utilizar a versão online.

Quando acessamos pelo site, a tela inicial apresenta algumas opções, que seriam: criar - onde você irá programar, tanto animação quanto jogos; explorar - esta opção disponibiliza projetos, animações, histórias e outros; ideias - nesta parte existe tutoriais,

guia de atividades, primeiros passos; sobre - conta sobre a história do SCRATCH, os desenvolvedores, pesquisa, citações; busca - essa barra de busca serve para pesquisar dentro do site; inscreva-se - aqui você fará sua inscrição no site, isso possibilitará o compartilhamento dos seus projetos.

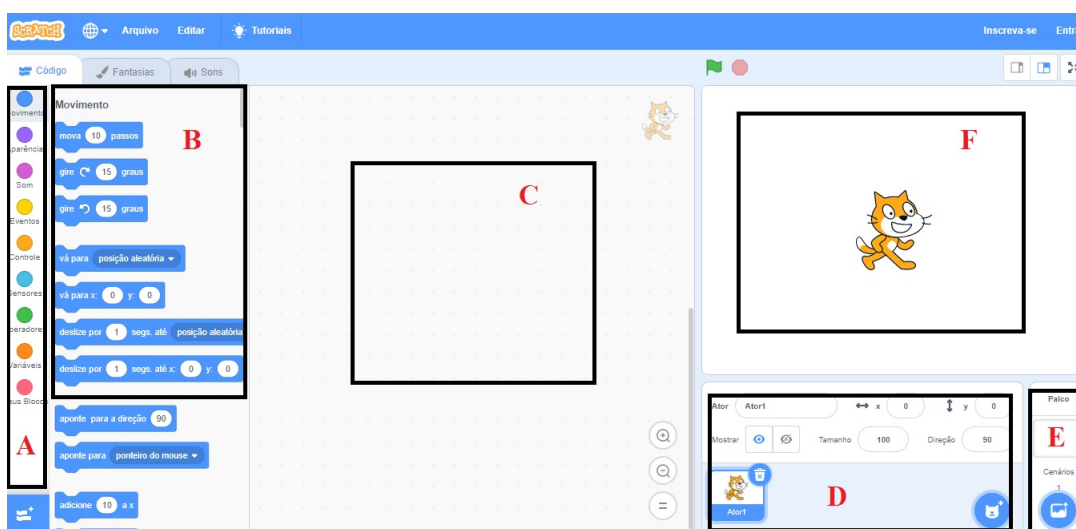
Figura 1 – Tela inicial.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Ao clicar em criar, somos redirecionados para a tela inicial de Edição, este ambiente está dividido em: (A) Categoria de comandos; (B) área em que escolhemos os blocos de comandos da programação, conforme a categoria selecionada; (C) área de edição e conexão dos blocos; (D) uma área de definição dos atores; (E) área dos cenários (ou palcos) e (F) uma área de apresentação, onde conseguimos executar o projeto.

Figura 2 – Tela de Edição.

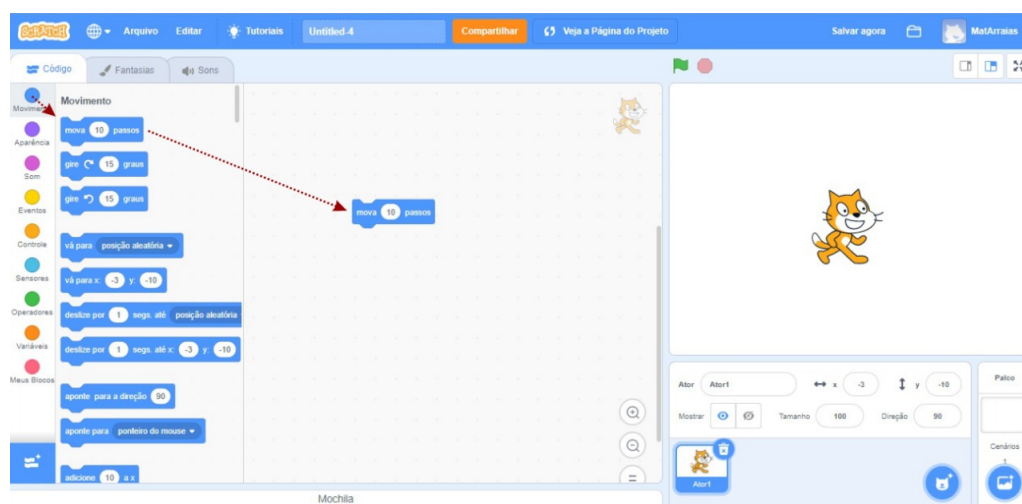


Fonte: Elaborada pelo autor.

Com a intenção de contemplar as noções gerais da programação no SCRATCH, trataremos alguns exemplos. Para movimentar um ator, selecionamos a categoria de comandos

"Movimento" e arrastamos o bloco que desejamos para a área de edição. Por exemplos, queremos que o ator mova 10 passos, para executar este comando, basta dar duplo clique sobre o bloco na área de edição, e o ator (gato) irá andar os 10 passos, neste bloco do exemplo podemos alterar o número de movimentos, assim escolhemos a quantidade de passos que o ator pode dar. Observe a Figura.

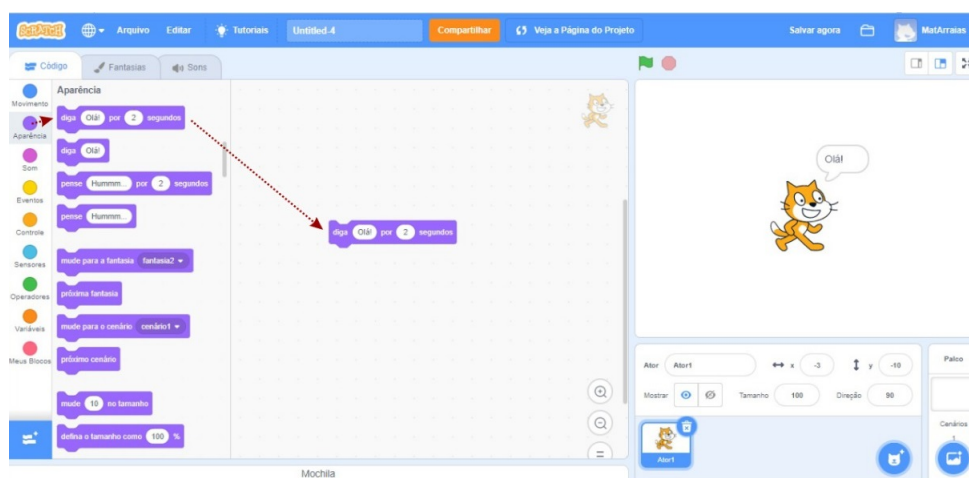
Figura 3 – Tela de Edição: Bloco de Movimento



Fonte: Elaborada pelo autor.

Para os demais blocos de comandos o procedimento similar. Na categoria de comandos "Aparência" serve para mudança de fantasia (está relacionado ao ator), mudança de cenário, fazer aparecer ou desaparecer algum ator, assim como aparecer pensamentos e diálogos, conforme exemplo na figura abaixo.

Figura 4 – Tela de Edição: Bloco de Aparência

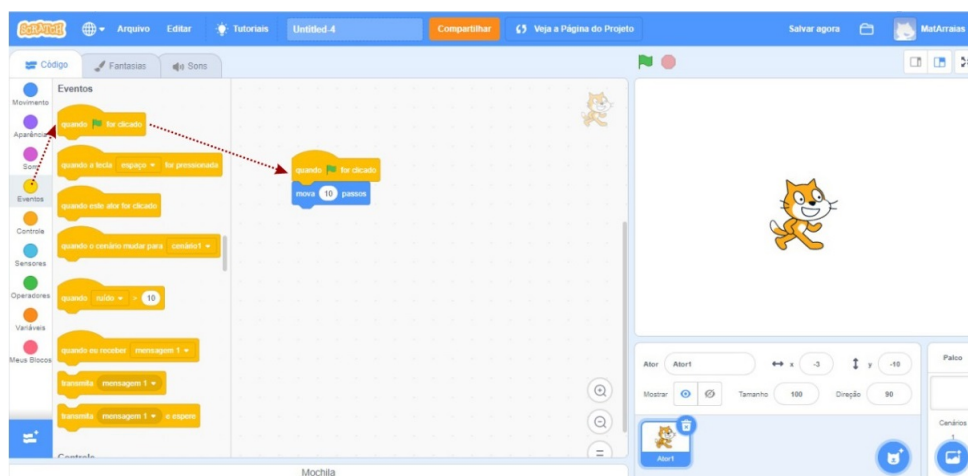


Fonte: Elaborada pelo autor.

Na categoria "Som" tem como principal função importar sons e músicas. A categoria "Eventos" é responsável por iniciar a execução de um bloco quando o programa for iniciado, ou quando o ator for pressionado, quando alguma tecla for pressionada e até mesmo quando

acontecer a mudança de cenário. Usando o primeiro exemplo mostrado de movimentos, onde para executar o bloco clicávamos duas vezes em cima dele, nesta categoria basta clicar na "bandeirinha verde" e o o ator irá movimentar os 10 passos.

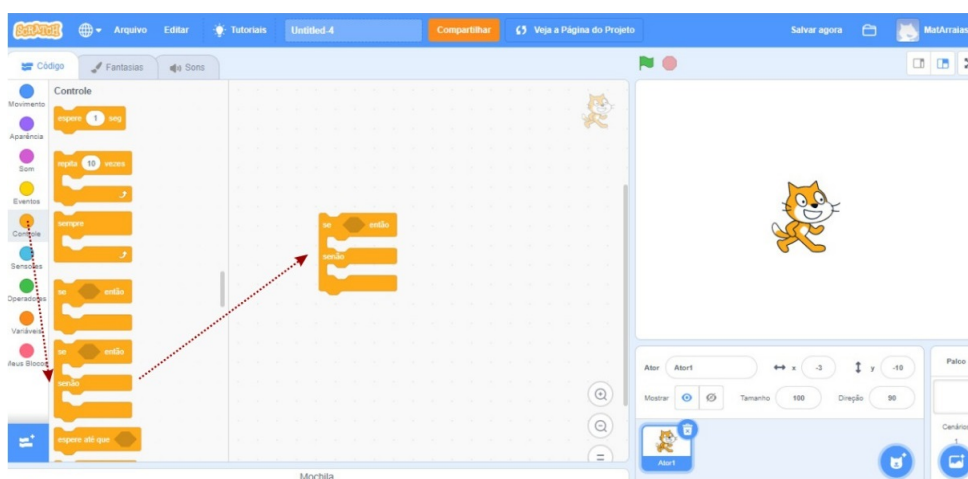
Figura 5 – Tela de Edição: Bloco de Eventos



Fonte: Elaborada pelo autor.

Explorando a categoria "Controle", esses comandos torna possível realizar teste de condições (se, senão), normalmente estes comandos possui outro dentro dele, se satisfazer a condição, realizará os comandos, senão, não realizará. Nesta categoria também existe os comandos sempre que, será realizado sempre que a condição for verdadeira, além do repita, repita até que. Essa sequência lógica acaba sendo montada como um quebra-cabeça proporcionando uma maior facilidade, juntando blocos geometricamente semelhantes.

Figura 6 – Tela de Edição: Bloco de Controle

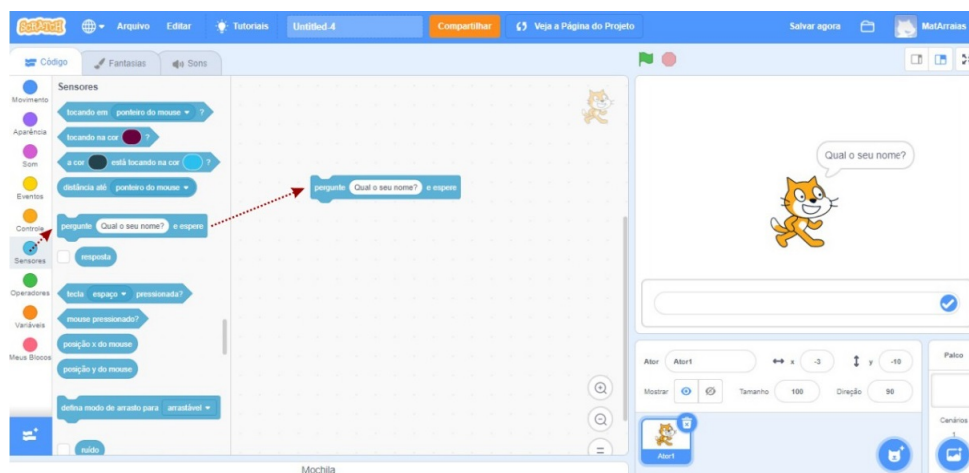


Fonte: Elaborada pelo autor.

Iremos explorar mais uma categoria, para que não fique sobrecarregado, pelo fato de estarmos dando noções gerais da plataforma. Portanto, a última categoria que iremos explorar, será a de "Sensores" no qual é possível realizar perguntas e exibir as respostas

por algum tempo. Esta parte é interessante para nós, pois é um comando que foi bastante utilizado no nosso jogo.

Figura 7 – Tela de Edição: Bloco de Sensores



Fonte: Elaborada pelo autor.

## 4.2 Metodologia

O conteúdo matemático abordado no jogo utilizou o documento norteador Base Nacional Comum Curricular, que cotem informações sobre o que é ensinado no 6º ano do Ensino Fundamental II, que é o público alvo dos nossos jogos. Durante a elaboração deste trabalho, desenvolvemos dois jogos com proposta um pouco diferentes. O primeiro jogo construído é o "Castelo Matemático"<sup>1</sup>, que tem uma proposta de desafio e o segundo jogo é "A corrida dos Critérios de Divisibilidade"<sup>2</sup>, uma proposta de verificação dos critérios de divisibilidade, chamaremos jogo 1 e jogo 2 respectivamente para as descrições que seguem, ambos estão disponíveis na plataforma scratch online.

A abordagem dos conteúdos matemáticos no jogo 1 serão apresentados como desafios ao logo das 4 fases que o jogo possui. Os desafios bloquearão o acesso as fases seguintes do jogo, sendo assim o estudante deverá acertar a resposta para seguir a diante. Para auxiliar o estudante na resolução dos problemas, em cada fase disponibilizamos o botão de ajuda e um botão de dica, o recomendado é para que o estudante veja primeiro a dica e tente resolver o desafio, já o botão de ajuda está explicando o conteúdo matemático por trás de cada desafio. Já no jogo 2 os conteúdos matemáticos aparecem de forma um pouco mais livre, em relação a escolha do estudante, dentro deste jogo possui 8 minijogos de corrida, em cada minijogo será trabalhado um critério de divisibilidade. No início do jogo disponibilizamos a instrução geral, que será aplicada a cada minijogo, em seguida

<sup>1</sup> [scratch.mit.edu/projects/579747058/](https://scratch.mit.edu/projects/579747058/)

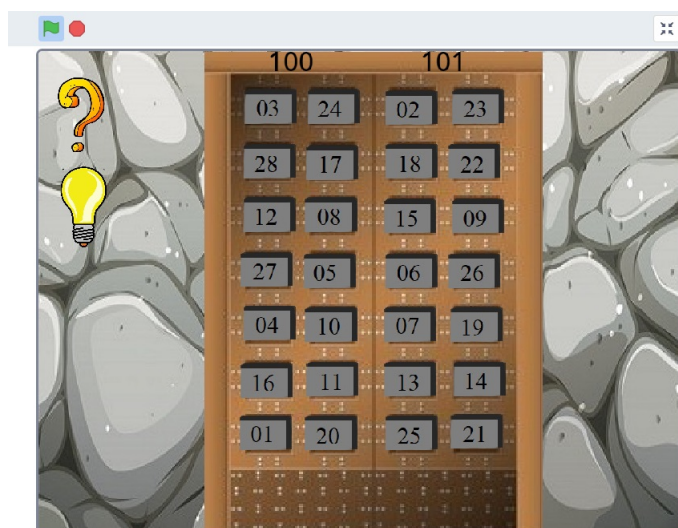
<sup>2</sup> [scratch.mit.edu/projects/598323326/](https://scratch.mit.edu/projects/598323326/)

disponibilizamos o menu, que contará com os 8 minijogos e um botão de ajuda que direciona o estudante aos conteúdos matemáticos necessários para alcançar o objetivo dos minijogos.

O jogo 1 (Castelo Matemático) foi pensado e desenvolvido para contemplar parte das Habilidades EF06MA04<sup>3</sup>, EF06MA05<sup>4</sup> e EF06MA06<sup>5</sup>, a história do jogo é o resgate do Goblin que foi capturado pelo Grifin na floresta e levado para o Castelo Matemático, o personagem Elf é o responsável, juntamente com o estudante, de resgatar o Goblin. Dessa forma, eles precisam entrar no castelo e passar por desafios na busca do Goblin.

Neste jogo existem 4 fases a serem passadas pelo jogador. Na fase 1, trabalharemos os conceitos de número par e ímpar, juntamente com a paridade de um número. O desafio é descobrir qual o código de acesso para entrar no castelo, para isto colocamos um número par de um lado da porta e um número ímpar do outro lado da porta, assim os botões que aparecem abaixo, precisam ser pressionados conforme paridade com o número acima na porta.

Figura 8 – Fase 1 - Jogo Castelo Matemático



Fonte: Elaborada pelo autor.

A segunda fase do jogo é uma espécie de quiz, onde colocamos mais um personagem para fazer perguntas ao jogador, o objetivo desta fase é coletar uma chave que está no alto da parede, para isso é necessário responder as perguntas de forma correta, cada pergunta respondida corretamente aparecerá um degrau na parede. As perguntas são sobre números primos e compostos.

<sup>3</sup> Construir algoritmo em linguagem natural e representá-lo por fluxograma que indique a resolução de um problema simples (por exemplo, se um número natural qualquer é par).

<sup>4</sup> Classificar números naturais em primos e compostos, estabelecer relações entre números, expressas pelos termos “é múltiplo de”, “é divisor de”, “é fator de”, e estabelecer, por meio de investigações, critérios de divisibilidade por 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 100 e 1000.

<sup>5</sup> Resolver e elaborar problemas que envolvam as ideias de múltiplo e de divisor



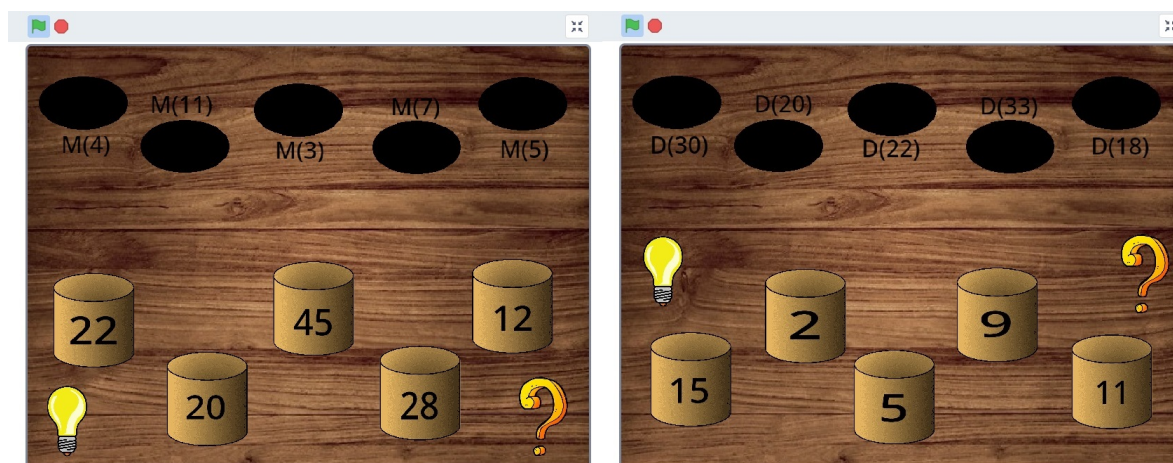
Figura 9 – Fase 2 - Jogo Castelo Matemático



Fonte: Elaborada pelo autor.

O desafio a ser passado na fase 3 é abrir um baú que contém uma pista que ajudará nossos personagens a sair do castelo. Para abrir será necessário o jogador arrastar os botões para os buracos corretos e em seguida clicar em cima, este procedimento deverá ser realizado duas vezes. Para ajudar o jogador a passar por esse desafio, perto de cada buraco colocados uma dica, a primeira vez será feito com botões com múltiplos das dicas que estão perto dos buracos, e a segunda vez serão divisores. Escolhemos números que podem ser múltiplos/divisores de mais de um buraco, então o jogador precisa acertar em qual deverá colocar, sabendo que nenhum buraco pode ficar vazio.

Figura 10 – Fase 3 - Jogo Castelo Matemático

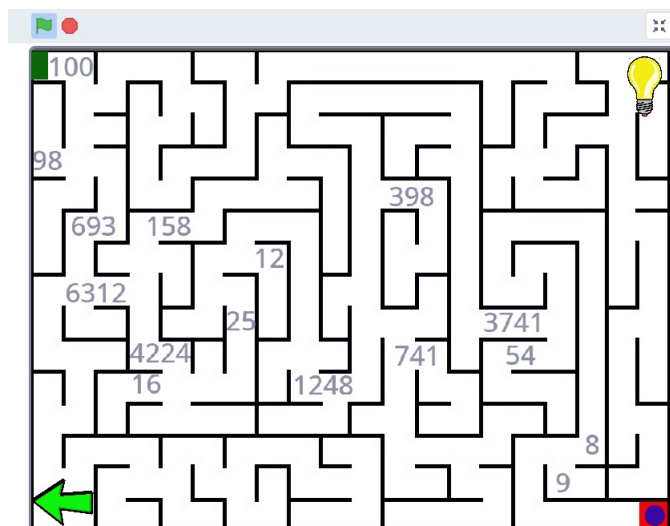


Fonte: Elaborada pelo autor.

A fase 4 tem como desafio atravessar um labirinto, para facilitar a saída, a dica que pegamos na fase 3 é a sequência de critérios de divisibilidade que devemos seguir para

escolher as saídas corretas, e dentro do percurso do labirinto colocamos números em que o estudante fará a escolha por onde seguir com base nos critérios. Assim que o estudante consegue chegar no final do labirinto, nossos personagens aparecem agradecendo e finaliza o jogo.

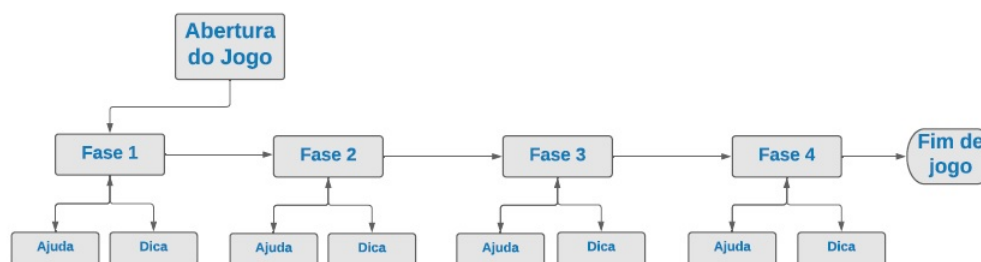
Figura 11 – Fase 4 - Jogo Castelo Matemático



Fonte: Elaborada pelo autor.

Na figura abaixo temos a estrutura de navegação do jogo que é seguida pelos estudantes que jogarem, na qual, so avançam as fases com respostas certas.

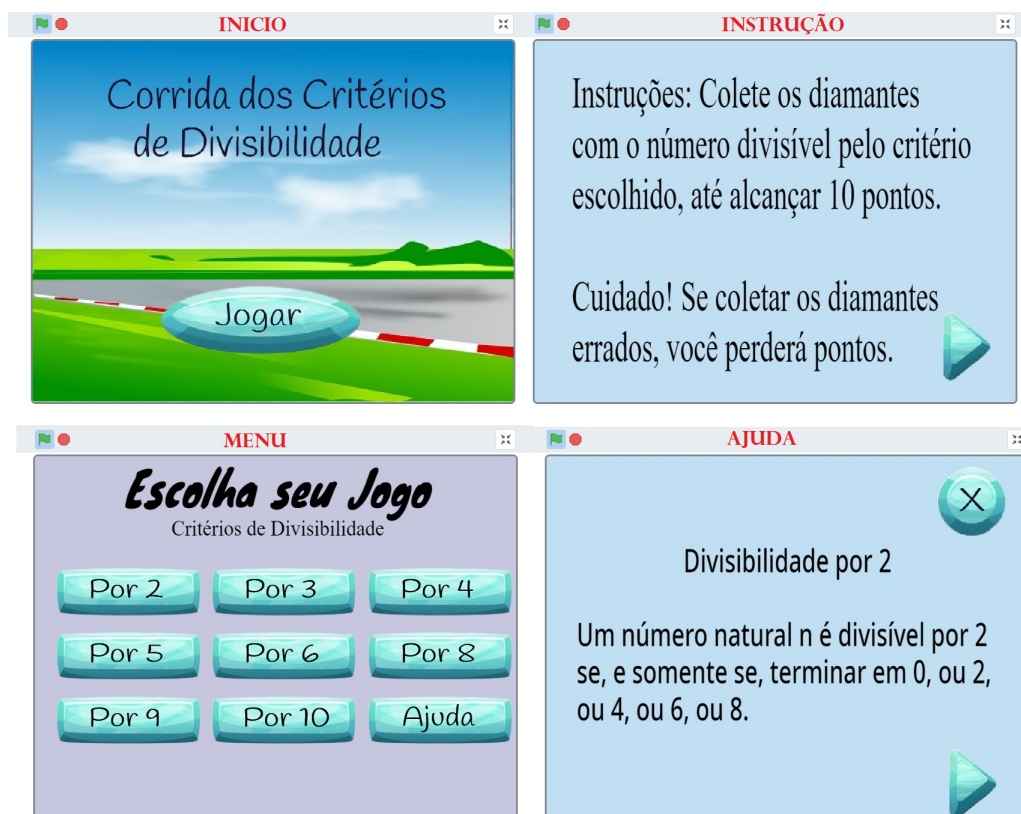
Figura 12 – Fluxograma - Jogo Castelo Matemático



Fonte: Elaborada pelo autor.

O jogo 2, como foi descrito anteriormete, tem uma proposta de treino, ou fixação, nele trabalhamos a verificação dos critérios de divisibilidade. Neste jogo, a proposta é que os estudantes colem diamantes com os números corretos, divisíveis pelo critério escolhido. O cenário criado foi para que cada estudante escolhesse qual critério ele tem dúvidas e que queira treinar, e disponibilizamos tambem um botão de ajuda no menu, em que ele poderá consultar caso tenha dúvida.

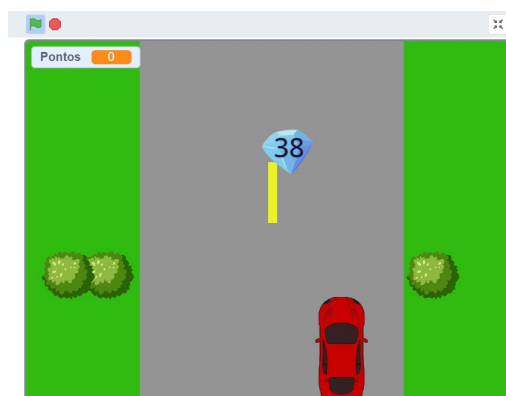
Figura 13 – Jogo 2: Corrida dos Critérios de Divisibilidade



Fonte: Elaborada pelo autor.

O jogo mantém uma estrutura semelhante em todas as fases, utilizamos o mesmo cenário, mudando apenas as cores dos carrinhos, o objetivo do jogo é alcançar uma pontuação de 10 pontos, cada diamante com o número correto coletado adicionará 1 ponto ao placar, e a cada diamante coletado é subtraído 1 ponto do placar. O estudante que pontuar  $-1$  finalizará a fase (game over), e voltará para o menu.

Figura 14 – Fase dos Critérios de Divisibilidade por 2

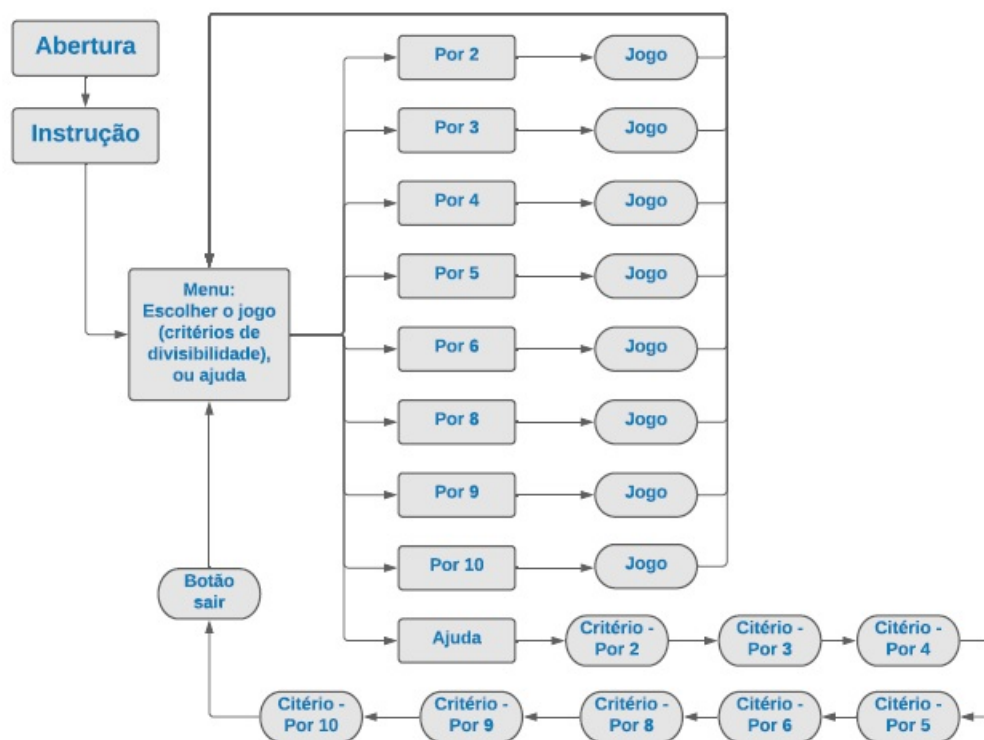


Fonte: Elaborada pelo autor.

Abaixo apresentamos o fluxograma do jogo 2, notamos que as possibilidades de navegação do discente no jogo, não necessita que passe de fase, deixando livre a escolha de

qual critério o estudante deseja verificar.

Figura 15 – Fluxograma - Corrida dos Critérios de Divisibilidade



Fonte: Elaborada pelo autor.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Durante o desenvolvimento deste TCC, vencemos alguns obstáculos que apareceram no percurso, um deles foi o tempo. O período letivo para realização deste trabalho foi menor do que normalmente, devido ao ajuste no calendário da Universidade. Apesar de já ter tido contato com linguagens de programação, como foi dito na introdução deste, e o SCRATCH ser considerado uma linguagem de programação de fácil entendimento, foram gastas semanas para o entendimento da plataforma, para assim gerar os algoritmos que contemplariam a estrutura dos nossos jogos. Ao explorar o SCRATCH, não ficamos satisfeitos somente com os atores e cenários que são disponibilizados dentro da plataforma, procuramos meios de inserir dentro deste ambiente imagens disponíveis na internet e imagens criadas no paint, e assim foram gastos mais alguns dias.

Após todo o estudo de como programar no SCRATCH, como exportar imagens, retirar fundos de imagens e criar atores e cenários, sequencialmente foi o momento de programar, criar a história, tentar trazer a parte lúdica e motivadora do jogo, não esquecendo de aplicar os conteúdos matemáticos. Este esforço feito no início do trabalho, para a criação do jogo 1 (Castelo Matemático) promoveu bastante aprendizagem, da qual resultou na elaboração do segundo jogo (Corrida dos Critérios de Divisibilidade) de forma rápida, e utilizando mais os recursos disponíveis na plataforma.

Escolhemos desenvolver um conteúdo do 6º ano, enquanto concluinte do curso de Licenciatura em Matemática, no qual minha habilitação é lecionar na Educação Básica. Estar estudando no final da minha graduação, de forma online, me fez querer produzir algo que pudesse auxiliar os professores em suas práticas. Consideramos nossa proposta como mais uma opção para a inserção das tecnologias digitais em atividades para o ensino de matemática. Pretendo dar continuidade nesta linha de pesquisa, considerando a relevância do estudo apresentado, relevância esta verificada na prova do ENADE (2021), que afere o desempenho dos estudantes em relação aos conteúdos programáticos do curso, neste caso do curso de Licenciatura em Matemática, em sua parte de Componente Específico composta por 26 questões objetivas, 5 questões foram referentes a inserção de tecnologias no ensino de matemática e jogos. Como enfatizada na questão 21, do ENADE (2021):

[..]I. Uma metodologia de ensino que faz uso de jogos pode desenvolver a capacidade do aluno para entender e, até mesmo, justificar afirmações matemáticas.[..]A capacidade de organizar e expressar ideias e o aumento de concentração são algumas das habilidades proporcionadas pelos jogos.(ENADE, 2021, p.24).

Por fim, registrar que este trabalho apresentou o desenvolvimento de uma proposta de objeto de aprendizagem no formato de jogo digital para o ensino de Matemática, buscando incentivar e motivar o discente na aprendizagem, dando um suporte aos estudantes, tanto no ambiente escolar quanto fora dele. Desenvolvemos dois jogos com propostas diferentes, mas de forma complementar em relação ao conteúdo, mesclando o lúdico com os desafios matemáticos. Para que estes jogos pudessem ser elaborados, foi realizado um estudo sobre qual conteúdo matemático iríamos trabalhar, e também como poderíamos desenvolver o pensamento computacional. Além, do estudo da plataforma SCRATCH, a elaboração de cenários e atores. Apresentamos noções básicas da plataforma SCRATCH, proporcionando uma alternativa para a construção de saberes, tanto para nós que elaboramos e construímos os objetos de aprendizagem, no formato de jogos, quanto para os usuários e usuárias da plataforma que terão acesso a estes jogos produzidos.

## REFERÊNCIAS

- BACICH, Lilian e outros. **Ensino híbrido: personalização e tecnologia na educação**. Porto Alegre: Penso, 2015. 386 p.
- BATISTA, S. C. F.; BAPTISTA, C. B. F. **Scratch e Matemática: desenvolvimento de um objeto de aprendizagem**. Em: I Encontro de Educação Matemática. Campos dos Goytacazes: Essentia, p. 1-8, 2013.
- BORIN, Júlia. **Jogos e resolução de problemas: uma estratégia para as aulas de matemática**. 3.ed. São Paulo: IME/USP, 1998.
- BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF, 2018.
- BRUM, Wanderley Pivatto. **Crise no ensino de Matemática: amplificadores que potencializam o fracasso da aprendizagem**. São Paulo: Clube dos Autores, 2013.
- CASTRO FILHO, J. A. **Objetos de Aprendizagem e sua Utilização no Ensino de Matemática**. Anais do IX Encontro Nacional de Educação Matemática – ENEM 2007, Belo Horizonte, 2007.
- COSTA, S.R.S; DUQUEVIZ, B. C.; PEDROZA; R. L. S. Tecnologias Digitais como instrumentos mediadores da aprendizagem dos nativos digitais. **Revista Quadrimestral da Associação Brasileira de Psicologia Escolar e Educacional**, v. 19, n. 3, set./dez. 2015, p. 603-610.
- COSTA, E. A.; GOMES, A. R. A influência do uso de Tecnologias no Ensino da Matemática. **Revista Tecnologia Educacional - Ano XXXIV**, n. 172/173, p. 35-43, jan/jun, 2006.
- DOMINGUES, H. H. **Fundamentos de Aritmética**. São Paulo: Atual Editora, 1991.
- DRUCK, Suely. Crise no ensino da Matemática no Brasil. **Revista do Professor de Matemática**, Rio de Janeiro, n. 53, 2003.
- FLÔRES. M. L. P.; TAROUCO. L. M. R. Diferentes tipos de objetos para dar suporte a aprendizagem. **RENOTE – Revista Novas Tecnologias na Educação**, v. 6, n. 1, julho 2008.
- MENEZES, A. H. N. e outros. **Metodologia Científica: Teoria e Aplicação na Educação a Distância**. Petrolina, 2019. Livro Digital. 83 p.
- MORAES, M. C. **Subsídios para Fundamentação do Programa Nacional de Informática na Educação (ProInfo)**. Brasília: SEED/MEC, 1997.
- MORBACH, Raquel P. C. **Ensinar e jogar: possibilidades e dificuldades dos professores**

de matemática dos anos finais do ensino fundamental. 2012. 175f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Educação), Universidade de Brasília. Brasília, 2012.

MUNIZ, Cristiano Alberto. **Brincar e jogar:** enlaces teóricos e metodológicos no campo da educação matemática. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2010.

NUNES, Renan C. **Desenvolvimento de um Jogo para Auxiliar no Ensino da Matemática.** 2018. 102 p. Monografia (Graduação). Instituto de Ciências Exatas e Aplicadas. Departamento de Computação e Sistemas de Informação. Universidade Federal de Ouro Preto, João Monlevade, 2018.

PAPERT, Seymour. **A máquina das crianças.** Repensando a escola na era da informática. Porto Alegre: Artes Médicas, 1994.

PINTO, António. S. **Scratch na Aprendizagem da Matemática no 1º Ciclo de Ensino Básico:** estudo de caso na resolução de problemas. Dissertação (Mestrado em Estudos da Criança. Área de Especialização em Tecnologias de Informação e Comunicação). Universidade do Minho, Portugal, 2010.

PÓLYA, George. **A arte de resolver problemas:** um novo aspecto do método matemático. Trad. Heitor Lisboa de Araújo. 2ª reimpressão. Rio de Janeiro. 1995.

SBC. **Diretrizes para ensino de Computação na Educação Básica.** Disponível em : [www.sbc.org.br/educacao/diretrizes-para-ensino-de-computacao-naeducacao-basica](http://www.sbc.org.br/educacao/diretrizes-para-ensino-de-computacao-naeducacao-basica) . Acesso em 22/11/2021.

SILVA, A. M. dos S.; MORAES, D. A. S. de S.; BATISTA, S. C. F. **Objetos de Aprendizagem em Scratch para Estudo de Saneamento Básico:** Percepções de Alunos e Professores. In: XX Workshop de Informática na Escola (WIE). Dourados/MS, 2014.

SILVA, Jabson da Cunha. **O uso do Scratch para Investigação Matemática e os Números Mágicos de Ball.** Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Matemática), Universidade Federal do Tocantins. Arraias, 2020.

TAROUCO, L. M. R. e outros. **Objetos de Aprendizagem:** teoria e prática. Porto Alegre: Evangraf, 2014. 504 p.

WILEY, David A. **Connecting learning objects to instructional design theory:** A definition, a metaphor, and a taxonomy . 2000. Disponível em: <http://reusability.org/read/>. Acesso em: 22 de out de 2021.

WING, Jeannette. **Computational Thinking.** Communications of the ACM, vol. 49, no. 3, 2006.