



UNIVERSIDADE FEDERAL DO TOCANTINS  
CAMPUS DE ARAGUAÍNA  
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

**BRUNO NERES DA SILVA**

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE UM MODELO DE TRANSMISSÃO DA  
LEISHMANIOSE VISCERAL EM ARAGUAÍNA-TO**

ARAGUAÍNA  
2020

**BRUNO NERES DA SILVA**

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE UM MODELO DE TRANSMISSÃO DA  
LEISHMANIOSE VISCERAL EM ARAGUAÍNA-TO**

Monografia apresentada ao curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Tocantins, como requisito parcial para a obtenção de título de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Samara Leandro Matos da Silva.

ARAGUAÍNA  
2020

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)**  
**Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Tocantins**

---

N444s Neres da Silva, BRUNO .  
SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE UM MODELO DE TRANSMISSÃO  
DA LEISHMÂNIOSE VISCERAL EM ARAGUAÍNA-TO. / BRUNO  
Neres da Silva. – Araguaína, TO, 2020.  
65 f.

Monografia Graduação - Universidade Federal do Tocantins –  
Câmpus Universitário de Araguaína - Curso de Matemática, 2020.  
Orientadora : SAMARA LEANDRO MATOS DA SILVA

1. MATEMÁTICA. 2. LEISHMANIOSE. 3. MATEMÁTICA  
APLICADA. 4. LEISHMANIOSE EM ARAGUAÍNA. I. Título

**CDD 510**

---

TODOS OS DIREITOS RESERVADOS – A reprodução total ou parcial, de qualquer forma ou por qualquer meio deste documento é autorizado desde que citada a fonte. A violação dos direitos do autor (Lei nº 9.610/98) é crime estabelecido pelo artigo 184 do Código Penal.

**Elaborado pelo sistema de geração automática de ficha catalográfica da UFT com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).**

**BRUNO NERES DA SILVA**

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE UM MODELO DE TRANSMISSÃO DA  
LEISHMANIOSE VISCERAL EM ARAGUAÍNA-TO**

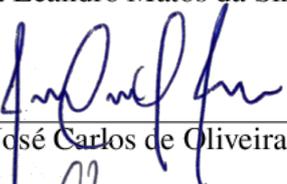
Monografia apresentada ao curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Tocantins, como requisito parcial para a obtenção de título de Licenciado em Matemática.

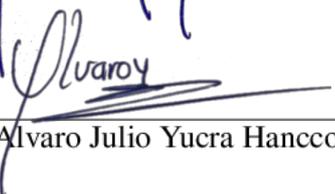
Orientadora: Profa. Dra. Samara Leandro Matos da Silva.

Aprovada em: 16 / 12 / 2020.

**BANCA EXAMINADORA**

  
\_\_\_\_\_  
Profa. Dra. Samara Leandro Matos da Silva (orientadora)

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. José Carlos de Oliveira Júnior

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Alvaro Julio Yucra Hanco

Dedico este trabalho a minha família pois nos momentos difíceis eu tive seu apoio. Dedico a minha mãe Maria Regina a pessoa que sempre me escuta e me guia, dedico ao meu pai por sempre estar presente, por sempre me apoiar, dedico aos meus irmãos Alysson e Carlos Andre e minha irmã Aline, por serem meus companheiros e meus amigos.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço a minha mãe Maria Regina, meu pai Carlos Alberto e meus irmãos Alysson, Carlos André e minha irmã Aline pois o apoio de todos foi crucial para este momento.

As minhas amigas Teylane, Vanessa, Lara, Hevellyn, Talya, kevellyn, Elissama, Morgana, Amanda, Ariane, Joyce, Jusciel e Aico.

A minha orientadora professora Samara por ter aceitado realizar essa pesquisa e por ter tido paciência e compreensão.

Aos professores José Carlos, Alvaro, Deive, Fernanda, Sinval, Rogério e Renata, pois mostram que ser professor vai além de ministrar aulas e aplicar provas.

A voce que adota ou adotou algum animal em situação de abandono, que faz carinho no doguinho ou ajuda contribuindo para a redução de animais abandonados.

Agradeço a Prefeitura Municipal de Araguaína, em especial a Secretaria de Saúde por ter prontamente fornecidos os dados solicitados para a pesquisa.

*Independentemente das nossas limitações, nós sempre podemos ser de alguma utilidade. Nosso potencial pode revelar útil no grande esquema das coisas. Mantenha o foco. Nunca desvie seus olhos, porque se uma abertura surge, mesmo nosso potencial insignificante pode ser suficiente para determinar o destino do mundo. É por isso que devemos ficar alerta e prontos a agir a qualquer momento.*

Shikamaru Nara



## RESUMO

Nesta pesquisa foram realizadas simulações matemáticas da transmissão de Leishmaniose Visceral na cidade de Araguaína, utilizando um sistema de equações diferenciais e programas em Octave para realizar cálculos e plotagem de gráficos. Para a melhor compreensão desta pesquisa estudamos Equações diferenciais Ordinárias, Sistemas de Equações Diferenciais Ordinárias e programação em Octave. Neste modelo foi considerado um vetor, o Flebotomíneo e dois hospedeiros, o ser humano e o cão. Para a realização desta pesquisa foi necessário solicitar algumas informações para o Centro de controle de Zoonoses da cidade. Ao final realizamos a aplicação do modelo para a cidade e posteriormente consideramos uma situação em que não houvesse cão infectados.

**Palavras-chave:** Modelagem Matemática. Equações diferenciais ordinárias. Leishmaniose. Octave.

## ABSTRACT

In this research, mathematical simulations of the transmission of Visceral Leishmaniasis were carried out in the city of Araguaína, using a system of differential equations and programs in Octave to perform calculations and plotting graphs. For a better understanding of this research, we studied Ordinary Differential Equations, Ordinary Differential Equation Systems and Octave programming. In this model, a vector was considered, the Phlebotomine and two hosts, the human and the dog. In order to carry out this research, it was necessary to request some information from the Zoonosis Control Center in the city. At the end, we applied the model to the city and later considered a situation in which there were no infected dogs.

**Keywords:** Mathematical Modeling. Ordinary differential equations. Leishmaniasis. Octave.

# Lista de Figuras

1.1	Flebotomíneo/Lutzomyia . . . . .	15
2.1	Representação gráfica de $c_1 \text{sen}(t) + c_2 \text{cos}(t)$ . . . . .	26
2.2	Representação gráfica de $\frac{dy}{dt} - y = e^{2t}$ . . . . .	26
2.3	Ponto de equilíbrio $y = -2$ . . . . .	27
2.4	Ponto de equilíbrio $y = -2$ com condição inicial $y(0) = 0$ . . . . .	29
3.1	Modelagem de Leishmaniose em humanos no 2015 a 2019. . . . .	39
3.2	Modelagem de Leishmaniose em cães no ano de 2015 a 2019. . . . .	40
3.3	Modelagem de Leishmaniose em Flebotomíneos no ano de 2015 a 2019. . . . .	41
3.4	Modelagem de Leishmaniose em humanos no ano de 2019 a 2029. . . . .	42
3.5	Modelagem de Leishmaniose em cães no ano de 2019 a 2029. . . . .	43
3.6	Modelagem de Leishmaniose em Flebotomíneos no ano de 2019 a 2029. . . . .	44
3.7	Simulação de Leishmaniose em Humanos no ano de 2019 a 2029. . . . .	46
3.8	Simulação de Leishmaniose em Cães no ano de 2019 a 2029. . . . .	47
3.9	Simulação de Leishmaniose em Flebotomíneos. . . . .	48

# Lista de Tabelas

1.1	Números de casos de LV em humanos em Araguaína no período de 2015 a 2019.	19
1.2	Números de óbitos por LV em humanos em Araguaína no período de 2015 a 2019.	19
1.3	Números de casos de LV em cães em Araguaína no período de 2015 a 2019. . .	19
1.4	Distribuição por bairro de casos de LV em humanos na cidade de Araguaína no período de 2015 a 2019 . . . . .	20
1.5	Distribuição por bairro de casos de LV em cães na cidade de Araguaína no período de 2015 a 2019 . . . . .	21
3.1	Parâmetros dos dados de 2015. . . . .	37
3.2	Parâmetros dos dados de 2019. . . . .	41
3.3	Modelagem de Leishmaniose no ano de 2019. . . . .	45
3.4	Distribuição por bairro de casos de LV em cães na cidade de Araguaína no período de 2015 a 2019. . . . .	53
3.5	Distribuição por bairro de casos de LV em humanos na cidade de Araguaína no período de 2015 a 2019. . . . .	58

# Sumário

<b>1</b>	<b>Leishmaniose</b>	<b>15</b>
1.1	Leishmaniose Visceral em Araguaína . . . . .	18
<b>2</b>	<b>Equações diferenciais</b>	<b>22</b>
2.1	Definições e Classificações . . . . .	22
2.1.1	Ordem de uma EDO . . . . .	23
2.1.2	Equações Lineares . . . . .	23
2.2	Soluções . . . . .	25
2.2.1	Pontos de Equilíbrio . . . . .	26
2.3	Sistemas de Equações Diferenciais . . . . .	29
2.3.1	Soluções de um sistema de 1ª ordem . . . . .	30
<b>3</b>	<b>Simulações Numéricas</b>	<b>33</b>
3.1	Pontos de equilíbrio, número de reprodutibilidade basal e condições iniciais . .	35
3.1.1	Pontos de equilíbrio . . . . .	35
3.1.2	Número de reprodutibilidade basal $R_0$ . . . . .	35
3.1.3	Condições iniciais . . . . .	36
3.2	Simulação em Octave do modelo para a cidade de Araguaína . . . . .	37
3.3	Simulações para Cenários Distintos em Araguaína . . . . .	44
	<b>Considerações Finais</b>	<b>49</b>
	<b>Referências</b>	<b>50</b>
	<b>Anexo A</b>	<b>53</b>
	<b>Anexo B</b>	<b>58</b>
	<b>Apêndice A</b>	<b>60</b>

# Introdução

A matemática como campo de pesquisa e desenvolvimento sempre mostrou que está nos bastidores, muitas vezes utilizada para descrever eventos naturais, simulações futuras acerca de doenças e está presente nos esportes e ressaltamos que a mesma é utilizada para criar estratégias em jogos mobile ou em computadores tanto em esportes como os automobilísticos.

As equações diferenciais são utilizadas muitas vezes na Engenharia, Física e na Epidemiologia Matemática [8]. Vamos utilizá-las para descrever e compreender a transmissão da Leishmaniose, mais especificamente Leishmaniose Visceral (LV), que tem suas distinções da Leishmaniose Tegumentar (LT).

Esta pesquisa é baseada na dissertação de Rosales [17] com o objetivo geral de estudar o modelo matemático que descreve a transmissão da LV e aplicar o mesmo para simular a propagação da doença na cidade de Araguaína-TO. Para as simulação levamos em consideração os dados fornecidos pela Secretaria Municipal de Saúde para o período de 2015 a 2019.

O modelo consiste em um sistema de equações diferenciais ordinárias que leva em consideração a iteração entre humanos, cachorro e o vetor da doença. O modelo estudado possibilita realizar previsões para cenários futuros, assim fornecendo informações importantes para o combate e prevenção da doença. A previsão da transmissão da Leishmaniose Visceral nos anos de 2019 a 2029 na cidade de Araguaína é uma das simulações realizadas a partir do modelo estudado, obtendo informações importantes acerca do cenário simulado.

No Capítulo 1 é apresentado um estudo acerca da Leishmaniose e suas variações, apresentamos os dados fornecidos pela prefeitura municipal de Araguaína contendo informações da transmissão da doença na cidade.

No Capítulo 2 apresentamos algumas definições matemáticas para a compreensão do modelo matemático e para a aplicação no Software Octave.

No Capítulo 3 apresentamos o modelo matemático e o estudo para a cidade de Araguaína-TO. Tomando como ponto de partida os dados fornecidos pela Secretaria Municipal de Saúde realizamos simulações para cenários futuros e assim obtivemos informações importantes e os gráficos para melhor entendimento da situação da propagação da doença. Posteriormente apresentamos que os cães também são vítimas dessa doença e que são injustiçados por ela, pois em muitas regiões eles são vistos como vilões e culpados pela propagação da doença.

No Apêndice encontram-se uma tabela com os casos de Leishmaniose em cães no período de 2015 a 2019 divididos por bairros e os programas em Octave utilizados para a

realização da pesquisa.

# Capítulo 1

## Leishmaniose

A leishmaniose é conhecida e atinge 22 países atualmente e já atingiu 66 países séculos atrás [17]. A mesma tinha caráter rural e se tornou uma doença de caráter urbano devido a muitos fenômenos como a urbanização acelerada, fatores sócio-econômicos e outros.

A Leishmaniose é um grupo de doenças infecciosas, porém não são contagiosas, elas são causadas por parasitas que são do gênero *Leishmania*. A Leishmaniose é dividida em dois tipos que são distintos quando analisamos os sintomas e os agentes causadores, a Leishmaniose Visceral (LV) e a Leishmaniose Tegumentar (LT).

A transmissão da LT e LV ocorre por meio de insetos que se alimentam de sangue, mais especificamente as fêmeas da espécie Flebotomíneos ou Flebótomos, pois para desenvolver os ovos é necessário se alimentarem de sangue. Na Figura 1.1 podemos visualizar um Flebotomíneo/*Lutzomyia* que é a espécie predominante geograficamente no continente americano. O mesmo é popularmente conhecido como: mosquito palha, tatuquira, birigüi, cangalinha, asa branca, asa dura e palhinha.

Figura 1.1: Flebotomíneo/*Lutzomyia*



Fonte: Prefeitura de Araguaína (2014)

O mosquito palha é encontrado com mais frequência em lugares com umidade acima da média, com pouca luminosidade e onde há presença de plantas, tanto o macho como a fêmea

não se distanciam dos seus criadouros. De acordo com o Ministério da Saúde [12] o ciclo biológico do vetor é dividido em quatro fases:

- Ovo;
- Larva;
- Pupa;
- Adulto.

A LV de acordo com o Ministério da Saúde [12] é causada pelos protozoários: *Leishmania infantum* e *Leishmania Chagasi*. Eles são transmitidos quando fêmeas picam animais ou cães que estejam infectados e depois picam os seres humanos transmitindo o agente causador. Após um período ocorrem os sintomas da LV, tendo como uma das características principais o inchaço no abdômem pois tem como tecido alvo o sistema reticuloendotelial, sendo o baço e o fígado os principais locais onde o protozoário vai se reproduzir e provocar alterações. O Ministério da Saúde apresenta os sintomas da LV [12]:

- febre de longa duração;
- Aumento do fígado e baço;
- Perda de peso;
- fraqueza;
- Redução da força muscular;
- Anemia.

O Ministério da Saúde [13] apresenta que a LT é uma doença que causa alterações na pele como mucosas e feridas e no Brasil é causada por sete espécies do gênero *Leishmania* sendo os mais frequentes:

- *Leishmania amazonensis*: Distribuída pelas florestas primárias e secundárias da Amazônia legal (Amazonas, Pará, Rondônia, Tocantins e Maranhão). Sua presença amplia-se para o Nordeste (Bahia), Sudeste (Minas Gerais e São Paulo), Centro-oeste (Goiás) e Sul (Paraná);
- *L. guyanensis*: Aparentemente limitada à Região Norte (Acre, Amapá, Roraima, Amazonas e Pará) e estendendo-se pelas Guianas. É encontrada principalmente em florestas de terra firme, em áreas que não se alagam no período de chuvas;

- *L. V. braziliensis*: Foi a primeira espécie de *Leishmania* descrita e discriminada como agente etiológico da LT. É a mais importante, não só no Brasil, mas em toda a América Latina. Tendo ampla distribuição, desde a América Central até o norte da Argentina. Esta espécie está amplamente distribuída em todo país.

Seus principais sintomas são lesões na pele ou mucosas. O Ministério da saúde [13] ressalta que as alterações como as mucosas ocorrem mais nas regiões como o nariz, boca e garganta. Quando ocorrem no nariz, podem ocasionar:

- Entupimentos;
- Sangramentos;
- Coriza;
- Aparecimento de crostas;
- Feridas

Na garganta, os sintomas são:

- Dor ao engolir;
- Rouquidão;
- Tosse.

O diagnóstico da leishmaniose é efetuado por meio de exames clínicos e laboratoriais. Detectar e realizar o tratamento no estágio inicial da doença devem ser prioridades, pois se trata de uma doença que pode levar a morte. O ministério da Saúde [2] orienta algumas medidas para a prevenção da Leishmaniose, sendo elas:

- Evitar construir casas e acampamentos em áreas muito próximas à mata;
- Fazer dedetização, quando indicada pelas autoridades de saúde;
- Evitar banhos de rio ou de igarapé, localizado perto da mata;
- Utilizar repelentes na pele, quando estiver em matas de áreas onde há a doença;
- Usar mosquiteiros para dormir;
- Usar telas protetoras em janelas e portas;
- Manter sempre limpas as áreas próximas às residências e os abrigos de animais domésticos;

Diante dessas informações apresentadas notamos que a Leishmaniose não se trata apenas de uma doença e sim de um grupo de doenças com suas diferenças, entretanto o Ministério da Saúde considera apenas a LV e LT como duas divisões gerais da Leishmaniose.

## 1.1 Leishmaniose Visceral em Araguaína

Nesta seção vamos apresentar a LV na cidade de Araguaína no período de 2015 a 2019. Para obter tais informações buscamos contato com o Centro de Controle de Zoonoses da cidade (CCZ), foi enviado um ofício solicitando dados como:

- Número de humanos infectados em cada ano considerando o período de 2015 a 2019;
- Número de óbitos humanos, devido a doença, em cada ano considerando o período de 2015 a 2019;
- Número de cães infectados em cada ano considerando o período de 2015 a 2019;
- Número de casos em humanos e cães por bairro em cada ano considerando o período de 2015 a 2019. ;

Apresentaremos os principais dados recebido no ofício resposta do CCZ da cidade [1]. Abaixo temos a Tabela 1.1 com as informações de números de infectados no período de 2015 a 2019.

Tabela 1.1: Números de casos de LV em humanos em Araguaína no período de 2015 a 2019.

Ano	Número de casos
2015	40
2016	48
2017	42
2018	30
2019	22
Total	182

Fonte: Compilado de Araguaína (2020).

Percebe-se uma diminuição no número de casos, mesmo com o aumento no ano de 2016, os três anos seguintes mostraram diminuição. A Tabela 1.2 contém as informações acerca do número de óbitos por LV em humanos no período de 2015-2019.

Tabela 1.2: Números de óbitos por LV em humanos em Araguaína no período de 2015 a 2019.

Ano	Número de óbitos
2015	02
2016	03
2017	01
2018	01
2019	02
Total	09

Fonte: Compilado de Araguaína (2020)

Neste período a soma total de óbitos po LV foi de nove óbitos, matematicamente comparando com a população total da cidade em 2015 era de 170183 habitantes e em 2019 foi de 183381 [6] e [11], temos que esse número foi baixo, porém se trata de pessoas que morreram devido as complicações desta doença.

A Tabela 1.3 contém as informações acerca dos números de cães infectados por LV no período de 2015 a 2019

Tabela 1.3: Números de casos de LV em cães em Araguaína no período de 2015 a 2019.

Ano	Número cães infectados
2015	2453
2016	2342
2017	2648
2018	2484
2019	3940
Total	13867

Fonte: Compilado de Araguaína (2020)

Quase quatorze mil cães foram diagnosticados com LV em Araguaína durante esse período, se trata de um número alto quando comparado aos casos em humanos.

Abaixo temos a Tabela 1.4 de casos de LV em humanos com a distribuição dos bairros mais afetados no período de 2015 a 2019. A tabela completa está no Anexo B.

Tabela 1.4: Distribuição por bairro de casos de LV em humanos na cidade de Araguaína no período de 2015 a 2019

<b>Distribuição por bairros de casos de LV em humanos</b>						
<b>Bairros</b>	2015	2016	2017	2018	2019	<b>TOTAL</b>
Araguaína Sul	3	3	2	4	4	<b>16</b>
Parque Bom Viver	1	9	4	0	1	<b>15</b>
São João	5	2	4	1	0	<b>12</b>
Maracanã	1	3	2	3	0	<b>9</b>
Nova Araguaína	1	3	1	2	0	<b>7</b>

Fonte: Compilado de Araguaína (2020)

Na tabela 2.4 temos os casos de LV em cães no ano de 2015 a 2019 de alguns bairros, a tabela com todos os bairros está no Anexo A.

Tabela 1.5: Distribuição por bairro de casos de LV em cães na cidade de Araguaína no período de 2015 a 2019

<b>Distribuição por bairros de casos de LV em cães</b>					
<b>Bairros</b>	2015	2016	2017	2018	2019
Araguaína Sul	242	327	327	374	183
Bairro São João	189	162	165	280	92
Costa Esmerada	27	12	85	105	177
Maracanã	121	104	165	199	213
Vias Públicas	99	63	92	58	36
Zona Rural	13	3	3	15	7

Fonte: Compilado de Araguaína (2020)

Os bairros Araguaína Sul e Bairro São João são bairros popularmente conhecidos por terem muitos moradores e estiveram entre os bairros com mais cães infectados neste período. O bairro Costa Esmeralda foi criado em 2014, porém apresentou um aumento significativo em cães infectados. Em 2015 foram notificados 27 cães com LV e no ano de 2019 foram notificados 177 cães. O setor Maracanã foi um dos setores que mostrou números altos todos os anos e mostrou aumento de casos. Os cães infectados que se encontram abandonados em vias públicas apresentaram uma diminuição. Na zona rural por se tratar de regiões relativamente distantes do ambiente urbano, apresentou números baixos de LV em cães, ressaltando que raposas, gambás, marsupiais também podem ser hospedeiros de Leishmania.

# Capítulo 2

## Equações diferenciais

Para compreendermos a nossa realidade, inúmeras vezes, buscamos respostas através da Matemática, assim expandindo cada vez mais nosso universo de conhecimento e de dúvidas. Para modelar eventos naturais, crescimentos populacionais, propagação de doenças contagiosas, entre outros utilizamos as equações diferenciais. Para este capítulo vamos explorar as escritas dos autores [3], [5] e [17].

Para resolvermos um problema ou descrever um evento do cotidiano como alagamentos, crescimento de uma população, epidemias, entre outros, iremos visualizar os mesmos como uma expressão matemática que pode conter variáveis, funções, equações, taxas e variações, entre outros. Assim “o processo de elaborar um modelo, resolvê-lo matematicamente e interpretar seus resultados em termos físicos ou outros é chamado de modelagem matemática ou, resumidamente, de modelagem”[4].

### 2.1 Definições e Classificações

**Definição 2.1.** *Equações diferenciais são equações em que um ou mais dos termos desta podem ser uma derivada em função da variável, assim como no exemplo abaixo:*

**Exemplo 2.2.** *Vamos considerar a equação a seguir:*

$$\frac{dy}{dt} = 3ty \text{ ou } y' = 3ty.$$

Assim fica explícito como uma equação diferencial pode ser representada. Note que  $\frac{dy}{dt}$  ou  $t'$  são derivadas em  $t$ , assim afirmando a definição anterior.

As Equações Diferenciais são divididas em equações diferenciais ordinárias (EDO) e as equações diferenciais parciais (EDP). No primeiro caso, aparecem apenas derivadas simples, no segundo as derivadas são derivadas parciais [3].

**Exemplo 2.3.** A equação a seguir se trata de um EDO

$$y'' + y't + y = 3.$$

**Exemplo 2.4.** A equação a seguir se trata de uma EDP

$$u + 5 \frac{\partial u}{\partial t} + 8 \frac{\partial u}{\partial y} = v,$$

onde  $u$  e  $v$  são funções com variáveis reais  $t$  e  $y$ , note que está equação envolve duas funções reais com suas variáveis e suas derivadas parciais.

### 2.1.1 Ordem de uma EDO

Uma equação diferencial ordinária EDO é uma equação da forma:

$$F(t, y, y', \dots, y^{(n)}) = 0 \quad (2.1)$$

onde  $n$  é a ordem da EDO.

A ordem de uma EDO está relacionada com a ordem da derivada de maior ordem da equação [3] identificar a ordem de uma EDO nos permite analisar os métodos de resolução.

**Exemplo 2.5.** Vamos considerar a seguinte equação

$$y'' + yy' = t^3. \quad (2.2)$$

Vejamos a derivada de maior ordem para identificar a ordem desta equação

$$y'', \quad (2.3)$$

esta derivada é de ordem 2, logo esta **EDO** é de segunda ordem.

### 2.1.2 Equações Lineares

**Definição 2.6.** Quando a função  $F$  for linear em  $(y, y', y'', \dots, y^{(n)})$  dizemos que a equação é linear. No caso geral

$$a_0(t)y^{(n)}(t) + a_1(t)y^{(n-1)}(t) + \dots + a_n(t)y(t) = g(t) \quad (2.4)$$

onde  $a_i, i = 1, 2, \dots, n$  e  $g$  dependem da variável  $t$ . Nos exemplos abaixo podemos notar essas características fundamentais.

**Exemplo 2.7.** *Considere a EDO*

$$a_0(t)y'' + a_1(t)y' + a_2(t)y = g(t)$$

*é uma equação diferencial linear de segunda ordem, pois,  $a$  e  $g$  dependem da variável em questão, ou seja,  $t$ .*

**Exemplo 2.8.** *A EDO*

$$ty'' + (t + 3)y' + 2y = t^2 + 1$$

*é uma equação diferencial linear, pois assim como a anterior, os coeficientes da equação são funções que dependem somente de uma variável, ou seja, dependem somente de  $t$ .*

**Exemplo 2.9.** *A EDO*

$$yy'' + (t + 3)y' + 2y = t^2 + 1$$

*é uma equação diferencial, mas não é linear, pois envolve um produto de  $y$  por  $y''$ .*

Diante disto, para uma EDO ser linear todos os coeficientes que acompanham as derivadas devem ser funções que dependem somente variável independente.

Se  $g(x)$  assume o valor 0 na equação 2.4 dizemos que a EDO é homogênea, logo se  $g(x)$  assume valores diferentes de zero, a equação não é homogênea

**Exemplo 2.10.** *A EDO*

$$y''' + \frac{t}{3}y'' - 2y' - (\sin(t))y = 2$$

*não é homogênea pois  $g(t)$  assumiu valor 2, ou seja,  $g(t) \neq 0$ .*

**Exemplo 2.11.** *A EDO*

$$y'' + (t + 2)y' + 2y = 0$$

*é homogênea.*

**Exemplo 2.12.** *Considere a EDO*

$$y'' + 2y' = 5y.$$

*Em alguns casos temos que manipular a equação para obtermos as informações, desta forma temos:*

$$\begin{aligned} y'' + 2y' &= 5y \\ y'' + 2y' - 5y &= 0. \end{aligned}$$

*Com esta simples manipulação de somar  $(-5y)$  em ambos os lados da igualdade obtemos o valor de  $g(t)$  que é zero, ou seja, a EDO é homogênea pois  $g(t) = 0$ .*

## 2.2 Soluções

Uma solução de uma EDO 2.1 no intervalo  $\alpha < t < \beta$  é uma função  $\phi$  tal que  $\phi', \phi'', \dots, \phi^{(n)}$  existem e satisfazem

$$\phi^{(n)}(t) = f[t, \phi(t), \phi'(t), \dots, \phi^{(n-1)}(t)], \quad (2.5)$$

para todo  $t$  que esteja no intervalo  $\alpha < t < \beta$ , podemos supor que  $f$  assuma valores reais e que estaremos interessados nas soluções reais  $y = \phi(t)$  a serem encontradas [3]. Todavia não é simples encontrar soluções de EDO, porém ao encontrar uma função que satisfaça a igualdade, ou seja, seja solução da mesma basta verificar se a função é solução substituindo na equação, assim como nos exemplos abaixo.

**Exemplo 2.13.** *Considere a EDO*

$$y'' + y = 0.$$

*Note que  $y = \text{sen}(t)$  é uma solução da mesma, dados*

$$\begin{aligned} y' &= \text{cos}(t) \\ y'' &= -\text{sen}(t) \end{aligned}$$

*temos,*

$$-\text{sen}(t) + \text{sen}(t) = 0$$

*Portanto,  $y = \text{sen}(t)$  é uma solução particular desta equação de segunda ordem, sendo  $y = c \times \text{sen}(t)$  a família de soluções da mesma.*

**Exemplo 2.14.** *Considere a EDO  $\frac{dy}{dt} - y = e^{2t}$ . Verifique se  $y = e^{2t}$  é solução.*

**Solução:** *Se  $y = e^{2t}$  é solução, vamos verificar.*

$$\text{Se } y = e^{2t} \text{ então, } \frac{dy}{dt} = 2e^{2t}.$$

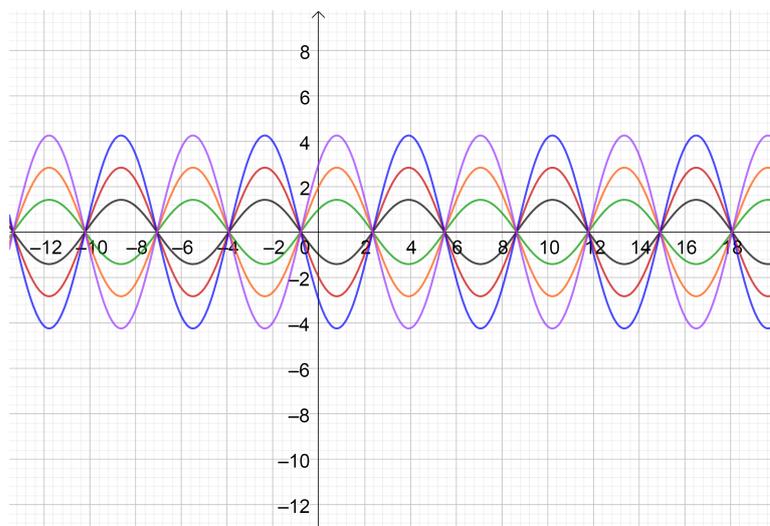
*Substituindo na equação obtemos:*

$$\Rightarrow 2e^{2t} - e^{2t} = e^{2t}.$$

*Portanto  $y = e^{2t}$  é uma solução particular da equação  $\frac{dy}{dt} - y = e^{2t}$ , que  $y = c_1 e^{2t} + c_2 e^{-2t}$  é a família de soluções desta equação.*

As curvas de soluções de uma EDO são compostas pelo gráfico da família de soluções da mesma.

**Exemplo 2.15.** *Sendo  $c_1 \text{sen}(t) + c_2 \text{cos}(t)$  família de soluções da equação  $y'' + y = 0$ . A constante  $c_1$  assume alguns dos valores  $c_1 = (-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3)$  e  $c_2 = (-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3)$  assim representados na figura 2.1 algumas dessas curvas:*

Figura 2.1: Representação gráfica de  $c_1 \sin(t) + c_2 \cos(t)$ .

Fonte: Arquivo pessoal.

**Exemplo 2.16.** Sendo  $y = c_1 e^{2t} + c_2 e^{-2t}$  família de soluções da EDO  $\frac{dy}{dt} - y = e^{2t}$ . As constantes  $c_1$  e  $c_2$  assumiram alguns dos valores  $c_1 = (-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3)$  e  $c_2 = (-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3)$  assim representados na figura abaixo algumas dessas curvas.

Figura 2.2: Representação gráfica de  $\frac{dy}{dt} - y = e^{2t}$ .

Fonte: Arquivo pessoal.

### 2.2.1 Pontos de Equilíbrio

Chamamos de *ponto de equilíbrio* da equação diferencial ao ponto para o qual derivada de primeira ordem se anula, ou seja, no ponto de equilíbrio,  $y$  não tem variação com  $x$ .

**Exemplo 2.17.** Vamos considerar a EDO de primeira ordem

$$\frac{dy}{dx} = -y - 2.$$

Neste caso:

$$\frac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow -y - 2 = 0 \Rightarrow y = -2.$$

Neste caso existe um único ponto de equilíbrio para  $\frac{dy}{dx} = -y - 2$ , mas como o ponto de equilíbrio afeta no comportamento da solução da equação, vamos resolver a EDO

$$\frac{dy}{y+2} = -dx \Leftrightarrow \ln|y+2| = -x + C \Leftrightarrow y = Ce^{-x} - 2.$$

Considereamos a condição inicial de  $y(0) = -2$  que equivale  $x = 0$

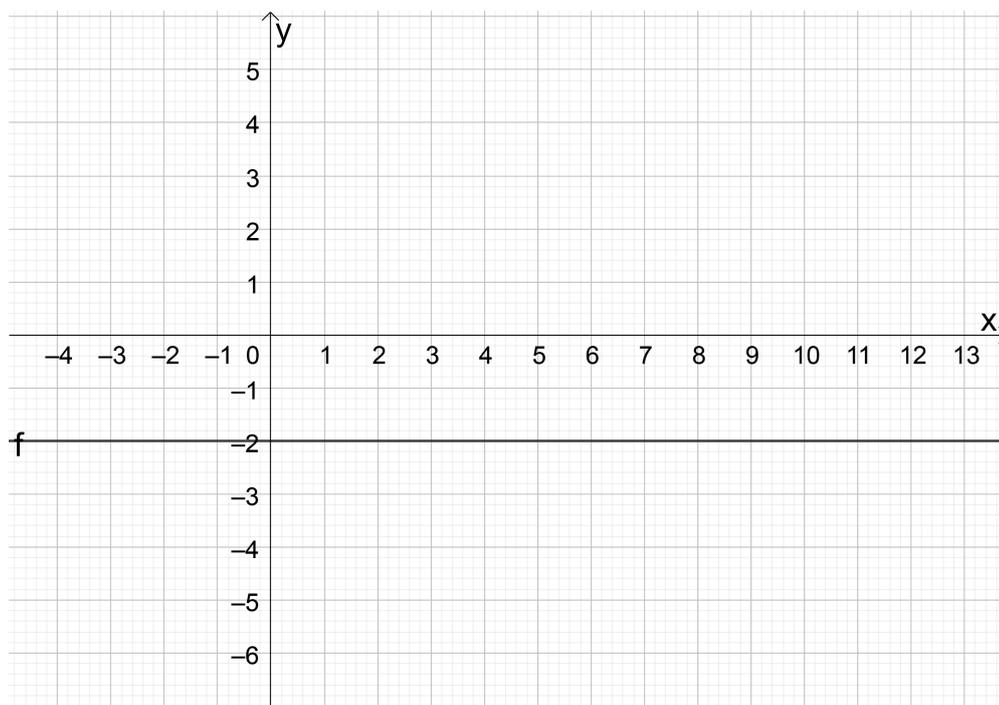
$$y(0) = -2 \Rightarrow -2 = Ce^0 - 2 \Rightarrow C = 0.$$

Portanto a solução particular que corresponde a condição inicial dada é:

$$y = -2.$$

Representando graficamente temos:

Figura 2.3: Ponto de equilíbrio  $y = -2$ .



Fonte: Arquivo pessoal/Geogebra.

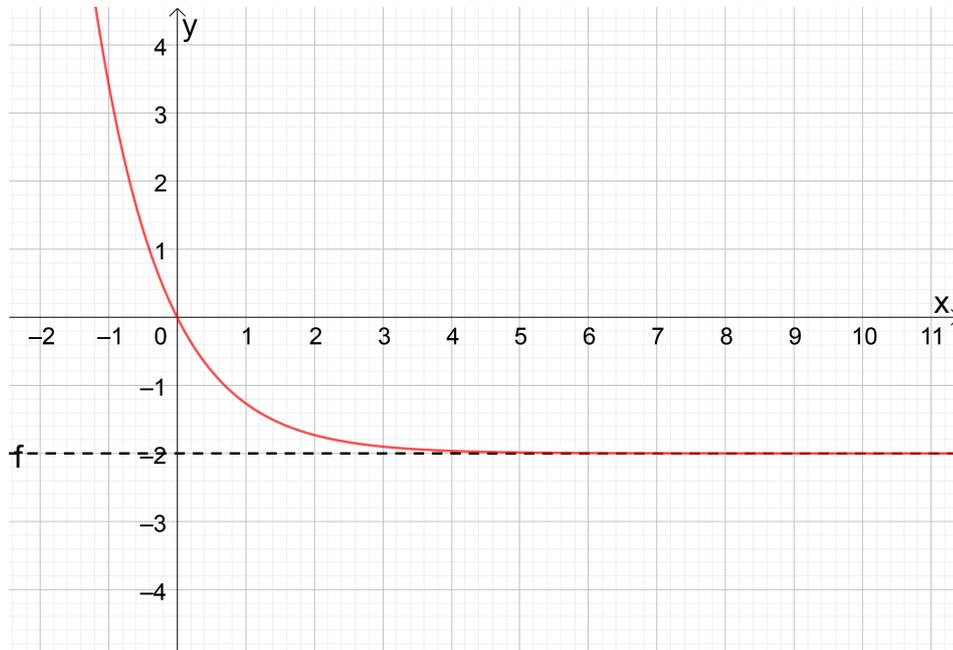
Assim  $y$  é uma constante, ou seja,  $y$  não tem variação em  $x$  e analisando a equação e o gráfico chegamos na afirmação que se a solução partir do ponto de equilíbrio, a mesma vai permanecer no ponto  $y = -2$ , pois esse ponto se comporta como uma assíntota. Vamos considerar  $y(0) = 0$

$$y(0) = 0 \Rightarrow 0 = Ce^0 - 2 \Rightarrow C = 2$$

$$y = 2e^{-x} - 2.$$

Representando graficamente:

Figura 2.4: Ponto de equilíbrio  $y = -2$  com condição inicial  $y(0) = 0$ .



Fonte: Arquivo pessoal.

A solução se aproxima assintoticamente do ponto de equilíbrio. Mas as soluções particulares não se aproximam sempre para o ponto de equilíbrio, vejamos outra equação diferencial:

$$\frac{dy}{dx} = y + 2.$$

O ponto de equilíbrio é  $y = -2$ . A solução da equação é:

$$y = Ce^x - 2$$

Se considerar a condição inicial  $y(0) = -2$ .

Portanto, dada qualquer condição inicial o ponto de equilíbrio é *estável* se a trajetória da solução da mesma permanecer próxima do ponto. O ponto de equilíbrio que não é *estável* chamamos de *instável*.

## 2.3 Sistemas de Equações Diferenciais

Um sistema linear de  $n$  EDOs de primeira ordem e com  $n$  funções quaisquer  $y_1(t) \dots y_n(t)$  é representado da seguinte forma

$$\begin{aligned}
y_1'(t) &= a_{11}y_1(t) + a_{12}y_2(t) + \cdots + a_{1n}y_n(t) + g_1(t) \\
y_2'(t) &= a_{21}y_1(t) + a_{22}y_2(t) + \cdots + a_{2n}y_n(t) + g_2(t) \\
&\vdots \\
y_n'(t) &= a_{n1}y_1(t) + a_{n2}y_2(t) + \cdots + a_{nn}y_n(t) + g_n(t)
\end{aligned} \tag{2.6}$$

onde  $a_{ij}$  são reais e  $y_i$  são funções deriváveis.

Podemos escrever 2.6 em forma matricial

$$\begin{pmatrix} y_1'(t) \\ y_2'(t) \\ \vdots \\ y_n'(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \vdots \\ y_n(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} g_1(t) \\ g_2(t) \\ \vdots \\ g_n(t) \end{pmatrix}. \tag{2.7}$$

Temos:

$$Y' = AY + g. \tag{2.8}$$

Porém, este sistema é dito como homogêneo se  $g = 0$ , tornando assim

$$Y' = AY. \tag{2.9}$$

O sistema 2.3 é escrito na forma  $Y' = A.Y$

### 2.3.1 Soluções de um sistema de 1ª ordem

Sejam  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  os respectivos autovalores mesmo que complexos da matriz  $A$  e  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$  seus autovetores, logo a solução geral de um sistema linear de equações diferenciais ordinárias é dado:

$$Y(t) = c_1 e^{\lambda_1 t} \cdot \beta_1 + c_2 e^{\lambda_2 t} \cdot \beta_2 + \cdots + c_n e^{\lambda_n t} \cdot \beta_n \tag{2.10}$$

onde  $c_1, c_2, \dots, c_n$  são números reais [3].

**Exemplo 2.18.** Determine a solução geral do sistema abaixo:

$$\begin{cases} y_1'(t) = 5y_1(t) - 3y_2(t) \\ y_2'(t) = 4y_1(t) - 2y_2(t) \end{cases}$$

Vamos representar esse sistema na forma matricial

$$\begin{pmatrix} y_1' \\ y_2' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}.$$

Vamos encontrar os autovalores da matriz  $A = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$

$$P_A(\lambda) = \det(A - \lambda \cdot I_2)$$

$$\det \begin{pmatrix} 5 - \lambda & -3 \\ 4 & -2 - \lambda \end{pmatrix} = (5 - \lambda) \cdot (-2 - \lambda) + 12$$

As raízes deste polinômio são 1 e 2, logo os autovalores da matriz  $A$  são 1 e 2.

Vamos encontrar os autovetores:

Para  $\lambda = 1$  temos

$$\begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 1 \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$$

Assim obtemos o seguinte sistema de equações

$$\begin{cases} 5x - 3y = x \\ 4x - 2y = y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x - 3y = 0 \\ 4x - 3y = 0 \end{cases} \Rightarrow y = \frac{4}{3} \cdot x.$$

Como temos infinitos autovetores, vamos escolher um valor para  $x$ , vamos tomar  $x = 3$

$$y = \frac{4}{3} \cdot 3 \Rightarrow \beta_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

Para  $\lambda = 2$  temos

$$\begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 2 \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}.$$

Assim obtemos o seguinte sistema de equações

$$\begin{cases} 5x - 3y = 2x \\ 4x - 2y = 2y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x - 3y = 0 \\ 4x - 4y = 0 \end{cases} \Rightarrow y = x.$$

Como temos infinitos autovetores e  $x = y$ , vamos escolher um valor para  $x$ , vamos tomar  $x = 1$

$$y = 1 \Rightarrow \beta_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Assim a matriz  $A$  possui os autovalores  $\lambda = 1$ ,  $\lambda = 2$  e seus autovetores  $\beta_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$  e  $\beta_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ , respectivamente

Logo a solução geral deste sistema é:

$$Y(t) = \begin{pmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{pmatrix} = c_1 e^t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} + c_2 e^t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Assim obtemos um par de funções:

$$\Rightarrow \begin{cases} y_1(t) = 3c_1 e^t + c_2 e^{2t} \\ y_2(t) = 4c_1 e^t + c_2 e^{2t} \end{cases}.$$

# Capítulo 3

## Simulações Numéricas

Para estudarmos a Leishmaniose urbana, temos que considerar o cachorro como hospedeiro permanente, por outra via o ser humano é eventual. Esta pesquisa é baseada na dissertação de Rosales [17], que explorou o modelo matemático que estuda a epidemia de leishmaniose nos seres humanos. Vamos aplicar o modelos para a cidade de Araguaína que fica localizada no norte do estado do Tocantins. Esta cidade conta com 123 bairros e cerca de 183 mil habitantes, dados esses fornecidos pelo IBGE [11].

A interação entre os seres humanos, cachorros e os flebotomíneos (vetores), são descritos por um sistema de equações diferenciais [17] abaixo:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dH_1(t)}{dt} = \mu_1 + \mu'_1 H_2(t) + \theta_1 H_3(t) - [\alpha_1 L_2(t) + \mu_1] H_1(t) \\ \frac{dH_2(t)}{dt} = \alpha_1 L_2(t) H_1(t) - (\mu_1 + \mu'_1 + \gamma_1) H_2(t) \\ \frac{dH_3(t)}{dt} = \gamma_1 H_2(t) - (\mu_1 + \theta_1) H_3(t) \\ \frac{dC_1(t)}{dt} = \mu_2 + \mu'_2 C_2(t) + \theta_2 C_3(t) - [\alpha_2 L_2(t) + \mu_2] C_1(t) \\ \frac{dC_2(t)}{dt} = \alpha_2 L_2(t) C_1(t) - (\mu_2 + \mu'_2 + \gamma_2) C_2(t) \\ \frac{dC_3(t)}{dt} = \gamma_2 C_2(t) - (\mu_2 + \theta_2) C_3(t) \\ \frac{dL_1(t)}{dt} = \mu_3 + \mu'_3 L_2(t) - [\mu_3 + \beta_1 H_2(t) + \beta_2 C_2(t)] L_1(t) \\ \frac{dL_2(t)}{dt} = [\beta_1 H_2(t) + \beta_2 C_2(t)] L_1(t) - (\mu_3 + \mu'_3) L_2(t) \end{array} \right. \quad (3.1)$$

Estas funções dependem de uma variável  $t$  que corresponde ao tempo. Temos as seguintes funções  $H_1(t)$ ,  $H_2(t)$  e  $H_3(t)$  correspondem as frações de humanos suscetíveis, infectados e imunes ou recuperados respectivamente. Para  $C_1(t)$ ,  $C_2(t)$  e  $C_3(t)$  correspondem as frações de cães suscetíveis, infectados e imunes ou recuperados respectivamente. Para  $L_1(t)$  e  $L_2(t)$  correspondem as frações de flebotomíneos suscetíveis e infectados respectivamente.

Para os parâmetros temos:

$\mu_1$  é a taxa de mortalidade dos seres humanos;

- $\mu_2$  é a taxa de mortalidade de cães;
- $\mu_3$  é a taxa de mortalidade dos flebotomíneos;
- $\mu'_1$  é a taxa de mortalidade induzida pela doença nos seres humanos;
- $\mu'_2$  é a taxa de mortalidade induzida pela doença nos cães;
- $\mu'_3$  é a taxa de mortalidade induzida pela doença nos flebotomíneos;
- $\alpha_1$  é a taxa de contato de seres humanos não infectados com o mosquito infectado;
- $\alpha_2$  é a taxa de contato de seres humanos infectados com o mosquito suscetível;
- $\theta_1$  é a taxa da perda de imunidade nos seres humanos;
- $\theta_2$  é a taxa da perda de imunidade nos cães ;
- $\theta_3$  é a taxa da perda de imunidade nos flebotomíneos;
- $\gamma_1$  corresponde ao período de reparação ou infeccioso nos seres humanos;
- $\gamma_2$  corresponde ao período de recuperação ou infeccioso nos cães;

onde todos estes parâmetros são positivos [17].

Para encontrar o valor de  $\alpha_1$  vamos utilizar a seguinte fórmula [19]

$$\alpha_1 = \frac{\text{n}^\circ \text{ de infectados}}{\text{população total de indivíduos na região}} \times 100. \quad (3.2)$$

$\alpha_2$  é a taxa de contato de seres humanos infectados com o mosquito não infectado;

Para  $\alpha_2$  vamos considerar as informações de [17] que,

$$\alpha_2 = 2 \times \alpha_1. \quad (3.3)$$

$\beta_1$  é a taxa de contato do cachorro não infectado com o mosquito infectado;

Para encontrar o valor de  $\beta_1$  vamos utilizar a seguinte fórmula [19]

$$\beta_1 = \frac{\text{n}^\circ \text{ de cães infectados}}{\text{população total de cães na região}} \times 100. \quad (3.4)$$

$\beta_2$  é a taxa de contato do cachorro infectado com o mosquito não infectado;

Para  $\beta_2$  vamos considerar as informações de [17] que,

$$\beta_2 = 2 \times \beta_1. \quad (3.5)$$

## 3.1 Pontos de equilíbrio, número de reprodutibilidade basal e condições iniciais

### 3.1.1 Pontos de equilíbrio

Dado que a taxa de variação de indivíduos em cada repartição do modelo dado é igual a zero o ponto de equilíbrio existe, neste ponto o número de indivíduos não varia, pois permanece igual ao longo do tempo  $t$ . O ponto de equilíbrio do sistema(3.1) é  $P = (1, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 0)$  [17].

### 3.1.2 Número de reprodutibilidade basal $R_0$

Quando um indivíduo infectado é inserido em uma população que esteja totalmente suscetível, ou seja, uma população que não há infectados e assim ocasiona a propagação da doença a partir deste indivíduo, chamamos de número de reprodutibilidade basal que é uma informação que o modelo dado nos fornece, que iremos denotar de  $R_0$ .

O  $R_0$  neste modelo pode nos fornecer informações cruciais para a tomada de decisões para combater a doença numa determinada região, se  $R > 1$  nos indica que a doença poderá ter níveis endêmicos e irá se estabelecer na população, porém se  $R < 1$  indica que a população infectada poderá diminuir [17].  $R_0$  é definido como,

$$R_0 = \frac{\beta_1}{\beta_1^0} + \frac{\beta_2}{\beta_2^0},$$

onde,

$$\beta_1^0 = \frac{(\mu_1 + \mu'_1 + \gamma_1)(\mu_3 + \mu'_3)}{\alpha_1}$$

e

$$\beta_2^0 = \frac{(\mu_2 + \mu'_2 + \gamma_2)(\mu_3 + \mu'_3)}{\alpha_2}.$$

### 3.1.3 Condições iniciais

As condições iniciais neste modelo são os valores iniciais que iremos adotar para a resolução do sistema (3.1) as mesmas estão relacionadas com as proporções de cada compartimento de acordo com as populações totais de cada. Adotamos os métodos utilizados por [17] para encontrar as condições iniciais. As condições iniciais são dadas como,

$$(H_1(0), H_2(0), H_3(0), C_1(0), C_2(0), C_3(0), L_1(0), L_2(0)). \quad (3.6)$$

Para os compartimentos  $H_1(0)$ ,  $H_2(0)$  e  $H_3(0)$ , temos as proporções correspondentes aos seres humanos, a primeira está relacionada com os humanos suscetíveis, a segunda com os humanos infectados, a terceira com os curados ou imunes. Para  $H_1(0)$  temos,

$$H_1(0) = 1 - \text{condição inicial de } H_2(0). \quad (3.7)$$

Para  $H_2(0)$  temos,

$$H_2(0) = \frac{\text{n}^\circ \text{ de infectados}}{\text{população total de indivíduos na região}}. \quad (3.8)$$

Para  $H_3(0)$  vamos considerar

$$H_3(0) = 0 \quad (3.9)$$

Para  $C_1(0)$ ,  $C_2(0)$  e  $C_3(0)$  vamos considerar as seguintes fórmulas. Para  $C_1(0)$  temos,

$$C_1(0) = 1 - \text{condição inicial de } C_2(0). \quad (3.10)$$

Para  $C_2(0)$  temos,

$$C_2(0) = \frac{\text{n}^\circ \text{ de cães infectados}}{\text{população total de cães na região}}. \quad (3.11)$$

Para  $C_3(0)$  vamos considerar

$$C_3(0) = 0. \quad (3.12)$$

Para mensurar a população de cães na cidade de Araguaína, vamos recorrer a proporção estimada de [18] de 1:6 cães por pessoas.

Para  $L_1(0)$  adotamos o mesmo valor utilizado por [17] e [10]

$$L_1(0) = 0.9 \quad (3.13)$$

Para  $L_2(0)$  temos,

$$L_2(0) = 0.1 \quad (3.14)$$

## 3.2 Simulação em Octave do modelo para a cidade de Araguaína

Vamos estudar o processo de transmissão de Leishmaniose Visceral na cidade de Araguaína no período de 2015 a 2019. O software GNU Octave foi o software escolhido para realizar as simulações do modelo matemático desta pesquisa, utilizamos a função ode45 que aplica o método Runge-Kutta de 4ª e 5ª ordem [16].

Abaixo temos os valores dos parâmetros que utilizamos para obter as informações do modelo no ano de 2015, quase todos os valores foram adotados do trabalho de Rosales [17], Yang e Ferreira [9], [10] e [6]. Os dados acompanhados de (\*) são valores que adotamos referente a região.

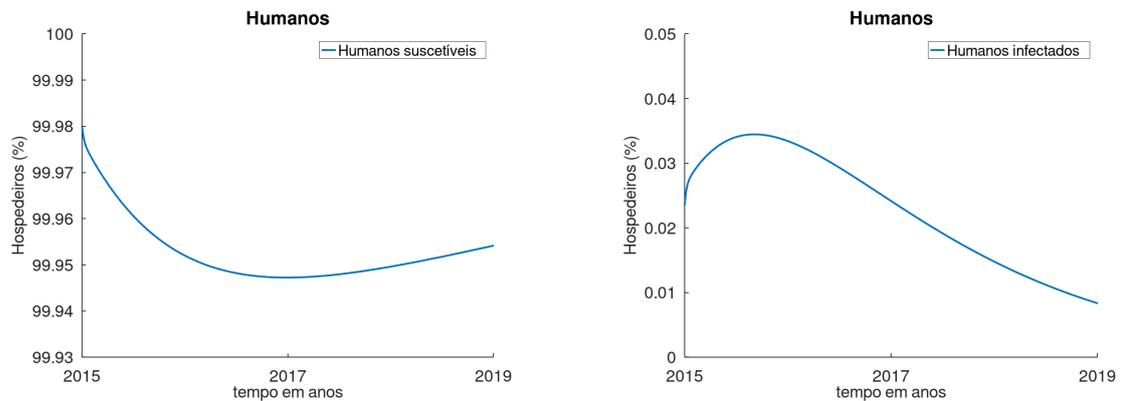
Tabela 3.1: Parâmetros dos dados de 2015.

Parâmetros	Valor
$\mu_1^{-1}$	52,5
$(\mu'_1)^{-1}$	2,707
$\gamma_1^{-1}$	$\frac{12}{7}$
$\mu_2^{-1}$	2,3
$(\mu'_2)^{-1}$	0,437
$\gamma_2^{-1}$	5
$\mu_3^{-1}$	0,141
$(\mu'_3)^{-1}$	0,019
$\alpha_1$	0,023504*
$\alpha_2$	0,047008*
$\beta_1$	8,6483*
$\beta_2$	17,297*
$\theta_1$	0,1
$\theta_1$	0,1

Fonte: Compilado de Araguaína (2020), Rosales (2005), Yang e Ferreira (2020).

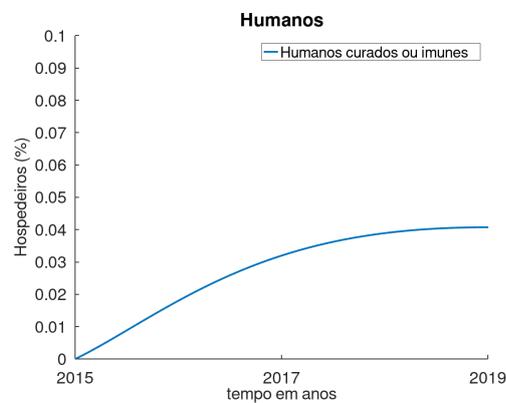
Para a Tabela 3.1 temos que  $R_0 = 0,021805$ , ou seja, indica que a população de infectados tende a diminuir. Assim vamos verificar e comparar com os gráficos correspondentes ao ano de 2019. Note que as taxas  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  são baixas e isso reflete nos poucos óbitos que foram 2 no ano de 2015 apresentado na 1.2, entretanto  $\beta_1$  e  $\beta_2$  foram altas, isso reflete nos 2453 casos de LV em cães mostrados na Tabela 1.3, pois a estimativa da população de cães em 2015 foi de 28364 cães na cidade de araguaína. Consideramos os valores utilizados por [17] para comparação. Abaixo temos os gráficos a partir do ano de 2015 com as condições iniciais de  $(0,9998; 0,0002; 0; 0,92; 0,08; 0; 0,9; 0,1)$  tomadas com as informações do ano de 2015.

Figura 3.1: Modelagem de Leishmaniose em humanos no 2015 a 2019.



(a) Humanos Suscetíveis.

(b) Humanos Infectados.



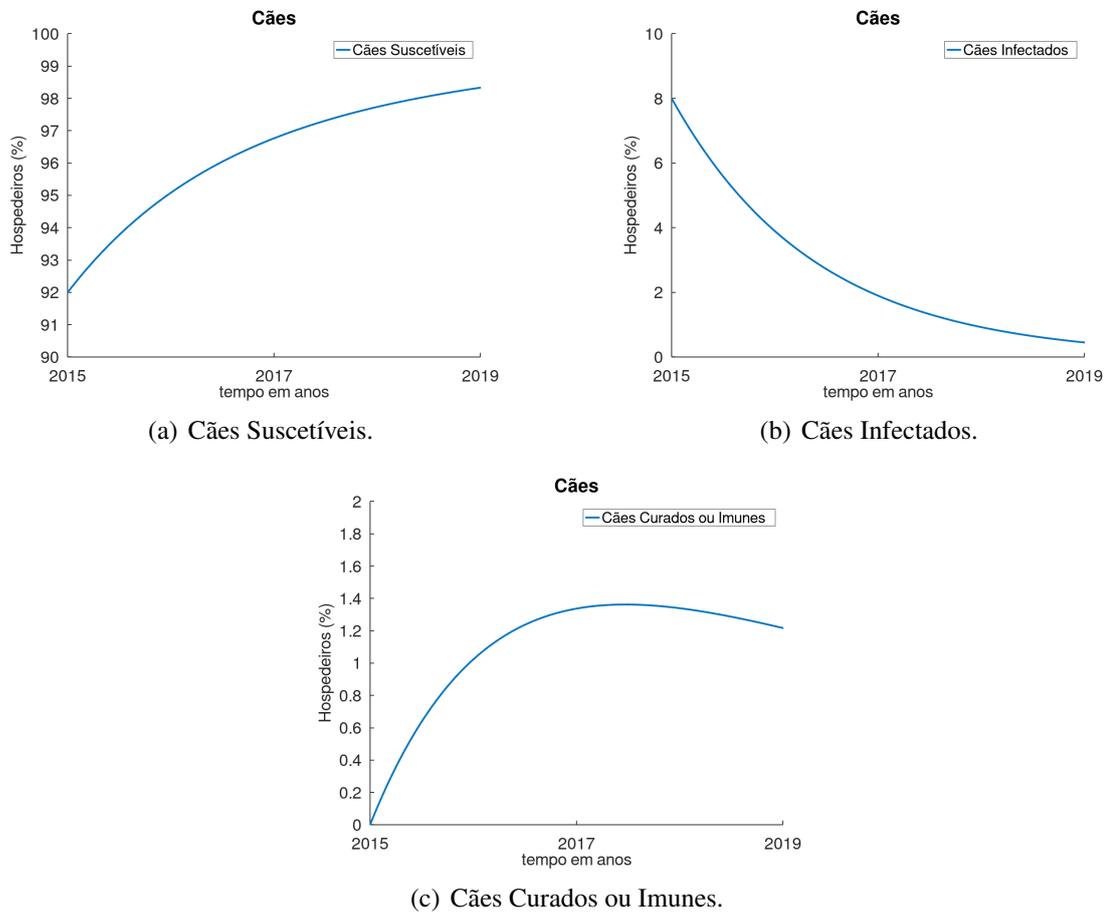
(c) Humanos Curados ou Imunes.

Fonte: arquivo pessoal

Na Figura 3.1 temos os gráficos que correspondem aos humanos. Note que para os humanos suscetíveis temos um leve decaimento e logo após temos uma leve alta, porém a mesma tem uma inclinação menor que o decaimento que a antecede, para os humanos infectados é apresentado nos primeiros momentos um aumento seguido de uma diminuição nos casos infectados e para os humanos curados ou imunes, o mesmo inicia com uma inclinação de crescimento e no ano de 2019 apresenta uma diminuição nesta inclinação.

Para os gráficos que correspondem aos cães temos a Figura 3.2:

Figura 3.2: Modelagem de Leishmaniose em cães no ano de 2015 a 2019.



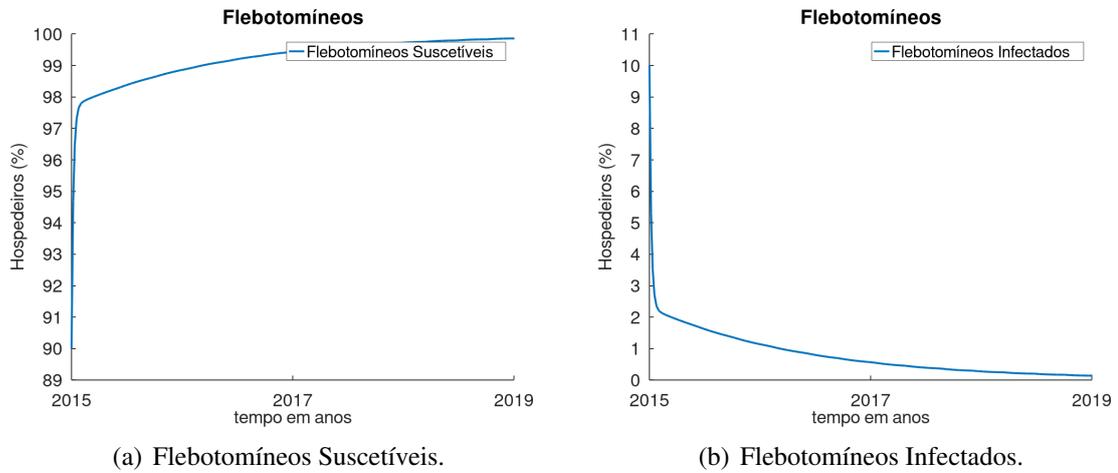
(c) Cães Curados ou Imunes.

Fonte: arquivo pessoal

Para as frações de cães suscetíveis é perceptível um aumento, para cães infectados é mostrado um decaimento ao longo do tempo, isso se deve ao fato de  $R_0 < 1$ , ou seja, a população de cães infectados tende a diminuir e para os cães curados ou imunes temos um aumento no início e posteriormente uma diminuição.

Na Figura 3.3 temos os gráficos que representam os flebotomíneos suscetíveis e infectados com base nas informações do ano de 2015.

Figura 3.3: Modelagem de Leishmaniose em Flebotomíneos no ano de 2015 a 2019.



Fonte: arquivo pessoal

Com  $R_0 < 1$  e a representação gráfica do modelo, fica perceptível que até os flebotomíneos infectados tendem a diminuir, pois de fato, se há diminuição nos mesmos, não há propagação da doença pra níveis endêmicos.

A simulação com base nas condições iniciais do ano de 2015 mostrou que, os hospedeiros infectados diminuiram validando a afirmação que  $R_0 < 1$  indica que haverá diminuição de infectados.

Partindo da simulação anterior, iremos apresentar outra simulação com os dados do ano de 2019. A tabela abaixo nos fornece algumas informações da doença nesse ano. Os dados acompanhados de (\*) são valores que adotamos referente a região.

Tabela 3.2: Parâmetros dos dados de 2019.

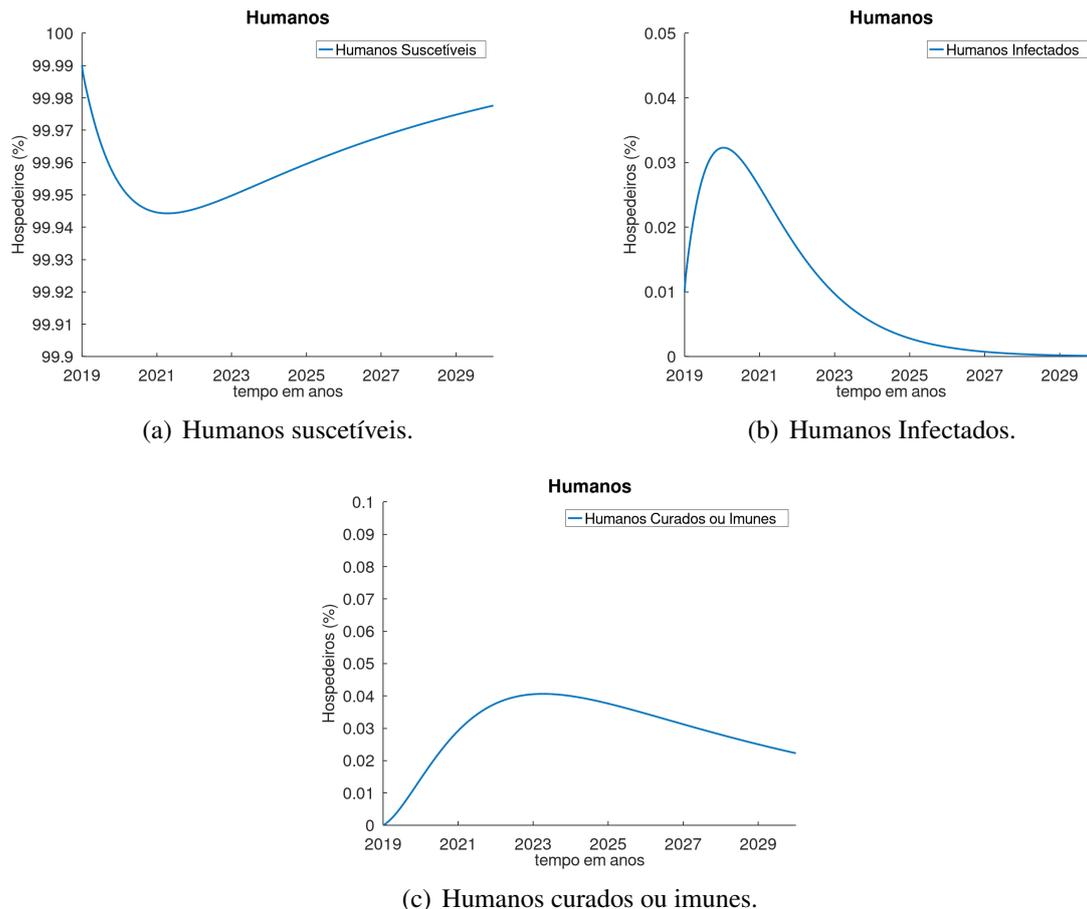
Parâmetros	Valor
$\mu_1^{-1}$	52,5
$(\mu'_1)^{-1}$	2,707
$\gamma_1^{-1}$	$\frac{12}{7}$
$\mu_2^{-1}$	2,3
$(\mu'_2)^{-1}$	0,437
$\gamma_2^{-1}$	5
$\mu_3^{-1}$	0,141
$(\mu'_3)^{-1}$	0,019
$\alpha_1$	0,011997*
$\alpha_2$	0,023994*
$\beta_1$	12,891*
$\beta_2$	25,783*
$\theta_1$	0,1
$\theta_1$	0,1

Fonte: Compilado de Araguaína (2020), Rosales (2005), Yang e Ferreira (2020).

No ano de 2019 ocorreu apenas 22 casos de LV em humanos mostrando a diminuição

da população de infectados, confirmando que  $R_0 = 0.016590$  indica que a população infectada tende a continuar diminuindo, por outro lado o número de casos em cães está aumentando pois foram 3940 cães infectados. Abaixo temos os gráficos que correspondem a Leishmaniose no anos de 2019 a 2029 com as condições iniciais do ano de 2019  $(0, 9999; 0, 0001; 0; 0, 87; 0, 13; 0; 0, 9; 0, 1)$ .

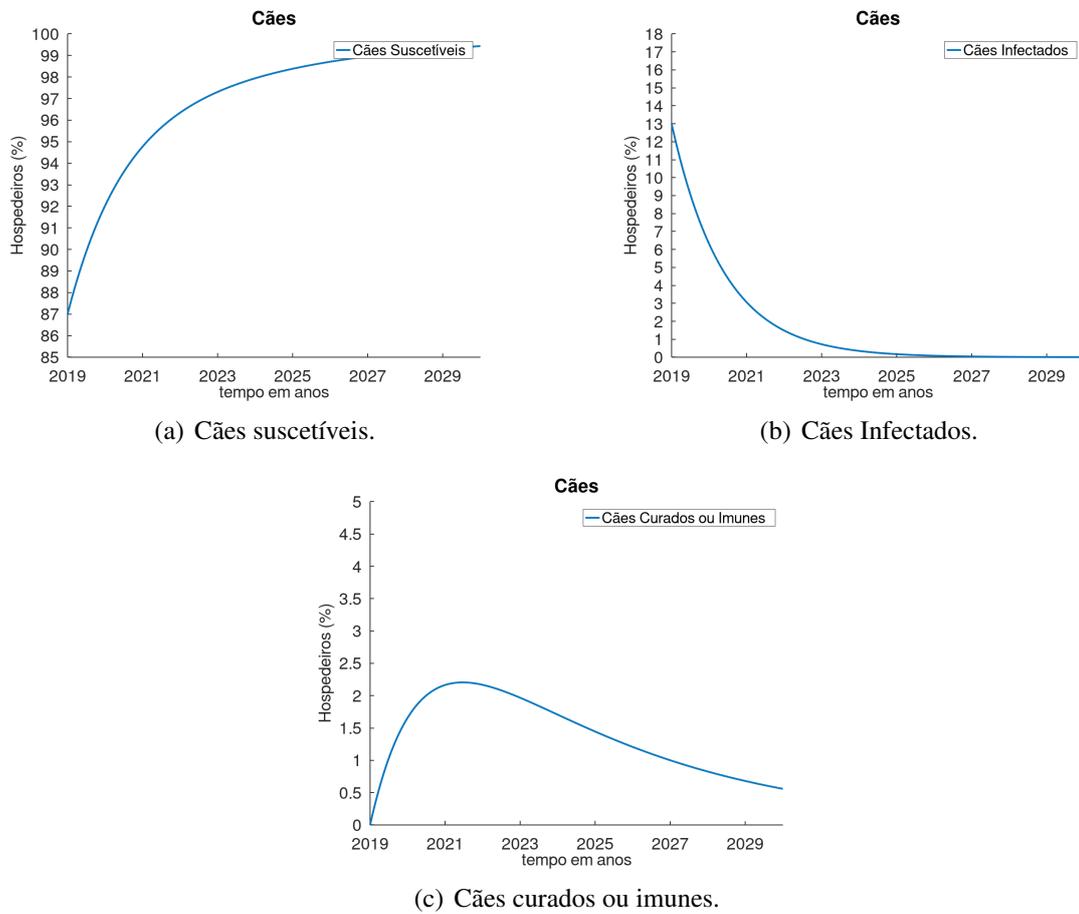
Figura 3.4: Modelagem de Leishmaniose em humanos no ano de 2019 a 2029.



Fonte: arquivo pessoal.

A Figura 3.4 mostra que os humanos infectados irão diminuir assim como nos anos anteriores e a população suscetível tende a aumentar, com medidas de prevenção de LV em alguns anos Araguaína poderá estar livre dessa doença. Vejamos abaixo a Figura 3.5 com os gráficos que correspondem a transmissão de LV em cães a partir do ano de 2019.

Figura 3.5: Modelagem de Leishmaniose em cães no ano de 2019 a 2029.

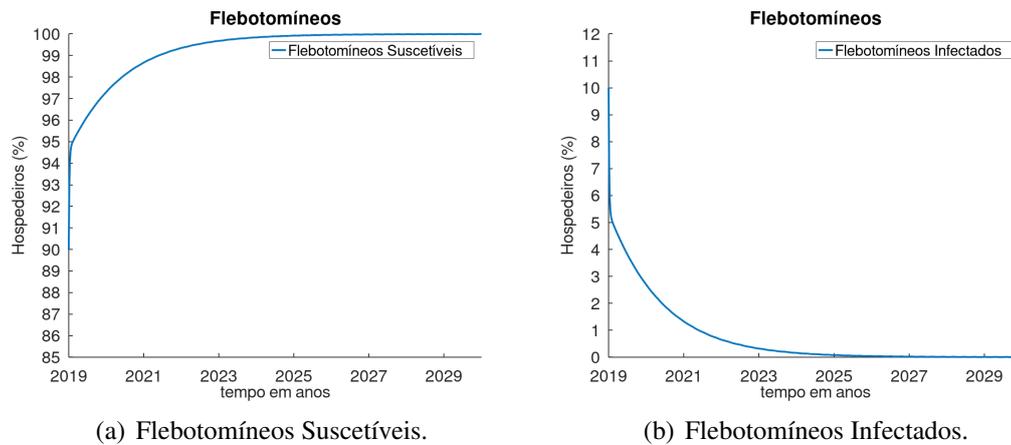


Fonte: arquivo pessoal.

Assim como a Figura 3.4 mostrou que a população de infectados tende a diminuir, na Figura 3.5 isso também fica visível essa consequência do número de reprodutibilidade basal assumir algum valor menor que 1, ou seja,  $R_0 < 1$ .

Na figura 3.6 temos os gráficos que correspondem as populações de flebotomíneos infectados e suscetíveis.

Figura 3.6: Modelagem de Leishmaniose em Flebotomíneos no ano de 2019 a 2029.



Fonte: arquivo pessoal.

Note que as frações de flebotomíneos infectados se aproximam de zero em um curto período de tempo, isso reforça ainda mais que para combater LV devemos reduzir o contato dos cães com os flebotomíneos, vetores da doença.

### 3.3 Simulações para Cenários Distintos em Araguaína

Vamos considerar como ponto inicial o ano de 2019 onde não teríamos cães infectados, assim temos a seguinte Tabela 3.3

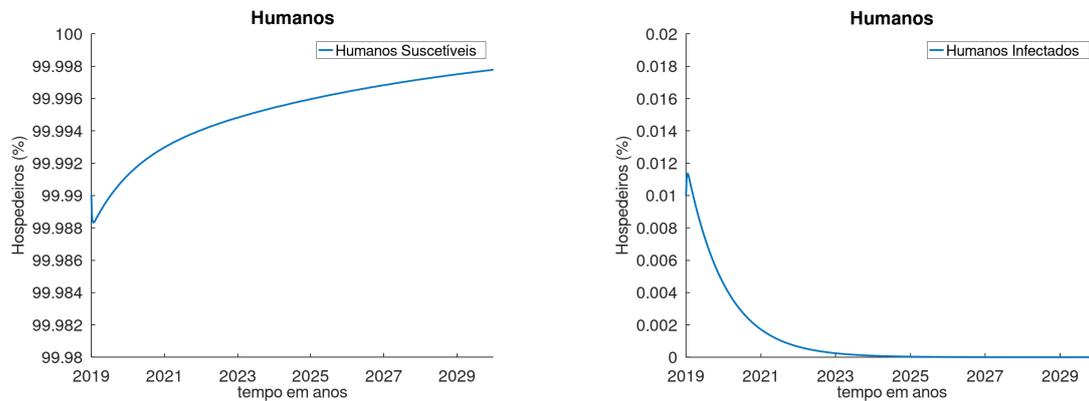
Tabela 3.3: Modelagem de Leishmaniose no ano de 2019.

Parâmetros	Valor
$\mu_1^{-1}$	52,5
$(\mu'_1)^{-1}$	2,707
$\gamma_1^1$	$\frac{12}{7}$
$\mu_2^{-1}$	2,3
$(\mu'_2)^{-1}$	0,437
$\gamma_2^1$	5
$\mu_3^{-1}$	0,141
$(\mu'_3)^{-1}$	0,019
$\alpha_1$	0,011997*
$\alpha_2$	0,023994*
$\beta_1$	0*
$\beta_2$	0*
$\theta_1$	0,1
$\theta_2$	0,1

Fonte: Compilado de Araguaína (2020), Rosales (2005), Yang e Ferreira (2020).

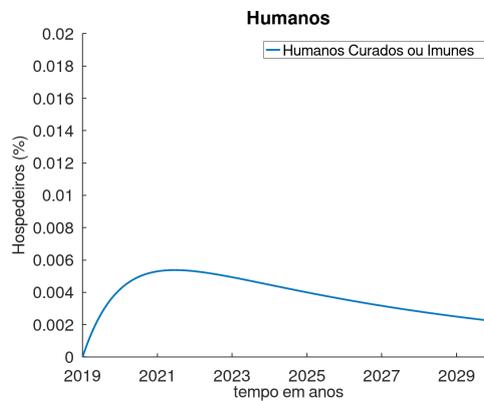
Considerando  $\beta_1$  e  $\beta_2$  iguais à zero, temos uma informação importante  $R_0 = 0$ , ou seja, se na cidade de Araguaína tivermos nenhum cão infectado, não teremos aumento de LV na cidade. Com essa informação podemos afirmar que o contato do flebotômíneo infectado com o cão suscetível desempenha um papel essencial para o prevaecimento de LV na cidade, ou seja, reduzir esse contato por meio de prevenções (vacinações, manter os ambientes limpos, evitar acúmulo de material orgânico, entre outros) como meios de prevenção de LV. Abaixo na figura 3.7 temos os gráfico considerando esta possibilidade, com valores iniciais  $(0, 9999; 0, 0001; 0; 1; 0; 0; 0; 0, 9; 0, 1)$ .

Figura 3.7: Simulação de Leishmaniose em Humanos no ano de 2019 a 2029.



(a) Humanos suscetíveis.

(b) Humanos Infectados.

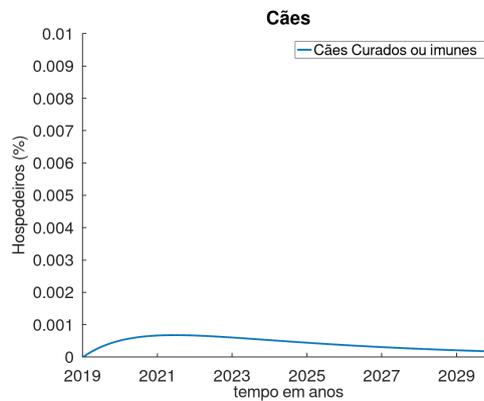
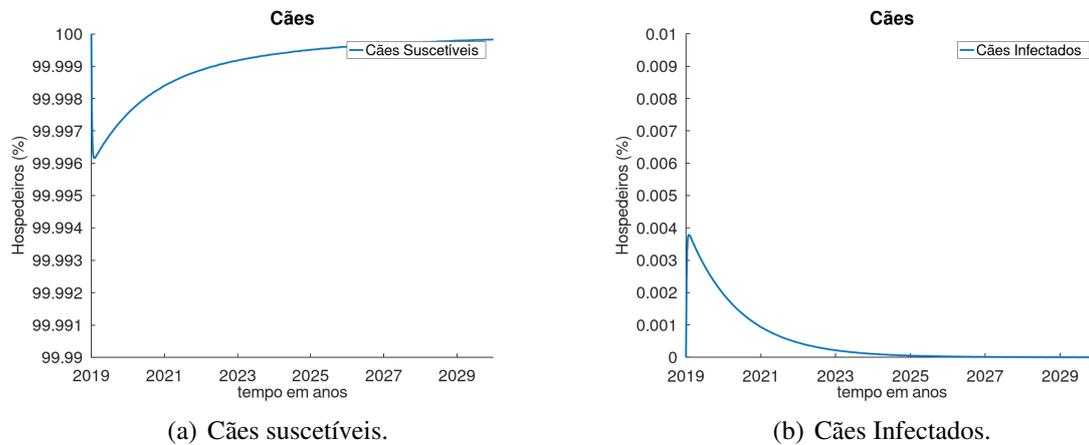


(c) Humanos curados ou imunes.

Fonte: arquivo pessoal.

Ao compararmos visualmente a Figura 3.8 com a Figura 3.7 percebemos que a ausência de cães infectados propicia para um cenário onde a doença tem uma propagação menor, todavia temos a Figura 3.8 com os gráficos que correspondem a transmissão de LV em cães, considerando que não teríamos cães infectados.

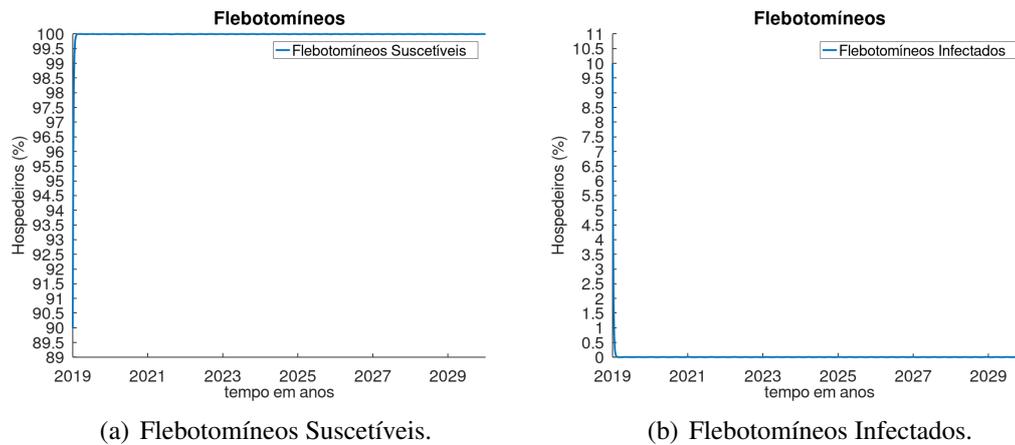
Figura 3.8: Simulação de Leishmaniose em Cães no ano de 2019 a 2029.



Fonte: arquivo pessoal.

Na Tabela 3.3 temos que  $\beta_1$  e  $\beta_2$  assumiram valores zero, pois a condição considerada foi de não haver cães infectados porém há flebotomíneos infectados, isso ficou visível pois o máximo de cães infectados foi de aproximadamente 0,004% da população total de cães no ano de 2019. Mesmo com esses poucos casos de infecções, ao longo do tempo  $t$  a população de infectados diminui.

Figura 3.9: Simulação de Leishmaniose em Flebotomíneos.



Fonte: arquivo pessoal.

Note que as frações de flebotomíneos infectados  $L_2$  aproximaram de zero em um curto período de tempo  $t$ , isso reforça ainda mais que para combater LV devemos reduzir o contato dos cães com os flebotomíneos, pois muitas vezes os mesmos recebem o estereótipo de vilões, sendo que os vetores da doença são os flebotomíneos.

## Considerações Finais

O estudo realizado para a transmissão da Leishmaniose Visceral na cidade de Araguaína resultou em informações importantes para o combate e prevenção dessa doença, pois assim notamos que ao termos iniciativas podemos reduzir o contato de cães com os flebotomíneos, através de limpeza de lotes baldios, utilização de produtos repelentes, campanhas de vacinação e conscientização da população acerca desta doença e seus riscos.

O uso do sistema de equações diferenciais implementado ao software Octave mostrou eficiente pois os dados obtidos mostraram semelhanças com os dados reais, porém ocorreu um aumento substancial de cães infectados no ano de 2019 quando comparado aos anos anteriores, algo que o modelo matemático não mostrou.

Para futuras pesquisas e continuidade da mesmas, objetivamos aplicar o modelo para cada bairro uma vez que, alguns bairros apresentaram números altos enquanto outros tiveram apenas alguns casos, com essa metodologia buscaremos analisar o  $R_0$  de cada bairro e comparar para ter uma perspectiva mais detalhada da doença na cidade.

É perceptível que a LV na cidade não está em níveis endêmicos, pois os indicadores, como o número de reprodutibilidade basal estão consideravelmente baixos e as representações gráficas nos mostram que a população infectada tende a diminuir, porém isso não significa que os órgãos de saúde devem diminuir as campanhas, mas sim mantê-las para que o melhor cenário simulado se torne real.

Esta pesquisa mostra explicitamente que o uso da matemática para compreender as transmissões de doenças infecciosas vêm se tornando cada vez mais necessário, já que utilizamos um sistema de equações diferenciais para estudar a transmissão de LV na cidade de Araguaína.

# Bibliografia

- [1] ARAGUAÍNA. Centro de Controle de Zoonoses. **Ofício SUPVISA/CCZ 151/2020**. Araguaína, TO: Centro de Centro de Controle de Zoonoses, 10 nov. 2020.
- [2] BIBLIOTECA VIRTUAL EM SAÚDE. Ministério da Saúde. **Leishmaniose**. 2015. Disponível em: <http://bvsmms.saude.gov.br/dicas-em-saude/2085-leishmaniose>. Acesso em: 09 mar. 2020.
- [3] BOYCE, William E.; DIPRIMA, Richard C.. **Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno**. 10. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2015. Tradução de Valéria de Magalhães Iorio.
- [4] KREYSZIG, Erwin. **Matemática Superior para Engenharia**. 9. ed. Rio de Janeiro: Ltc, 2008. 423 p.
- [5] GUIDORIZZI, Hamilton Luiz. **Um Curso de Cálculo**. 5. ed. Rio de Janeiro: Ltc, 2002. 548 p.
- [6] GOVERNO DO ESTADO DO TOCANTINS. Diretoria de Pesquisa e Informações Econômicas. **PERFIL SOCIOECONÔMICO DOS MUNICÍPIOS**. 2017. Disponível em: <https://central3.to.gov.br/arquivo/348465/>. Acesso em: 09 nov. 2020.
- [7] GONTIJO, Célia Maria Ferreira; MELO, Maria Norma. Leishmaniose Visceral no Brasil: quadro atual, desafios e perspectivas. **Revista Brasileira de Epidemiologia**, São Paulo, v. 7, n. 3, p. 338-349, set. 2004. Disponível em: <https://www.scielo.br/pdf/rbepid/v7n3/11.pdf>. Acesso em: 06 jul. 2020.
- [8] TAKAHASHI, Ricardo. **No Blog de O Globo, a história da epidemiologia matemática**. 2020. Disponível em: <https://impa.br/noticias/no-jornal-o-globo-a-historia-da-epidemiologia-matematica/#:~:text=Uma%20parte%20importante%20do%20conhecimento,dezenas%20de%20milh%C3%B5es%20de%20pessoas>. Acesso em: 20 nov. 2020.
- [9] H.M.Yang e M. Ferreira, Malaria transmission model for different levels of acquired immunity and temperature-dependent parameters (vector), *Rev. Saúde Pública*, v. 34 n. 3, p.

- 223-231. São Paulo jun. 2000. Disponível em: <https://www.scielo.br/pdf/rsp/v34n3/2222.pdf> Acesso em: 06 set. 2020.
- [10] H.M. Yang e M. Ferreira, Assessing the effects of global warming and local social and economic conditions on the malaria transmission, *Rev. Saúde Pública*, v. 34 n. 3, p.214-222. São Paulo jun. 2000. Disponível em: <https://www.scielo.br/pdf/rsp/v34n3/2221.pdf> Acesso em: 06 set. 2020.
- [11] INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA (IBGE). Araguaína. Disponível em <https://www.ibge.gov.br/cidades-e-estados/to/araguaina.html> Acesso em: 09 nov. 2020.
- [12] Ministério da Saúde. **Leishmaniose Visceral**: o que é, causas, sintomas, tratamento, diagnóstico e prevenção. Disponível em: <https://saude.gov.br/saude-de-a-z/leishmaniose-visceral>. Acesso em: 09 mar. 2020.
- [13] Ministério da Saúde. **Leishmaniose Tegumentar**: o que é, causas, sintomas, tratamento, diagnóstico e prevenção. Disponível em: <https://saude.gov.br/saude-de-a-z/leishmaniose-tegumentar>. Acesso em: 09 mar. 2020.
- [14] Ascom. Prefeitura reduz casos de Calazar em Araguaína. Araguaína, TO: Prefeitura Municipal de Araguaína, 2014. 1 imagem. Escala 300x400. Disponível em: <http://www.araguaina.to.gov.br/portal/paginas.php?p=not&not=noticias&id=676#> Acesso em: 11 jan. 2020.
- [15] COSTA, Pietra Lemos. **COMPORTAMENTO DA FAUNA DE FLEBOTOMÍNEOS, COM ÊNFASE EM *Lutzomyia longipalpis*, EM ÁREA ENDÊMICA PARA LEISHMANIOSE VISCERAL NO MUNICÍPIO DE PASSIRA, AGRESTE DE PERNAMBUCO**. 2011. 92 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado Acadêmico em Saúde Pública do Centro de Pesquisas Aggeu Magalhães, Fundação Oswaldo Cruz Centro de Pesquisas Aggeu Magalhães, Recife, 2011. Disponível em: <https://www.cpqam.fiocruz.br/bibpdf/2011costa-pl.pdf> Acesso em: 09 mar. 2020.
- [16] Função ode45. Disponível em: <https://web.archive.org/web/20081007102422/http://octave.sourceforge.net/doc/f/ode45.html>. Acesso em: 05 dez. 2020.
- [17] ROSALES, Juan Carlos. **Modelagem Matemática da Dinâmica da Leishmaniose**. 2005. 87 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática, Departamento de Matemática Aplicada, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2005.

- [18] World Health Organization (WHO). Guidelines For Dog Population Management. Geneva; 1990. Disponível em: [https://apps.who.int/iris/bitstream/handle/10665/61417/WHO\\_ZOON\\_90.166.pdf?sequence=1&isAllowed=\\$y\\$>\\$](https://apps.who.int/iris/bitstream/handle/10665/61417/WHO_ZOON_90.166.pdf?sequence=1&isAllowed=$y$>$). Acesso em: 09 nov. 2020.
- [19] PEREIRA, Sheila Duarte. **Conceitos e definições da saúde e epidemiologia usados na vigilância sanitária**. 2007. Disponível em: [http://www.cvs.saude.sp.gov.br/pdf/epid\\_visa.pdf](http://www.cvs.saude.sp.gov.br/pdf/epid_visa.pdf). Acesso em: 20 set. 2020.

# Anexo A

Tabela de casos de Leishmaniose Visceral em cães no período de 2015 a 2019 com distribuição de bairros.

Tabela 3.4: Distribuição por bairro de casos de LV em cães na cidade de Araguaína no período de 2015 a 2019.

<b>Distribuição por bairros de casos de LV em cães</b>					
<b>Bairros</b>	2015	2016	2017	2018	2019
Aeroporto- setor	3	6	0	2	7
Aeroporto de Araguaína	2	0	0	0	0
Aeroviário	2	7	5	1	9
Água Amarela	2	0	1	0	0
Alaska	1	1	0	0	3
Alto Bonito	12	26	18	0	37
Ana Maria	7	21	41	3	62
Anhaguera	1	1	1	1	5
Araguaia	0	0	0	0	1
Araguaína Sul	242	327	327	374	183
Araguaína Sul II	0	0	4	5	11
Araguaína Sul IV	0	0	0	0	2
Barra da Grota	3	0	0	2	49
Bairro de Fátima	15	43	19	1	23
Barros	28	35	31	36	70
Beira Lago	0	4	0	0	2
Bela Vista	15	33	4	7	33
Bela Vista II	0	0	3	0	0
Belo Horizonte	2	0	4	0	8
Boa Vista	0	0	1	0	0
Brasil - Setor	28	56	64	11	49
Brejão - Povoado	0	5	7	6	11
Campus Universitário	10	3	17	7	39
Canaã	14	0	0	13	21
Carajás	0	4	5	18	8
Caravelas	0	0	0	0	0
Castelo Branco	0	3	1	0	8
Cazaroto	0	0	0	0	1
Centro	37	9	19	24	28

<b>Bairros</b>	2015	2016	2017	2018	2019
Céu Azul	38	46	80	79	139
Cidade Nova	0	1	0	2	3
Cimba	9	15	32	35	45
Coimbra	48	13	8	14	31
Costa Esmeralda	27	12	85	105	177
Couto Magalhães - Setor	45	11	13	13	41
Crato	0	0	0	0	2
Cruzeiro	11	0	11	1	34
Daiara	1	0	6	0	20
Dona Nálcia	0	0	1	1	3
Dom Orione	18	24	9	13	28
Eldorado	23	49	9	64	11
Entroncamento	12	15	7	3	26
Frimar	0	1	0	0	3
Imaculada Conceição	2	23	6	44	41
Itaipã	49	14	86	8	70
Itapuã	23	9	5	13	32
Jacuba	2	0	2	2	1
Jardim	0	1	0	0	0
Jardim Aurora	0	0	0	1	0
Jardim América	0	0	0	1	0
Jardim Belo	6	12	14	2	14
Jardim Boa Sorte	10	2	2	6	38
Jardim Boa Vista	0	23	6	25	34
Jardim Bougainville	1	3	3	5	14
Jardim das Flores	34	4	4	8	64
Jardim das Palmeiras Norte	0	2	0	0	0
Jardim das Mangueiras	1	14	4	4	27
Jardim das Palmeiras	35	1	1	1	19
Jardim das Palmeiras do Norte	0	0	0	0	11
Jardim Deus é Fiel	3	0	0	0	3
Jardim Goiás	0	0	0	2	0
Jardim dos Ipês I	0	10	2	10	20
Jardim dos Ipês II	1	7	3	7	20
Jardim dos Ipês III	2	3	0	0	6
Jardim Esplanada	5	14	5	5	30
Jardim Europa	1	8	6	4	21

<b>Bairros</b>	2015	2016	2017	2018	2019
Jardim Filadéfica	14	0	7	3	17
Jardim Itatiaia	2	5	2	2	8
Jorge Lunes	0	1	0	0	3
Jardim Mangabeira	0	0	0	0	6
Jardim Monaco	4	2	0	2	23
Jardim Paraiso	1	16	16	1	27
Jardim Paulista	53	33	52	40	50
Jardim Pedra Alta	8	7	5	3	0
Jardim Santa Helena	13	2	3	3	25
Jardim Santa Monica	2	0	0	1	4
Jardim Siena	0	0	0	3	39
JK	22	34	33	6	0
Jose Ferreira	4	1	2	5	18
Lago Azul I	0	7	61	12	32
Lago Azul III	0	3	1	5	6
Lago Azul IV	0	0	5	19	29
Lago Azul V	0	0	1	0	0
Lago Sul	3	0	9	7	28
Liberdade	0	0	0	3	1
Mangabeira	0	0	4	0	0
Maracanã	121	104	165	199	213
Martim Jorge	9	1	8	6	12
Monte Sinai	58	83	74	23	91
Morada do Sol I	17	12	4	2	21
Morada do Sol II	19	7	2	0	21
Morada do Sol III	45	12	3	17	36
Neblina	5	24	7	6	20
Noroeste	28	6	62	8	37
Nova Araguaína	130	103	187	186	111
Novo Horizonte - Povoado	31	1	35	0	80
Oeste	21	12	36	16	42
Olyntho Hotel	3	0	0	0	5
Palmas - Setor	35	29	39	8	48

<b>Bairros</b>	2015	2016	2017	2018	2019
Parque Bom Viver	37	64	53	66	104
Parque do Lago	0	0	1	1	10
Parque Primavera	1	0	0	1	3
Parque Sonhos Dourados	35	54	36	35	14
Patrocínio	21	3	2	0	25
Pilões- povoado	1	2	0	0	0
Planalto	8	1	2	3	18
Presidente Lula	9	17	25	6	28
Projeto Alegre	1	3	0	0	0
Raizal	69	83	70	81	80
Recanto do Lago	0	0	0	0	1
Residencial Belchior	0	2	3	0	4
Residencial Camargo	4	1	2	10	3
Residencial Flamboyant	0	1	1	7	0
Residencial Pedro Borges	0	0	0	1	2
Rodoviário	7	37	8	15	23
Santa Luzia	18	6	1	36	4
Santa Rita	1	0	1	0	0
Santa Terezinha	31	36	8	45	5
São João	189	162	165	280	92
São Miguel	41	43	69	11	60
São Pedro	4	4	2	8	15
Senador	33	6	3	5	25
Sul - Setor	10	8	10	2	25
Tecnorte	5	0	2	4	17
Tereza Hilário Ribeiro	9	14	4	13	42
Tocantins - Setor	20	31	1	14	27
Topázio	3	4	14	10	13
Tiãba	24	5	6	31	11
Universitário - Setor	61	82	81	11	84
Urbano - Setor	34	9	2	4	33
Urbanístico	5	1	1	4	14
Vias Públicas	99	63	92	58	36
Vila Aliança	9	0	3	3	11

<b>Bairros</b>	2015	2016	2017	2018	2019
Vila Azul	19	34	31	7	60
Vila Azul II	0	0	0	1	3
Vila Bragantina	9	1	2	24	0
Vila Cearense	0	5	5	0	15
Vila Couto Magalhães	6	6	3	6	31
Vila Goiás	28	39	36	6	44
Vila Norte	59	7	19	10	61
Vila Nova Aliança	0	0	0	0	0
Vila Nova	5	9	0	8	11
Vila Nova - setor	1	0	0	0	0
Vila Patrocínio	0	0	2	6	0
Vila Piauí	1	1	1	0	1
Vila Ribeiro	13	1	5	23	33
Vila Santa Rita	2	1	0	1	8
Vila Santiago	0	9	31	9	30
Vitória	7	23	23	26	8
Xixebal	17	29	14	0	47
Zona Rural	13	3	3	15	7
<b>Total</b>	<b>2453</b>	<b>2442</b>	<b>2648</b>	<b>2484</b>	<b>3940</b>

Fonte: Compilado de Araguaína (2020)

## Anexo B

Tabela de casos de Leishmaniose Visceral em humanos no período de 2015 a 2019 com distribuição de bairros.

Tabela 3.5: Distribuição por bairro de casos de LV em humanos na cidade de Araguaína no período de 2015 a 2019.

<b>Distribuição por bairros de casos de LV em humanos</b>						
<b>Bairros</b>	2015	2016	2017	2018	2019	<b>TOTAL</b>
Alto Bonito	0	1	2	0	0	<b>3</b>
Ana Maria	0	0	3	0	2	<b>5</b>
Araguaína Sul	3	3	2	4	4	<b>16</b>
Araguaína Sul II	0	0	1	1	2	<b>4</b>
Bairro de Fátima	0	1	1	0	0	<b>2</b>
Barros	1	0	0	0	0	<b>1</b>
Bela Vista	1	1	0	0	0	<b>2</b>
Brasil - Setor	1	1	1	0	1	<b>4</b>
Brejão - Povoado	1	0	0	0	0	<b>1</b>
Caravelas	0	1	0	0	0	<b>1</b>
Céu Azul	3	0	2	0	0	<b>5</b>
Cimba	0	1	0	0	0	<b>1</b>
Coimbra	1	0	0	0	0	<b>1</b>
Costa Esmeralda I	1	0	1	1	0	<b>3</b>
Couto - Setor	1	0	0	0	0	<b>1</b>
Cruzeiro	1	0	1	0	0	<b>2</b>
Daíara	0	1	0	0	0	<b>1</b>
Eldorado	1	1	0	1	0	<b>3</b>
Entroncamento	0	2	0	0	1	<b>3</b>
Imaculada Conceição	0	0	0	1	0	<b>1</b>
Itaipú	2	0	0	1	1	<b>4</b>
Itapuã	0	0	0	0	1	<b>1</b>

<b>Bairros</b>	2015	2016	2017	2018	2019	<b>TOTAL</b>
Jardim Belo	1	0	1	0	1	<b>3</b>
Jardim das Mangueiras	0	0	0	0	2	<b>2</b>
Jardim Monaco	0	0	0	1	0	<b>1</b>
Jardim Paraíso	1	0	0	1	0	<b>2</b>
Jardim Paulista	0	1	0	1	0	<b>2</b>
Jardim Santa Helena	0	0	0	1	0	<b>1</b>
JK	0	1	1	0	0	<b>2</b>
Jose Ferreira	0	0	0	1	0	<b>1</b>
Lago Azul I	0	0	1	0	0	<b>1</b>
Lago Azul III	0	0	1	1	1	<b>3</b>
Lago Sul	0	0	0	1	0	<b>1</b>
Maracanã	1	3	2	3	0	<b>9</b>
Monte Sinai	2	2	1	1	0	<b>6</b>
Morada do Sol I	0	0	0	1	0	<b>1</b>
Noroeste	0	1	2	0	0	<b>3</b>
Nova Araguaína	1	3	1	2	0	<b>7</b>
Novo Horizonte - Povoado	2	0	0	0	0	<b>2</b>
Palmas - Setor	1	1	0	0	0	<b>2</b>
Parque Bom Viver	1	9	4	0	1	<b>15</b>
Raizal	1	3	1	0	0	<b>5</b>
Residencial Presidente Lula	0	3	1	1	0	<b>5</b>
Rodoviário	1	0	0	0	0	<b>1</b>
Santa Terezinha	0	0	0	0	1	<b>1</b>
São João	5	2	4	1	0	<b>12</b>
São Miguel	0	0	1	0	1	<b>2</b>
Senador	0	0	0	1	0	<b>1</b>
Sul - Setor	0	0	1	1	0	<b>2</b>
Tocantins - Setor	0	1	0	0	0	<b>1</b>
Universitário - Setor	2	2	1	1	0	<b>6</b>
Urbano - Setor	1	0	0	0	0	<b>1</b>
Vila Azul	0	1	1	0	0	<b>2</b>
Vila Goiás	0	0	1	0	0	<b>1</b>
Vila Norte	1	0	0	1	1	<b>3</b>
Vila Ribeiro	0	0	0	0	1	<b>1</b>
Vila Santiago	0	0	1	0	0	<b>1</b>
Vitoria	0	0	1	0	0	<b>1</b>
Xixabal	0	1	0	0	0	<b>1</b>
Zona Rural	2	1	1	1	0	<b>5</b>
<b>Total</b>	<b>40</b>	<b>48</b>	<b>42</b>	<b>30</b>	<b>22</b>	<b>182</b>

Fonte: Compilado de Araguaína (2020).

# Apêndice A

Abaixo temos a função definida que contém o sistema de equações diferenciais:

```
function dy = edo(t, y)
a1 = (digite aqui o valor de alpha1); a2 = 2*a1;
b1 = (digite aqui o valor de beta1); b2 = 2*b1;
u1 = 1/52.5; u11 = 1/2.707; g1 = 7/12; o1 = 0.1;
u2 = 1/10.2; u21 = 1/2.3; g2 = 1/5; o2 = 0.1; u3 = 1/0.141; u31 = 1/0.019;

dy = zeros(8,1);
dy(1) = u1 + u11*y(2) + o1*y(3)-[a1*y(8)+u1]*y(1) ;
dy(2) = a1*y(8)*y(1)-(u1+u11+g1)*y(2);
dy(3) = g1*y(2)-(u1+o1)*y(3);
dy(4) = u2+u21*y(5)+o2*y(6)-(a2*y(8)+u2)*y(4);
dy(5) = a2*y(8)*y(4)-(u2+u21+g2)*y(5);
dy(6) = g2*y(5)-(u2+o2)*y(6);
dy(7) = u3+u31*y(8)-(u3+b1*y(2)+b2*y(5))*y(7);
dy(8) = (b1*y(2)+b2*y(5))*y(7)-(u3+u31)*y(8);
endfunction
```

Abaixo temos o script que soluciona o sistema e plota os gráficos.

```
Lwidth=2; fSize=18;
options = odeset('RelTol',1e-4,'AbsTol',[1e-4 1e-4 1e-5 1e-4 1e-4 1e-5 1e-4 1e-4]);
periodo = [0:0.01 5];
y0 = [0.9998;0.000235;0;0.92;0.08;0;0.9;0.1];
set(gca,'LineWidth',1)
set(gca,'FontSize',fSize)
[t, y] = ode45 (@edo, periodo, y0, options);
hold on
```

```
% cães % para ymin e ymax, utilize valores para observar as curvas mais detalhadas
plot(t+2015, y(:,4)*100, 'LineWidth',Lwidth)
plot(t+2015, y(:,5)*100, 'LineWidth',Lwidth)
```

```

plot(t+2015, y(:,6)*100, 'LineWidth',Lwidth)
xmin = 2015;
xmax = 2019;
xlim([xmin xmax])
xlabel('tempo em anos','FontSize',fSize)
set(gca,'xtick',[xmin:2:xmax])
ymin = 0;
ymax = 100;
ylim([ymin ymax])
ylabel('Hospedeiros (%)','FontSize',fSize)
set(gca,'ytick',[ymin:1:ymax])
legend('CÃfes')
title("CÃfes")

```

*% Humanos % para ymin e ymax, utilize valores para observar as curvas mais detalhadas*

```

plot(t+2015, y(:,1)*100, 'LineWidth',Lwidth)
plot(t+2015, y(:,2)*100, 'LineWidth',Lwidth)
plot(t+2015, y(:,3)*100, 'LineWidth',Lwidth)
xmin = 2015;
xmax = 2019;
xlim([xmin xmax])
xlabel('tempo em anos','FontSize',fSize)
set(gca,'xtick',[xmin:2:xmax])
ymin = 0;
ymax = 100;
ylim([ymin ymax])
ylabel('Hospedeiros (%)','FontSize',fSize)
set(gca,'ytick',[ymin:1:ymax])
legend('Humanos')
title("Humanos")

```

*% Flebotomíneos % para ymin e ymax, utilize valores para observar as curvas mais detalhadas*

```

plot(t+2015, y(:,7)*100, 'LineWidth',Lwidth)
plot(t+2015, y(:,8)*100, 'LineWidth',Lwidth)
xmin = 2015;
xmax = 2019;
xlim([xmin xmax])

```



a22 = 2\*a12

% casos em cães = cc

cc1 = 2342;

% população de cães em 2016 utilizando a proporção da OMS de 1:6

pc2 = 28852;

b12 = (cc1\*100)/pc2

b22 = 2\*b12

printf(' O numero de reprodutibilidade basal e:\n')

b012 = ((u1 + u11 + g1)\*(u3 + u31))/a12;

b022 = ((u2 + u21 + g2)\*(u3 + u31))/a22;

f2 = (b12/b012)+ (b22/b022)

%%%

printf('parametros em araguaína no ano de 2017\n'); %araguaína 2017

%casos em humanos = ch

ch3 = 42;

%população de araguaína em 2017

%não encontrei o numero de habitantes

pa3 = 173112;

a13 = (ch3\*100)/pa3

a23 = 2\*a13

% casos em cães = cc cc3 = 2648;

%população de cães em 2017 utilizando a proporção da OMS de 1:6

pc3 = 28852;

b13 = (cc3\*100)/pc3

b23 = 2\*b13

printf(' O numero de reprodutibilidade basal e:\n')

b013 = ((u1 + u11 + g1)\*(u3 + u31))/a13;

b023 = ((u2 + u21 + g2)\*(u3 + u31))/a23;

f3 = (b13/b013)+ (b23/b023)

%%%

printf('parametros em araguaína no ano de 2018 \n');

%araguaína 2018

%casos em humanos = ch

ch4 = 30;

%população de araguaína em 2018

%não encontrei o numero de habitantes

pa4 = 173112;

a14 = (ch4\*100)/pa4

a24 = 2\*a14

```

%casos em cães = cc
cc4 = 2484;
%população de cães em 2017 utilizando a proporção da OMS de 1:6
pc4 = 28852;
b14 = (cc4*100)/pc4
b24 = 2*b14
printf(' O numero de reprodutibilidade basal e:\n')
b014 = ((u1 + u11 + g1)*(u3 + u31))/a14;
b024 = ((u2 + u21 + g2)*(u3 + u31))/a24;
f4 = (b14/b014)+ (b24/b024)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
printf('parametros em araguaína no ano de 2019 \n');
%araguaína 2019
%casos em humanos = ch
ch5 = 22;
%população de araguaína em 2019 pelo IBGE
pa5 = 183381;
a15 = (ch5*100)/pa5
a25 = 2*a15
%casos em cães = cc
cc5 = 3940;
%população de cães em 2017 utilizando a proporção da OMS de 1:6
pc5 = 30563;
b15 = (cc5*100)/pc5
b25 = 2*b15
printf(' O numero de reprodutibilidade basal e:\n')
b015 = ((u1 + u11 + g1)*(u3 + u31))/a15;
b025 = ((u2 + u21 + g2)*(u3 + u31))/a25;
f5 = (b15/b015)+ (b25/b025)

```