



UNIVERSIDADE FEDERAL DO TOCANTINS  
CAMPUS UNIVERSITÁRIO DE ARAGUAÍNA  
CURSO DE LICENCIATURA EM FÍSICA

**JOÃO PEDRO ALMEIDA SALES**

**CÁLCULO DO POTENCIAL PARA FISSÕES COM PRODUTOS  
ASSIMÉTRICOS USANDO O MODELO DE GOTA LÍQUIDA**

ARAGUAÍNA

2017

JOÃO PEDRO ALMEIDA SALES

CÁLCULO DO POTENCIAL PARA FISSÕES COM PRODUTOS  
ASSIMÉTRICOS USANDO O MODELO DE GOTA LÍQUIDA

Trabalho de conclusão de curso submetido ao curso de Licenciatura em Física da Universidade Federal do Tocantins, como requisito parcial para a obtenção de título de Licenciado em Física.

Orientadora: Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Érica Cupertino  
Gomes

ARAGUAÍNA

2017

Dedico esse trabalho aos meus pais, Maria Alves e José Gomes, cuja capacidade de amar e educar seus filhos sempre esteve como vertente primordial na definição de família.

# Agradecimentos

- Neste momento, não poderia deixar de agradecer aquele que esteve ao meu lado nos momentos de conquistas e de fracassos, nas conturbações e na serenidade, nos erros e acertos, Deus.
- Agradeço aos meus pais, José Gomes e Maria Alves, pelo amor, carinho e dedicação prestados a mim. Aos valores morais e éticos que em suma foram primordiais na minha formação enquanto cidadão. Estendo ainda agradecimentos aos meus irmãos Jesuslene, Jecilene e José Filho, cujo empenho em me incentivar a continuar imprimiu uma fortaleza nessa minha jornada.
- A minha orientadora, Érica Cupertino Gomes, sou grato pela inesgotável paciência com que transmitiu seus conhecimentos.
- Aos meus amigos de turma e de vida, Adriana Valadares, Antoniana Feitosa e Jocer Neto, agradeço pelas alegrias compartilhadas e o apoio nos momentos difíceis.
- Ao colegiado do curso de Licenciatura em Física agradeço pelo compromisso nas aulas ministradas e disponibilidade para com os alunos.
- Aos meus colegas e também estudantes moradores da Casa do Estudante Professor Benedito Ferrás Júnior, agradeço pelo acolhimento ao longo desses quatro anos.
- Agradeço aos técnicos Denísia Brito e Marcelo Rôxo, pelas discussões e momentos de descontração.
- Agradeço a oportunidade de estágio no Laboratório Didático de Física, cujo feito imprimiu um complemento a minha formação.

*As pessoas que acham que sabem de tudo privam-se  
de um dos maiores prazeres da vida: aprender.*

*Provérbio Chinês*

# Resumo

Processos de fissão são fenômenos bastante complexos e são regidos por uma dinâmica de um grande movimento coletivo. Muitas propriedades dos processos de fissão binária foram explicadas dentro do Modelo Efetivo de Gota Líquida (MEGLI). Neste trabalho é feito um estudo de introdução da extensão da fissão espontânea à partir da abordagem unificada da fissão binária, com emissões de clusters, e decaimento alfa. Este trabalho tem objetivo principal a transformação do código em C 2000 para Fortran 90, da modelagem da fissão ternária com núcleos simétricos utilizando o Modelo Efetivo de Gota Líquida (MEGLI). Outra meta deste estudo é a modelagem do processo de fissão com núcleos assimétricos, no MEGLI.

**Palavras-chave:** Fissão binária. Fissão ternária. MEGLI.

# Abstract

Fission processes are quite complex phenomena and are governed by a dynamic of a great collective movement. Many properties of binary fission processes were explained within the Effective Liquid Drop Model (ELDM). In this work it is made an introduction study of the extension of spontaneous fission from the unified binary fission, with clusters emissions, and alpha decay. This work has main objective the transformation of the code in C 2000 for Fortran 90 of the ternary fission modeling with symmetric nuclei using the Liquid Drop Effective Model. Another goal of this study is to model the fission with

**Keywords:** Binary fission. Ternary fission. MEGLI.

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>11</b>
1.1	Relevância . . . . .	12
1.2	Estrutura do trabalho . . . . .	13
<b>2</b>	<b>Metodologia de pesquisa</b>	<b>14</b>
2.1	Modelo de Gota Líquida . . . . .	14
<b>3</b>	<b>Fissão nuclear</b>	<b>19</b>
3.1	Fissão induzida . . . . .	19
3.1.1	Regra da cadeia ou reação em cadeia . . . . .	21
3.2	Fissão espontânea . . . . .	23
3.3	Fissão binária . . . . .	23
3.4	Fissão ternária . . . . .	24
<b>4</b>	<b>Fissão Ternária no MEGLI</b>	<b>26</b>
<b>5</b>	<b>Resultados e análises</b>	<b>32</b>
5.1	Transformação de código . . . . .	32
5.2	Cálculo do Potencial Total para Núcleos Simétricos . . . . .	32
5.3	Potencial Superficial de Núcleos Assimétricos . . . . .	34
<b>6</b>	<b>Discussões finais e perspectivas futuras</b>	<b>40</b>

# Lista de Figuras

3.1	Representação do processo de fissão nuclear induzida onde $A_p$ é o núcleo pai, $A_{f_1}$ fragmento um, $A_{f_2}$ fragmento dois e $n$ é o nêutron. . . . .	21
3.2	Representação da ocorrência de uma reação em cadeia . . . . .	22
3.3	Representação do processo de fissão binária onde $A_p$ é o núcleo pai, $A_{f_1}$ fragmento um e $A_{f_2}$ fragmento dois. . . . .	24
3.4	Representação do processo de fissão ternária onde $A_p$ é o núcleo pai, $A_{f_1}$ fragmento um, $A_{f_2}$ fragmento dois e $\alpha$ cluster. . . . .	25
4.1	Representação gráfica do processo de fissão ternária . . . . .	27
4.2	Parametrização da deformação para núcleos simétricos . . . . .	27
4.3	Formação do pescoço ou terceiro fragmento para núcleos simétricos . . . . .	28
4.4	Representação geométrica da fase binária para núcleos simétricos . . . . .	30
5.1	Potencial superficial . . . . .	33
5.2	Potencial coulombiano . . . . .	33
5.3	Potencial Total . . . . .	34
5.4	Representação geométrica da fase binária para núcleos assimétricos . . . . .	34
5.5	Parametrização da deformação na fase ternária com núcleos assimétricos . . . . .	35
5.6	Formação do pescoço ou terceiro fragmento para núcleos assimétricos . . . . .	36

# Lista de símbolos

- $\alpha$  Cluster
- $Z$  Massa atômica
- $A$  Número atômico
- $^{252}Cf$  Californio
- $^{240}Pu$  Plutônio
- $^{10}Be$  Berílio
- $^{17}Cl$  Cloro
- $^{44}Ru$  Rutênio
- $U$  Urânio
- $A_p$  Núcleo pai
- $A_{f1}$  Primeiro fragmento filho
- $A_{f2}$  Segundo fragmento filho
- $n$  Número de nêutrons
- $\propto$  Proporcional

# Capítulo 1

## Introdução

O estudo de processos e interações nucleares datam de intensas experiências realizadas antes e durante a segunda guerra mundial e se fortaleceram após esse trágico acontecimento. Inicialmente as pesquisas estavam voltadas para núcleos atômicos radioativos onde em alguns experimentos verificou-se que núcleos pesados com  $A > 200$  eram capazes de emitir partículas  $\alpha$ . A continuidade das pesquisas permitiu que os cientistas observassem a existência de outro tipo de desintegração. Assim, experimentos posteriores mostraram que o elemento Urânio era capaz de se dividir simetricamente em dois fragmentos. Inicialmente esse fenômeno foi interpretado como sendo a ruptura do núcleo pai em dois fragmentos de massas comparáveis [1].

A dinâmica evolução das pesquisas permitiu que em Janeiro de 1939 Lise Meitner e Otto Frish interpretassem o fenômeno físico como sendo um processo de fissão. A interpretação dada era a de que os núcleos de Urânio, pela ação dos nêutrons incidentes, partiam-se em fragmentos de massas intermediárias e comparáveis. Mais adiante, o Modelo de Gota Líquida foi utilizado para descrever as variáveis que estavam implícitas nesse processo e diante dessa descrição mais criteriosa foi possível mostrar suas diversas áreas de aplicação, dentre elas a principal, produção de energia em grande escala.

Os processos de fissão foram descritos a partir de caracterizações binárias de modo que os núcleos atômicos eram excitados por um feixe de nêutrons até que decaíam, ou seja, se dividiam em dois núcleos e liberavam uma grande quantidade de energia, o que foi chamado de fissão induzida. Porém, pesquisas atuais mostraram a existência da fissão nuclear em três fragmentos, onde durante o processo de fissão do  $^{252}\text{Cf}$  e  $^{240}\text{Pu}$  observou-se a fissão não apenas em dois fragmentos, mas em três fragmentos onde dois deles são

de tamanho moderado e o terceiro um núcleo como partícula de alfa ou  $^{10}\text{Be}$ . Esta observação foi feita no núcleo de  $U$  excitado de forma que este não necessitou ser atingido por neutron para se fissionar, esse processo é conhecido como fissão espontânea [2].

Em estudos anteriores foram feitos, a partir da manipulação de código computacional, os cálculos dos Potenciais para núcleos simétricos, melhor descrito no capítulo 4. Ocorre que há desintegrações em que os fragmentos de fissão resultantes possuem raios diferentes, ou seja, agora tratamos de um processo totalmente assimétrico. Nesse sentido, temos como objetivos específicos do trabalho transformar o código computacional antigo para um código atual afim de calcular as energias potenciais no processo de fissão para núcleos simétricos com a finalidade de validar os cálculos para nucleos assimétricos. Outro objetivo é o cálculo do Potencial Superficial para núcleos assimétricos.

## 1.1 Relevância

Este trabalho é relevante pela necessidade de inovação quanto ao desenvolvimento de modelos teóricos que expliquem os processos de fissão ternária. Trabalhos realizados anteriormente destacam modelos efetivos na descrição do processo de fissão ternária, como exemplo, podemos citar o artigo intitulado “A study of the almost sequential mechanism of true ternary fission” (Um estudo do mecanismo quase sequencial da fissão ternária verdadeira) [3], este estudo considera uma fissão ternária como sendo uma fissão binária, sequencial e muito rápida de dois núcleos, da seguinte maneira: um núcleo pesado se divide em dois e um destes se divide em dois. No fim do processo temos dois núcleos “filhos” e uma partícula alfa, ou seja, três produtos como resultado da fissão de um núcleo. Este trabalho se torna relevante pois o Modelo Efetivo de Gota Líquida, aqui apresentado, considera que durante o processo de fissão o núcleo “pai” fissiona em três núcleos “filhos”, dois deles de massas comparáveis e um terceiro núcleo chamado de cluster.

Diante do desenvolvimento teórico dos processos de fissão, o grande desafio para a comunidade científica tem sido estabelecer modelos que descrevam adequadamente esse processo físico. O ponto crucial dos estudos aqui apresentados é a fissão nuclear considerando o processo de fissão espontânea para núcleos assimétricos, com emissão de cluster e decaimento  $\alpha$ , e partindo dessas considerações obter os Potenciais utilizando o modelo efetivo MEGLI.

## 1.2 Estrutura do trabalho

O primeiro capítulo tem como principal intuito introduzir o assunto e mostrar a relevância, perspectiva e metodologia utilizada no trabalho. De maneira geral, destacar a importância das pesquisas na área de Física Nuclear subárea Fissão Ternária, e em que contexto insere-se o início dos estudos nessa área científica. No capítulo 2 é feita a descrição da metodologia utilizada, e a caracterização do Modelo de Gota Líquida levando em consideração alguns parâmetros teóricos. No capítulo 3 é feita uma abordagem história sobre o descobrimento da fissão, onde apresentamos e caracterizamos os tipos de fissão nuclear. O quarto capítulo segue com a descrição da Fissão Ternária no Modelo Efetivo de Gota Líquida com os respectivos cálculos dos potenciais para núcleos simétricos. No capítulo 5 mostramos os resultados teóricos obtidos e suas análises, com a transformação do código computacional e algumas considerações sobre o Potencial Superficial para núcleos assimétricos. Por fim, nossas análises finais e perspectivas futuras para a continuidade das pesquisas são apresentadas no capítulo 6.

# Capítulo 2

## Metodologia de pesquisa

A descrição do modelo estabelecido é melhor explanada no Capítulo 3. O estudo da fissão ternária é feito dentro do Modelo Efetivo de Gota Líquida. Utilizamos este modelo para o cálculo do potencial superficial durante o processo de fissão. O núcleo atômico é considerado como uma gota líquida esférica carregada de volume constante em todas as fases da fissão, isso permite descrever matematicamente as variáveis necessárias para este processo.

- Em um primeiro momento, transformamos um código computacional de linguagem C 2000 para FORTRAN 90 e calculamos os Potenciais Superficial, Coulombiano e Total nas fases de fissão para núcleos simétricos.
- Em um segundo momento, descrevemos o formalismo matemático do Potencial Superficial para núcleos assimétricos, implementamos os cálculos no código computacional e mostramos graficamente o comportamento dos potenciais durante as fases de separação entre os centros.

### 2.1 Modelo de Gota Líquida

A complexidade no cálculo e na dedução formal das propriedades nucleares levaram a elaboração de modelos para a compreensão dos aspectos físicos dessas estruturas e para a obtenção de algumas propriedades importantes. Porém, essas teorias não apresentam uma caracterização completamente fundamentada da estrutura nuclear.

Muitos foram os modelos teóricos desenvolvidos para descrever as reações nucleares, dentre eles podemos citar de acordo com Eisberg (1979)[4]: O Modelo de Gota Líquida,

O Modelo do Gás Fermi, O Modelo de Camadas e O Modelo Coletivo. Neste trabalho utilizamos o Modelo da Gota Líquida por caracterizar de forma ideal a energia de ligação do núcleo atômico. A seguir descrevemos o modelo nas fases de evolução do processo de fissão.

O ponto crucial deste modelo é a consideração inicial de evolução geométrica do formato dos fragmentos. A simplicidade das condições iniciais garante um núcleo pai com formato esférico, de densidade constante e com a propriedade de se desintegrar.

Este modelo considera o núcleo atômico como sendo uma gota líquida eventualmente de formato esférico e incompressível, um passo considerável já que o núcleo atômico agora passa a possuir um formato geométrico bem definido. Essa imagem do núcleo permite que as propriedades quânticas sejam ignoradas, assim, podemos utilizar um formalismo matemático simplificado e com algumas condições iniciais (pontos 1 e 2 abaixo) obter valores para o volume total e área superficial durante o processo de separação.

1. A densidade superficial é aproximadamente independente do volume do núcleo;
2. A energia de separação aproximada é constante.

O modelo de Gota Líquida trata o núcleo como uma esfera possuindo densidade constante no seu interior e que rapidamente decrece a zero. De acordo com Eisberg (1979)[4] o raio é proporcional a  $A^{\frac{1}{3}}$ , a área de superfície é proporcional a  $A^{\frac{2}{3}}$  e o volume é proporcional a  $A$ , que é o número de núcleons no núcleo, temos que a *densidade* =  $\frac{\text{massa}}{\text{volume}} \propto \frac{A}{A} = \text{constante}$  em acordo com as medidas de espalhamento de elétrons.

A fórmula de massa é composta pela soma de seis termos,

$$M(Z, A) = f_0(Z, A) + f_1(Z, A) + f_2(Z, A) + f_3(Z, A) + f_4(Z, A) + f_5(Z, A) \quad (2.1)$$

Onde  $M_{Z,A}$  representa a massa de um átomo cujo núcleo é definido por  $Z$  e  $A$ . O primeiro termo é a *massa das partes constituintes* do átomo

$$f_0(Z, A) = Z + (A - Z) \quad (2.2)$$

o coeficiente  $Z$  é a massa do átomo em unidades de massa e o coeficiente de  $(A - Z)$  é

a massa do nêutron nas mesmas unidades. Os demais termos corrigem com equivalentes massas as contribuições de diferentes efeitos á energia total de ligação do núcleo.

Entre estas contribuições, as mais importantes são representadas pelo termo de *volume*

$$f_1(Z, A) = -a_1A \quad (2.3)$$

Esta contribuição traduz o fato da energia de ligação ser proporcional à massa do núcleo ou ao seu volume, ou seja, ela descreve a tendência da energia de ligação por núcleon ser constante. O termo de volume está presente no tratamento de uma gota líquida clássica, pelo fato de ser negativo, ele reduz a massa e, conseqüentemente, aumenta a energia de ligação.

O termo seguinte é o de *superfície*

$$f_2(Z, A) = +a_2A^{\frac{2}{3}} \quad (2.4)$$

É uma correção proporcional a área superficial do núcleo. Como este termo é positivo, ele aumenta a massa, reduzindo a energia de ligação. Para a gota líquida clássica, ele representa o efeito da energia de tensão superficial, com a seguinte interpretação: uma molécula na superfície da gota sente forças atrativas somente de um lado, sua energia de ligação é inferior à de uma molécula no interior sob a ação de forças atrativas de todos os lados. Em conseqüência, a imposição de que a energia de ligação total seja proporcional ao volume da gota superestima a energia de ligação das moléculas superficiais; uma correção proporcional ao número dessas moléculas, ou da área da superfície, se torna necessário para reduzir a energia de ligação. Esta mesma discussão pode ser feita no caso do núcleo.

O termo *Coulombiano* é

$$f_3(Z, A) = +a_3 \left( \frac{Z^2}{A^{\frac{1}{3}}} \right) \quad (2.5)$$

Ele representa a energia coulombiana positiva de um núcleo carregado, com a suposição de que sua distribuição de carga é uniforme e de raio proporcional a  $A^{\frac{1}{3}}$ . Este efeito é devido às reulsões coulombianas entre os prótons, aumenta com a massa e reduz com

a energia de ligação. Um termo similar está presente para uma gota carregada de um líquido clássico.

O termo seguinte traduz uma propriedade específica do núcleo. É o termo de *assimetria*

$$f_{a_4}(Z, A) = +a_4 \left[ \frac{(Z - \frac{A^2}{2})}{A} \right] \quad (2.6)$$

Esse termo exprime a tendência observada de se ter  $Z = N$ . Observamos que ele é zero para a seguinte condição  $Z = N = (A - Z)$ , ou seja,  $Z = \frac{A}{2}$  mas que é sempre positivo e aumenta à medida que os núcleos se afastam dessa condição, isto é, maior afastamento em relação a  $Z = N$ , maior a massa e menor a energia de ligação. A forma da expressão usada em (3.6) é uma das mais simples possuindo estas propriedades, mas, além disto, também exprime algumas justificativas teóricas envolvendo a independência das cargas das forças nucleares, como será descrito mais adiante.

A tendência dos núcleos de possuírem  $Z$  e  $N$  pares é levada em consideração pelo termo de *espalhamento*

$$\begin{aligned} f_5(Z, A) &= -f(A), & \text{se } Z \text{ é par, } & \quad A - Z = N \text{ é par} \\ &= 0, & \text{se } Z \text{ é par, } & \quad A - Z = N \text{ é ímpar} \\ &= 0, & \text{se } Z \text{ é ímpar, } & \quad A - Z = N \text{ é par} \\ &= +f(A), & \text{se } Z \text{ é ímpar, } & \quad A - Z = N \text{ é ímpar} \end{aligned} \quad (2.7)$$

Este termo diminui a massa se  $Z$  e  $N$  são ambos pares e aumenta se  $Z$  e  $N$  são ambos ímpares. Logo ele maximiza a energia de ligação se  $Z$  e  $N$  são pares. A forma exata da função  $f(a)$  é usualmente determinada de maneira a reproduzir dados experimentais.

Limitando-se a uma lei tipo potenciação, o menor ajuste é obtido com

$$f(A) = a_5 A^{\frac{1}{2}} \quad (2.8)$$

Considerando-se as expressões (3.1) e (3.8), temos

$$M_{Z,A} = Z + (A - Z) - a_1 A + a_2 A^{\frac{2}{3}} + a_3 Z^2 A^{\frac{1}{3}} + a_4 \left( Z - \frac{A^2}{2} \right) A^{-1} + a_5 A^{\frac{-1}{2}} \quad (2.9)$$

Esta expressão é conhecida como *fórmula de massa semi-empírica* porque os parâmetros  $a_1, \dots, a_5$  são obtidos empiricamente através de ajustes nas massas medidas. Neste trabalho não utilizamos os parâmetros pois todas as funções são calculadas.

# Capítulo 3

## Fissão nuclear

O principal objetivo deste capítulo é caracterizar os processos de fissão nuclear, com enfoque na fissão binária e ternária. Descrevemos a fissão induzida e como ocorrem as reações em cadeia. Apresentamos ainda o processo de fissão espontânea e como este modelo se consolidou durante alguns experimentos com núcleos atômicos.

A fissão nuclear (reação nuclear ou decaimento radioativo) é um processo físico no qual o núcleo atômico com número de massa elevado se divide em dois ou três fragmentos de massas comparáveis. Pode ser tratado também como uma forma de transmutação nuclear porque os fragmentos resultantes não são o mesmo elemento que o átomo original. Esse fenômeno é observado principalmente em núcleos pesados pela propriedade de serem instáveis.

O que determina o tipo de fissão que irá ocorrer, são as condições do ambiente em que o processo está inserido. Na maioria das vezes, essas condições levam a fissão binária do núcleo, porém, em alguns casos foram observadas a ocorrência da fissão em três fragmentos. A probabilidade para que uma fissão espontânea ocorra é pequena, nesse caso o núcleo atômico pode ser excitado permitindo que a fissão ocorra, o que chamamos de fissão induzida.

### 3.1 Fissão induzida

A fissão nuclear foi descoberta a partir da tentativa de produzir elementos transurânicos de número atômico maior que 92 por meio do decaimento beta  $\beta$  do núcleo produto. Os resultados obtidos com esses experimentos seriam base para explicar proces-

sos de fissão nuclear porém, com difícil entendimento até aquela época, 1939.

A técnica utilizada nas experiências para a formação de transurânicos foi a indução dos núcleos a partir do bombardeamento com nêutrons, nessa interface, as diversas atividades  $\beta$  produzidas eram determinadas pelas meias-vidas dos núcleo atômicos. Os notáveis e ainda inexplicáveis resultados obtidos levaram a descrição espetacular que tem sido chamado de fissão.

Um núcleo atômico pode ser induzido a se fissionar excitando-o com uma energia de 4 a  $6MeV$  ou bombardeando-o com nêutrons, deste que ao menos um destes sejam capturado pelo núcleo. Os nêutrons são ideais para esse tipo de reação pois não são repelidos pelos prótons assim, em princípio, podem penetrar qualquer núcleo.

Algumas considerações podem ser feitas no processo fissão nuclear. De acordo com Tavares (2015)[5] o processo pode ser caracterizado da seguinte maneira:

1. A quebra do núcleo em dois fragmentos de massas comparáveis;
2. O novo fenômeno pode ser descrito pelo Modelo da Gota Líquida;
3. É previsível as distribuições de carga, massa e energia cinética dos fragmentos de fissão;
4. A detecção de uma ionização elevada causada pelos fragmentos de fissão;
5. A estimativa de  $200MeV$  liberada no processo ( $0,8MeV/nucleon$ );
6. A emissão de 2 a 3 nêutrons por fissão;
7. A fissão é decorrente da absorção de nêutrons lentos pelo isótopo  $^{235}U$ ;
8. A descrição detalhada de uma possível reação em cadeia da fissão do urânio.

Quando a fissão nuclear ocorre uma grande quantidade de energia é liberada, de forma rápida, como é o caso das bombas atômicas, ou de forma controlada, permitindo que a energia liberada seja utilizada para outros fins, como é o caso dos reatores nucleares. Para começar uma reação de fissão nuclear é necessário bombardear o núcleo atômico com nêutrons. Esse efeito causa a quebra do núcleo originando entre outros produtos dois ou três nêutrons isolados que podem provocar a fissão de outros nucleos, realizando assim uma reação em cadeia, melhor abordado na seção 2.1.1. Além da grande quantidade

de energia liberada, a quebra do núcleo do átomo gera diferentes elementos químicos altamente radioativos, chamados de fragmentos de fissão.

Podemos tomar como exemplo o átomo  $^{235}\text{U}$  que pode fissionar ao capturar um nêutron com energia cinética pequena da ordem de  $0,025\text{eV}$ , quando isso ocorre, temos um isótopo artificial de urânio o  $^{236}\text{U}$ . Esse núcleo não ocorre na natureza, é radioativo e decai, ou seja, fissiona. A figura 2.1 abaixo representa como ocorre a fissão induzida por nêutrons.



Figura 3.1: Representação do processo de fissão nuclear induzida onde  $A_p$  é o núcleo pai,  $A_{f1}$  fragmento um,  $A_{f2}$  fragmento dois e  $n$  é o nêutron.

Esses núcleos artificiais produzidos por reações nucleares são radioativos, instáveis e possuem grande probabilidade de se fissionarem. Se considerarmos agora o  $^{238}\text{U}$  precisaríamos de um nêutron com energia cinética muito maior do que no caso anterior da ordem de  $1\text{MeV}$ . Essa diferença deve ser atribuída a energia de pareamento, de início, é perceptível duas situações: o  $^{235}\text{U}$  tem um número par de prótons e um número ímpar de nêutrons, nesse caso, o pareamento do nêutron capturado com o nêutron ímpar libera uma energia adicional de aproximadamente  $0,57\text{MeV}$ ; O  $^{238}\text{U}$  tem um número par de prótons e também um número par de nêutrons, de modo que o nêutron capturado não tem com que se parrear, e por isso, não existe energia de pareamento a ser liberada [6, 7].

### 3.1.1 Regra da cadeia ou reação em cadeia

O processo de fissão nuclear produz uma grande quantidade de energia, porém, é uma quantidade finita. O ideal seria que essa energia fosse constante. O estudo da fissão torna-se necessário porque uma média de 2,5 neutrons são liberados junto com o núcleo filho, esses neutrons secundários podem ser responsáveis por induzir outros núcleos atômicos a se fissionar, como mostra a figura 2.2 abaixo, o que proporciona uma produção contínua de energia.

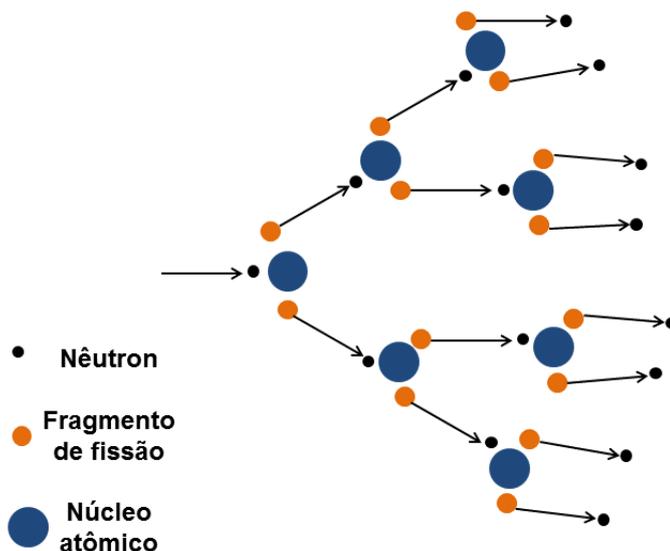


Figura 3.2: Representação da ocorrência de uma reação em cadeia

Para que ocorra uma reação em cadeia são necessários aspectos ou condições que permitam a continuidade da fissão. Quatro são os processos favoráveis que permitem essa produção constante de energia [8].

1. Durante a fissão do núcleo atômico deve ocorrer a emissão de mais nêutrons do que os que foram capturados;
2. Captura sem fissão de nêutrons pelo próprio núcleo;
3. Captura sem fissão de nêutrons por outros materiais;
4. Escape de nêutrons sem serem capturados.

O balanço dos 4 processos abaixo, se favorável, permite a produção de energia com a reação em cadeia. Os processos 2, 3 e 4 precisam ser inferiores ao processo 1 para que ocorra a produção constante de energia. Se pelo menos um dos nêutrons emitidos provoca a fissão em outro núcleo e, dos nêutrons emitidos nessa nova fissão, pelo menos um provoca outra fissão, temos uma reação em cadeia.

Existem várias aplicações para a reação em cadeia, dentre elas temos as seguintes: em um reator nuclear, o número de nêutrons disponíveis para novas fissões é controlado de modo que, em média, apenas um nêutron por fissão origina nova fissão. Em uma bomba atômica (bomba A), ao contrário, o número de nêutrons disponíveis para novas fissões

não é controlado de modo que, em média, mais de um nêutron por fissão origina novas fissões. Com isso, o número de fissões cresce exponencialmente com o tempo e o resultado é conhecido [6].

## 3.2 Fissão espontânea

Além da fissão induzida, temos ainda outro tipo de desintegração radioativa, denominada fissão nuclear espontânea. Vale ressaltar que teoricamente, esta reação deve ocorrer com isótopos pesados, cuja massa atômica seja igual ou superior a  $100\text{MeV}$ . Na prática, esse valor muda consideravelmente e ocorre apenas com massa atômica superior a  $240\text{MeV}$  [9]. De maneira geral, a fissão espontânea segue exatamente o processo de fissão nuclear, um ponto negativo a ser considerado é que esta não se autosustenta e não estabelece continuidade na produção de energia, isso por que o processo não emite um fluxo de nêutrons suficiente para que a reação em cadeia aconteça.

A fissão espontânea é um processo pelo qual um núcleo pesado se divide em dois ou mais fragmentos menores sem qualquer influencia externa, o processo é o resultado direto da competição entre a força de atração no interior do núcleo, e a força de repulsão coulombiana que separa os prótons. Para núcleos leves a força nuclear forte é capaz de superar a força de repulssão coulombiana, o que aumenta o número de prótons dentro do núcleo e o torna mais instável.

De fato, esse tipo de fissão é um sistema complexo devido as grandes incertezas existentes, tais como o número de carga nos dois fragmentos, a quantidade de nêutrons emitidos e a energia liberada. Quando consideramos elementos muito pesados, a fissão espontânea é modelo de decaimento a ser considerado. O estudo dos eventos de fissão espontânea são interessantes porque a maior parte da energia é dissipada através de energia cinética ou deformação dos fragmentos em formação, de modo que não há energia gasta na excitação de outros núcleos ou admissão de nêutrons.

## 3.3 Fissão binária

A fissão nuclear binária pode ser entedida como o processo pelo qual um núcleo atômico instável se divide em dois núcleos menores de massas comparáveis. Esse processo pode ocorrer de forma natural, quando o núcleo atômico decai naturalmente, ou pode ocorrer

através do bombardeamento de partículas como nêutrons, fissão induzida. De forma grosseira a fissão binária pode ser ilustrada conforme a Figura 2.1 a seguir.



Figura 3.3: Representação do processo de fissão binária onde  $A_p$  é o núcleo pai,  $A_{f1}$  fragmento um e  $A_{f2}$  fragmento dois.

Os isótopos formados após o processo de fissão possuem massas equivalentes. Os eventos de fissão binária liberam grande quantidade de energia, essa característica, quando controlada, permite citar sua principal, em usinas nucleares. Uma peculiaridade desse tipo de reação é o fato dos fragmentos gerados não serem do mesmo elemento que o isótopo gerador. Voltando ao exemplo do  $^{235}\text{U}$  da seção 2.1 temos que se há a captura de um nêutron, este produz um estado excitado do  $^{236}\text{U}$  o qual possui energia suficiente para que ocorra a fissão. A segunda analogia é que o  $^{235}\text{U}$  é um elemento muito radioativo já que possui ( $Z > 90$ ) e isso nos leva a segunda possibilidade, a fissão espontânea, descrita na seção 2.2.

### 3.4 Fissão ternária

Desde a sua descoberta, a fissão nuclear tem sido alvo de estudos teóricos cada vez mais aprofundados. Pouco depois da descoberta do processo de fissão binária foi proposto um modelo que considerava a possibilidade da fissão em três fragmentos. A fissão ternária em fragmentos com massas comparáveis é um processo que ocorre em núcleos pesados considerando uma pequena probabilidade no caso da fissão espontânea, ou por bombardeamento com nêutrons, fissão induzida cuja a analogia segue a mesma apontada na seção 2.3.

A maioria das características de fissão, como a distribuição de energia, são semelhantes nos processos de fissão binária e ternária. Consideramos a fissão espontânea como

ocorrência para descrever a fissão ternária, dada a configuração inicial do estado fundamental do núcleo, como mostra a figura 2.4 a seguir.

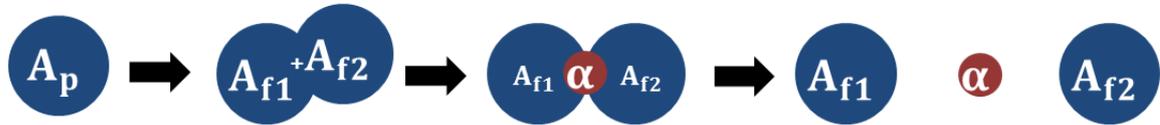


Figura 3.4: Representação do processo de fissão ternária onde  $A_p$  é o núcleo pai,  $A_{f1}$  fragmento um,  $A_{f2}$  fragmento dois e  $\alpha$  cluster.

Vamos considerar um isótopo pai  $A_p$  instável ideal para que o processo de fissão ocorra. Teoricamente essa propriedade permite que a desintegração ocorra de forma que o núcleo pai  $A_p$  fissione em três núcleos dois deles que chamaremos de  $A_p$  e  $A_f$  de massas comparáveis e o terceiro, cluster, como partícula  $\alpha$ .

# Capítulo 4

## Fissão Ternária no MEGLI

Neste capítulo, são apresentados os resultados obtidos para uma fissão ternária totalmente simétrica. Além disso, apresentamos os potenciais obtidos para este tipo de reação e representamos graficamente os Potenciais Superficial, Coulombiano e Total em função das separações entre os centros.

Utilizamos o Modelo de Gota Líquida como alicerce para determinar a barreira de potencial no caso da fissão ternária, tanto na fase dinuclear prévia ao surgimento do terceiro fragmento, como também na fase final de separação dos três fragmentos. Aqui, consideramos que os dois núcleos resultantes do processo de fissão ternária apresentam raios  $R$  equivalentes. Estudamos, utilizando o MEGLI-Modelo Efetivo de Gota Líquida, o potencial coulombiano e o potencial superficial[1, 10].

A representação gráfica (Figura 4.1) mostra como ocorre a evolução do processo de fissão com núcleos simétricos a partir da separação entre os centros e da soma dos potenciais superficial e coulombiano, nas fases binária, ternária e a formação final dos produtos.

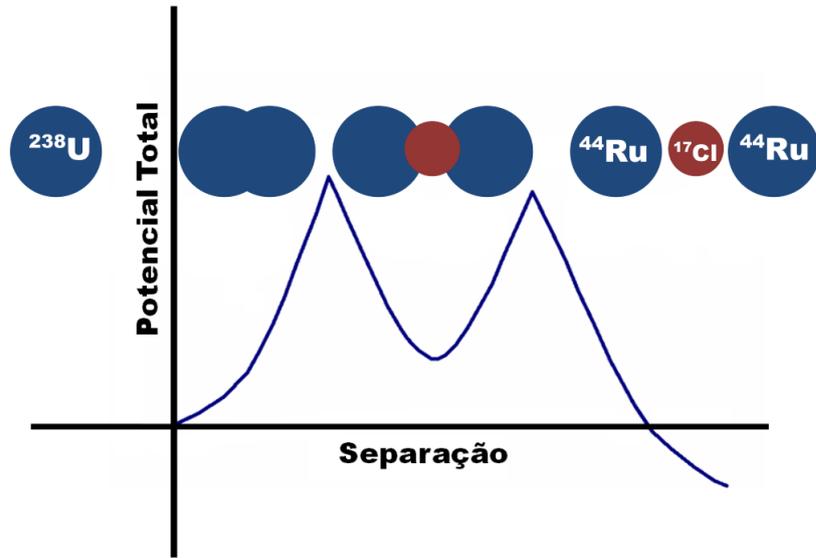


Figura 4.1: Representação gráfica do processo de fissão ternária

Para o cálculo do potencial superficial, determinamos a área externa do sistema. Na fase molecular binária obtemos a seguinte relação,

$$S_t = 4\pi (R_1^2 + R_1\lambda) \quad (4.1)$$

Onde  $R_1$  e  $R_3$  são os raios dos fragmentos em formação e  $\lambda$  e a metade da distância entre os centros dos núcleos como mostra a Figura 4.2 a seguir.

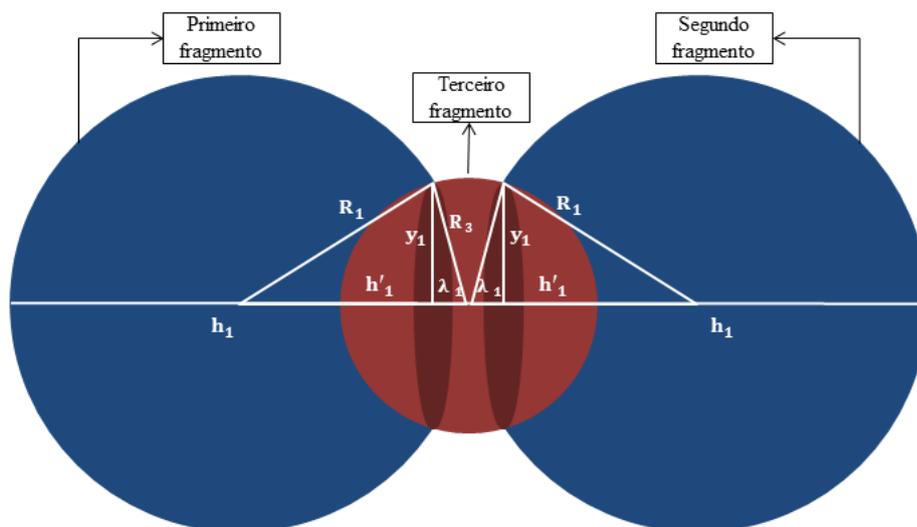


Figura 4.2: Parametrização da deformação para núcleos simétricos

A Figura 4.3 a seguir mostra a formação do pescoço devido ao terceiro fragmento pré-formado.

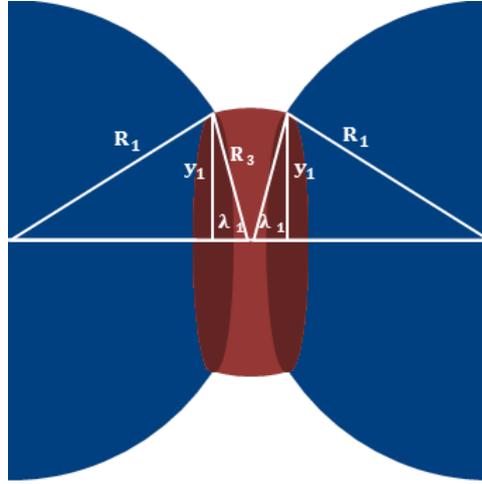


Figura 4.3: Formação do pescoço ou terceiro fragmento para núcleos simétricos

Para reduzir o problema e eliminar  $\lambda$ , imporemos a conservação do volume total do sistema, decorrente da incompressibilidade do fluido nuclear. O volume nesta fase é dado pela soma dos volumes das calotas, ou seja,

$$V_P = \frac{2\pi}{3} [2R_1^3 + 3\lambda R_1^3 - \lambda^3] \quad (4.2)$$

Onde  $V_p$  é o volume do núcleo pai na configuração inicial. A conservação do volume fica estabelecida pela equação,

$$R_1^3 + \left(\frac{3}{2\lambda}\right) R_1^2 + \left[\frac{-1}{2}\lambda^3 + R_P^3\right] \quad (4.3)$$

Onde  $R_p$  é o raio do núcleo pai na configuração inicial. Determinando a área do sistema na fase molecular ternária obtemos

$$S_T = 4\pi \left[ R_1^2 + R_1(R_1^2 - R_3^2 + \lambda^2)^{\frac{1}{2}} + \lambda R_3 \right] \quad (4.4)$$

Onde  $R_1$  e  $R_3$  são os raios dos fragmentos em formação e  $\lambda$  é a metade da distância entre os centros dos núcleos. Para reduzir o problema e eliminar  $\lambda$ , imporemos a conservação do

volume total do sistema, decorrente da incompressibilidade do fluido nuclear. O volume nesta fase é dado pela soma dos volumes das calotas, ou seja,

$$V_P = \left(\frac{2\pi}{3}\right) [2R_1^3 + 3\delta R_1^2 - \delta^3] + \left(\frac{4\pi}{3}\right) R_3^3 - \left(\frac{2\pi}{3}\right) [2R_3^3 + 3\lambda R_3^2 - \lambda^3] \quad (4.5)$$

onde  $\delta = (R_1^2 - R_3^2 + \lambda^2)^{\frac{1}{2}}$  e  $V_P$  é o volume do núcleo pai na configuração inicial. Portanto, a conservação do volume fica estabelecida pela equação

$$\begin{aligned} & [8R_P^3 - 12\lambda R_3^2 + 4\lambda^3] R_1^3 + [-\lambda^2(2R_3^2 - \lambda^2) + R_3^4 - 4(R_3^2 + \lambda^2)^2] R_1^2 + \\ & (R_3^2 - \lambda^2) [\lambda^2(2R_3^2 - \lambda^2) - R_3^4] - (8R_P^3 - 12\lambda R_3^2 + 4\lambda^3)^2 = 0 \end{aligned} \quad (4.6)$$

onde  $R_P$  é o raio do núcleo pai na configuração inicial. Desta relação obtemos  $R_1$ , que substituindo na expressão (3.3) nos leva a

$$\begin{aligned} S_t = 4\pi \left\{ 2R_1^2 - R_1 \left( \frac{(R_P^3 - R_1^3)}{2} \right)^{\frac{1}{3}} + 2R_3^2 \right. \\ \left. - R_3 \left[ R_3^2 - 2R_1 \left[ \frac{(R_3^2 - R_1^2)}{2} \right]^{\frac{1}{3}} + R_1 \left[ \frac{(R_P^3 - R_1^3)}{2} \right]^{\frac{2}{3}} \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \end{aligned} \quad (4.7)$$

O Potencial Superficial ( $V_s$ ) é dado por

$$V_s = \sigma_{ef} S_t \quad (4.8)$$

Onde  $\sigma_{ef}$  é obtido considerando que o valor  $Q$  da desintegração nuclear seja produzido pela diferença de energia total entre as configurações inicial e final do sistema. Assim temos a seguinte expressão

$$\frac{3}{5} e^2 \left( \frac{Z_P^1}{R_P} - 2 \frac{Z_1^2}{R_1} - \frac{Z_3^2}{R_3} \right) + 4\pi \sigma_{ef} (R_P^2 - 2R_1^2 - R_3^2) = Q \quad (4.9)$$

Tendo em vista a dificuldade no calculo analítico, fizemos um programa em linguagem Fortran 90 a fim de calcularmos o potencial total.

O potencial coulombiano é obtido através da função de Gaudin [1, 10]. Esta expressão de energia é dada em termos de um fator de forma  $\varepsilon$ , função dos parâmetros auxiliares  $\tau_1$  e  $\tau_2$  e do raio do círculo de base comum as duas calotas,  $a$ . Assim, temos explicitamente,

$$V_c = \frac{8}{9} \pi a^5 \varepsilon (-\tau_1 + \tau_2) \rho_c^2 \quad (4.10)$$

onde  $\rho_c$  é a densidade homogênea de carga do sistema, que é constante ao longo dos estágios do processo de formação dos fragmentos. Isto porque estabelecemos a manutenção do volume total do sistema.

A figura 4.4 mostra a evolução geométrica do sistema na fase binária do processo de separação.

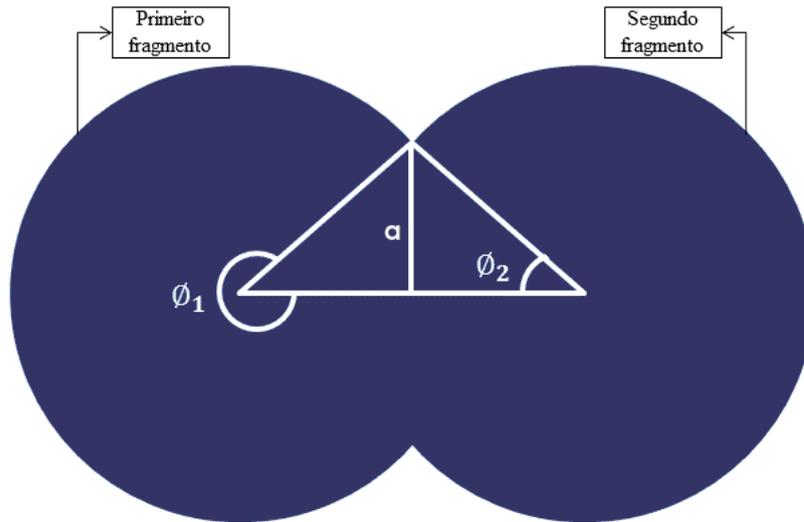


Figura 4.4: Representação geométrica da fase binária para núcleos simétricos

Podemos estabelecer as seguintes relações entre os ângulos

$$\tau_1 = \pi - \phi_1$$

$$\tau_2 = \pi - \phi_2$$

Onde:

- $\phi_1$  e  $\phi_2$  são ângulos auxiliares;
- $\tau_1$  e  $\tau_2$  são parâmetros auxiliares do Gaudin;
- $a$  é o raio do círculo de base comum as duas calotas.

Onde, o fator  $\varepsilon$  é apresentado em termos de outras funções,  $f$  e  $g$ , dos parâmetros angulares  $\tau_1$  e  $\tau_2$ , ou seja,

$$\begin{aligned} \varepsilon(\tau_1, \tau_2) = & \left( \frac{1}{\sin^2 \tau_2} \right) - \left( \frac{1}{\sin^2 \tau_1} \right) \left[ \frac{f(\tau_2)}{\sin^2 \tau_2} - \frac{f(\tau_1)}{\sin^2 \tau_1} \right] - \\ & (\cot g \tau_2 + \cot g \tau_1) \left[ \frac{f'(\tau_2) + \frac{\pi}{4}}{\sin^2 \tau_2} + \frac{f'(\tau_1) + \frac{\pi}{4}}{\sin^2 \tau_1} \right] + \\ & \frac{1}{\sin^2 \tau_1 \sin^2 \tau_2} \left[ f(\tau_1 + \tau_2) + \frac{1}{3} \sin^2(\tau_1 + \tau_2) \right] + \frac{\pi}{8} [g(\tau_1) + g(\tau_2)] \end{aligned} \quad (4.11)$$

onde  $\tau_1$  e  $\tau_2$  desempenham, o papel das variáveis angulares correspondentes a cada configuração, sendo utilizadas as funções auxiliares

$$f(x) = 1 - x \cot g(x) - \frac{\pi}{2} \operatorname{tg} \left( \frac{x}{2} \right)$$

$$f'(x) + \frac{\pi}{4} = \frac{2x - \operatorname{sen}(2x)}{2 \sin^2 x} - \frac{\pi}{4} \operatorname{tg}^2 \left( \frac{x}{2} \right)$$

$$g(x) = \frac{1}{10} \operatorname{tg} \frac{x}{2} \left[ 15 + 10 \operatorname{tg}^2 \left( \frac{x}{2} \right) + 3 \operatorname{tg}^4 \left( \frac{x}{2} \right) \right] + \frac{2}{\operatorname{sen}^3 x}$$

# Capítulo 5

## Resultados e análises

### 5.1 Transformação de código

Para obter os valores dos Potenciais em todas as fases do processo, fizemos uma transformação de código, indo da linguagem C 2000 para a linguagem FORTRAN 90, por se tratar de uma linguagem atualizada e acessível para esse tipo de algoritmo.

### 5.2 Cálculo do Potencial Total para Núcleos Simétricos

Com base no modelo apresentado no capítulo 4 apresentamos neste tópico os gráficos resultantes do cálculo dos potenciais para a seguinte reação:



Para esta reação, podemos descrever o potencial superficial em função da separação entre os centros a partir da representação gráfica a seguir.

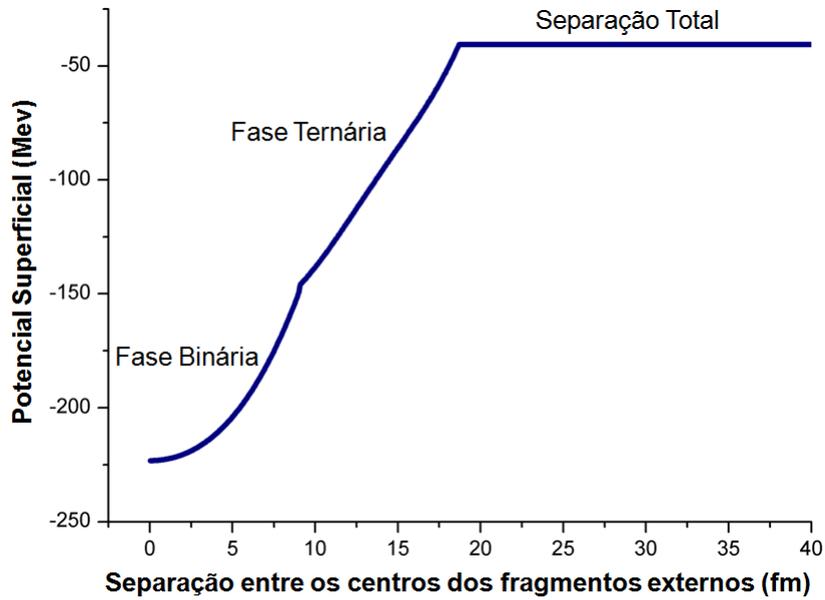


Figura 5.1: Potencial superficial

O potencial coulombiano para a reação vista acima é caracterizada pela seguinte curva,

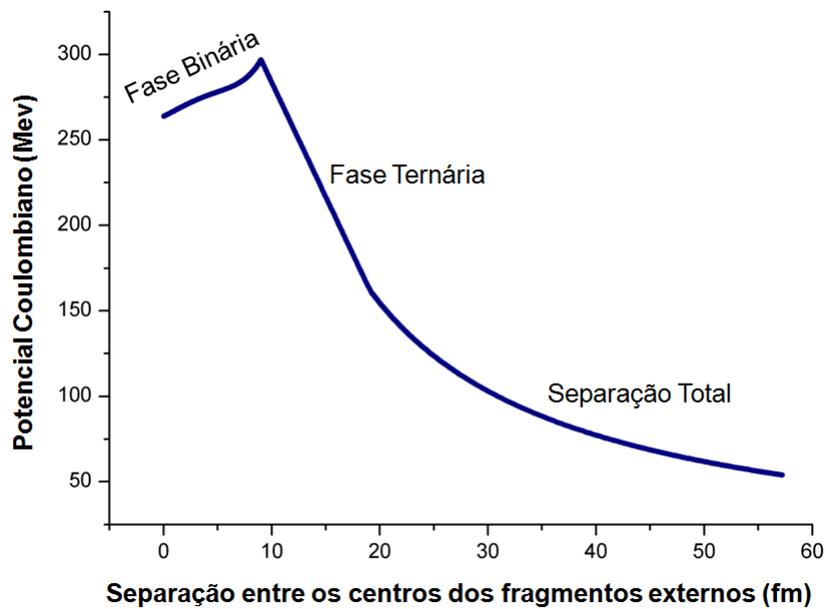


Figura 5.2: Potencial coulombiano

Somando o potencial coulombiano com o superficial obtem-se o potencial total

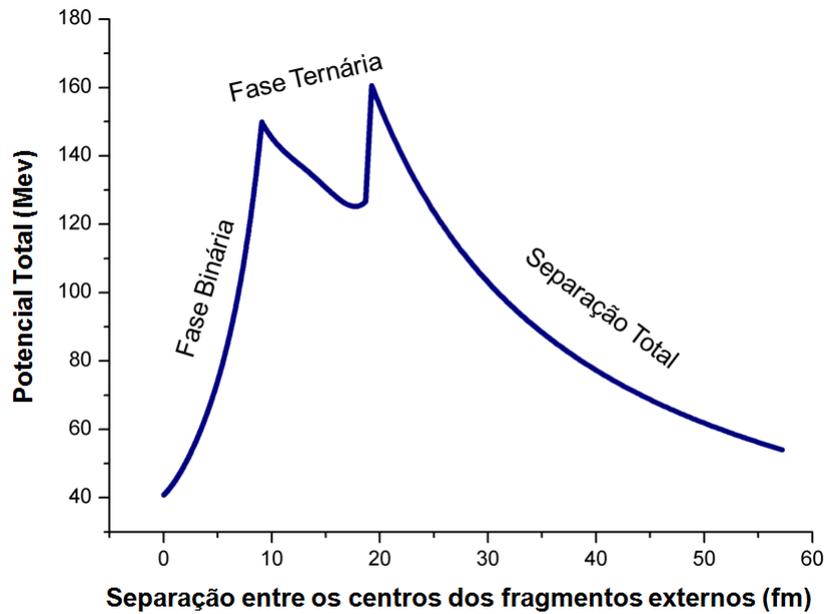


Figura 5.3: Potencial Total

Os gráficos encontrados tem o comportamento esperado, quando comparados com a teoria e com a literatura revisada.

### 5.3 Potencial Superficial de Núcleos Assimétricos

Um dos objetivos do trabalho é o cálculo do Potencial Superficial Total para núcleos assimétricos. Para isso, consideramos a figura 5.4 como geometria inicial do problema. Inicialmente iremos considerar a fase binária do processo de separação.

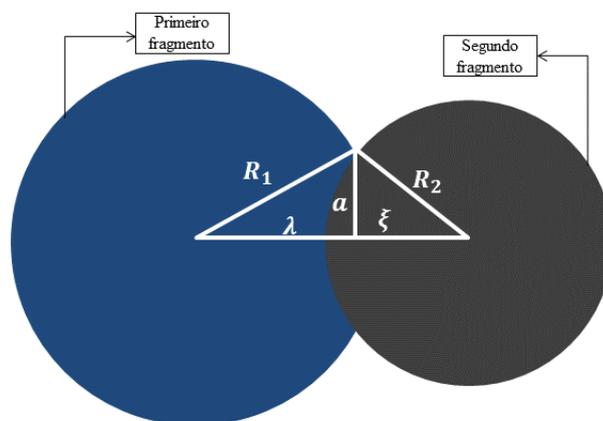


Figura 5.4: Representação geométrica da fase binária para núcleos assimétricos

Onde:

- $R_1$  é o raio do primeiro fragmento de fissão;
- $R_2$  é o raio do segundo fragmento de fissão;
- $a$  é o raio do círculo de base comum as duas calotas;
- $\lambda$  é a metade da superfície de separação entre os centros em relação a  $R_1$ ;
- $\xi$  é a metade da superfície de separação entre os centros em relação a  $R_2$

A área superficial nesta fase fica escrita da seguinte forma

$$S_t = 2\pi(R_1(R_1 + \lambda) + R_2(R_2 + \xi)) \quad (5.2)$$

onde  $\xi = \sqrt{R_2^2 + a^2}$  e  $a^2 = \sqrt{R_1^2 - \lambda^2}$ .

Para a parte ternária da fase de separação, consideramos que o fragmento  $R_3$  encontra-se pré-formado, assim, temos a seguinte geometria.

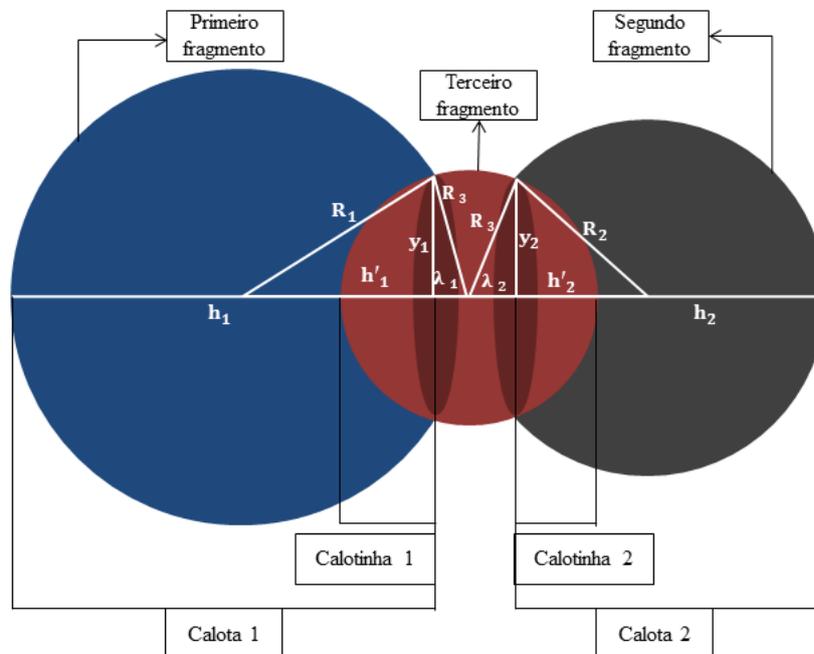


Figura 5.5: Parametrização da deformação na fase ternária com núcleos assimétricos

A Figura 5.6 a seguir mostra a formação do pescoço devido ao terceiro fragmento pré-formado.

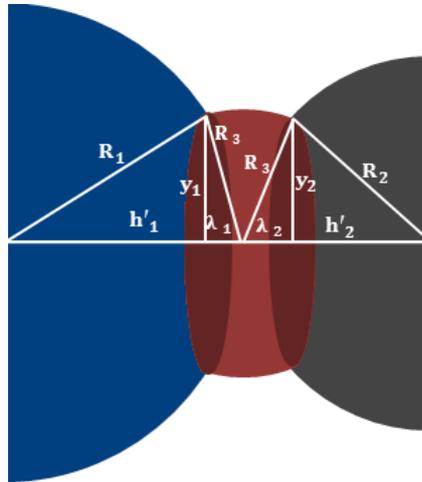


Figura 5.6: Formação do pescoço ou terceiro fragmento para núcleos assimétricos

- $h_2$ : é a altura da calota dois referente ao segundo fragmento;
- $h'_1$ : é a altura da calotinha um referente ao terceiro fragmento;
- $h'_2$ : é a altura da calotinha dois referente ao terceiro fragmento;
- $\lambda_1$ : é a distância entre o centro do terceiro fragmento e a base da calotinha um;
- $\lambda_2$ : é a distância entre o centro do terceiro fragmento e a base da calotinha dois;
- $y_1$ : é a distância entre o centro da base da calotinha um e a superfície devido a calota um;
- $y_2$ : é a distância entre o centro da base da calotinha dois e a superfície devido a calota dois.

Neste problema, temos três esferas de raios diferentes, neste caso validamos algumas condições iniciais dada a geometria do problema. Podemos escrever os raios  $R_1$  e  $R_2$  em função de  $y_1$  e  $y_2$  da seguinte forma:

$$R_1^2 = y_1^2 + (h_1 - R_1)^2 \quad (5.3)$$

$$R_2^2 = y_2^2 + (h_2 - R_2)^2 \quad (5.4)$$

e para  $R_3$  temos

$$R_3^2 = y_1^2 + \lambda_1^2 \quad (5.5)$$

$$R_3^2 = y_2^2 + \lambda_2^2 \quad (5.6)$$

O Potencial Superficial Total do sistema é dado pela soma dos Potenciais Superficiais individuais dos fragmentos de fissão

$$S_t = S_1 + S_2 + S_3 \quad (5.7)$$

Escrevendo as equações dos Potenciais Superficiais devido aos três fragmentos de fissão temos, separadamente:

$$S_1 = 2\pi R_1 h_1$$

$$S_2 = 2\pi R_2 h_2$$

$$S_3 = 4\pi R_3^2 - (2\pi R_3 h'_1 + 2\pi R_3 h'_2)$$

$h'$  pode ser escrito como:

$$h'_1 = R_3 - \lambda_1 \quad (5.8)$$

$$h'_2 = R_3 - \lambda_2 \quad (5.9)$$

Substituindo os valores de  $h'$  em  $S_3$  temos

$$S_3 = 2\pi R_3 \lambda_1 + 2\pi R_3 \lambda_2$$

Isolando  $y$ , igualando os valores das equações 5.1; 5.3 e 5.2; 5.4 e fazendo algumas modificações algébricas temos os seguintes valores

$$h_1 = R_1 + (R_1^2 + \lambda_1^2 - R_3^2)^{\frac{1}{2}}$$

e

$$h_2 = R_2 + (R_2^2 + \lambda_2^2 - R_3^2)^{\frac{1}{2}}$$

Portanto, as superfícies  $S_1$  e  $S_2$  ficam escritas da seguinte forma

$$S_1 = 2\pi R_1 \left[ R_1 + (R_1^2 + \lambda_1^2 - R_3^2)^{\frac{1}{2}} \right]$$

$$S_2 = 2\pi R_2 \left[ R_2 + (R_2^2 + \lambda_2^2 - R_3^2)^{\frac{1}{2}} \right]$$

e a área superficial total fica escrita da seguinte maneira

$$\begin{aligned} S_t = 2\pi R_1 \left[ R_1 + (R_1^2 + \lambda_1^2 - R_3^2)^{\frac{1}{2}} \right] + 2\pi R_2 \left[ R_2 + (R_2^2 + \lambda_2^2 - R_3^2)^{\frac{1}{2}} \right] + \\ 2\pi R_3 \lambda_1 + 2\pi R_3 \lambda_2 \end{aligned} \quad (5.10)$$

Pela conservação do volume temos a seguinte expressão:

$$\begin{aligned} R_p^3 - R_1^3 - R_2^3 + \frac{1}{4} \left[ -\lambda_1(5R_3^2 - 4R_3\lambda_1 + \lambda_1^2) - \lambda_2(5R_3^2 - 4R_3\lambda_2 + \lambda_2^2) + \right. \\ \left. - (R_3^2 - \lambda_2^2 - R_1^2)^{\frac{1}{2}}(4R_1^2 + R_3^2 + \lambda_1^2) - (R_3^2 - \lambda_2^2 - R_2^2)^{\frac{1}{2}}(4R_2^2 + R_3^2 + \lambda_2^2) \right] \end{aligned} \quad (5.11)$$

É necessário fazer algumas considerações na expressão acima com o objetivo de obter a dependência apenas em dois termos,  $R_1$  e  $\lambda_1$ . Utilizando o código computacional, obtemos o seguinte valor para a diferença entre os raios  $R_2$  e  $R_1$ :

$$C = R_2 - R_1 \quad (5.12)$$

$$C = 0,141330242$$

Escrevendo a equação 5.11 em função de  $R_2$  obtemos:

$$R_2 = C + R_1 \quad (5.13)$$

A partir de algumas correlações estabelecidas pelas condições iniciais do problema, podemos estabelecer a seguinte relação para  $\lambda$ :

$$\lambda_{ter} = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2} \quad (5.14)$$

Onde  $\lambda_{ter}$  é a metade da altura do pescoço na fase ternária.

Escrevendo a equação 5.13 em função de  $\lambda_2$  obtemos:

$$\lambda_2 = 2\lambda_{ter} - \lambda_1 \quad (5.15)$$

Substituindo as equações 5.12 e 5.14 na equação 5.10 e fazendo algumas manipulações matemáticas, obtemos o seguinte resultado,

$$\begin{aligned} R_p^3 - 3R_1^2 - \frac{3}{2}C^2 - \frac{9}{2}C^2R_1 - \frac{9}{2}CR_1^2 + \frac{1}{4}[-\lambda_1(5R_3^2 - 4R_3\lambda_1 + \lambda_1^2) + \\ -(2\lambda_{ter} - \lambda_1)(5R_3^2 - 4R_3(2\lambda_{ter} - \lambda_1) + (2\lambda_{ter} - \lambda_1)^2) + \\ -(4R_1^2 + R_3^2 + \lambda_1^2)\sqrt{R_3^2 - \lambda_1^2 - R_1^2} - (4(C + R_1)^2 + R_3^2 + \\ + (2\lambda_{ter} - \lambda_1)^2)\sqrt{R_3^2 - (2\lambda_{ter} - \lambda_1)^2 - (C + R_1)^2} \end{aligned} \quad (5.16)$$

A equação acima apresenta dependência em dois parâmetros  $R_1$  e  $\lambda_1$ , considerando os demais como constantes. É possível definir  $R_3$  constante pois consideramos que ele está pré-formado na fase molecular. É necessário obter o valor das raízes dessa equação em  $R_1$ , o que será feito em trabalhos futuros.

# Capítulo 6

## Discussões finais e perspectivas futuras

O presente trabalho teve como objetivo a transformação da modelagem da fissão ternária, com núcleos simétricos utilizando o Modelo Efetivo de Gota Líquida (MEGLI), do código em C 2000 para Fortran 90. Este objetivo foi alcançado com êxito.

Outra meta deste estudo foi a modelagem do processo de fissão com núcleos assimétricos, no MEGLI. Alguns parâmetros são importantes para estudarmos o processo de fissão, como o Potencial Coulombiano e o Potencial Superficial, para todo o processo, na fase binária e na fase ternária.

Na fase binária os cálculos foram feitos e a representação gráfica foi compatível com o esperado. Em virtude da complexidade da geometria do problema na fase ternária, não foi possível o cálculo da área superficial por falta de tempo hábil.

Pelo desenvolvimento aqui apresentado, os objetivos foram alcançados com êxito, restando entretanto como perspectivas para pesquisas futuras, podemos destacar a resolução da dependência dos parâmetros na expressão de volume para a obtenção do potencial na fase ternária e potencial total. Além disso, temos o aprofundamento desse estudo de processos de fissão ternária no sentido da obtenção das taxas de decaimentos nucleares.

# Referências

- [1] GONÇALVES, M. G. Tese de Mestrado: **Modelo de pré-cisão para desintegrações nucleares raras**. Rio de Janeiro: CBPF, 1992.
- [2] CHUNG, K.C. **Introdução à Física Nuclear**. Rio de Janeiro: EdUERJ, 2001.
- [3] OERTZEN, W. e NASIROV, A. K. **True ternary fission of  $^{252}\text{Cf}(\text{sf})$ , the collinear decay into fragments of similar size**. 3rd International Workshop on State of the Art in Nuclear Cluster Physics. Journal of Physics, 2014. Disponível em <http://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/569/1/012040/pdf>, acesso em 01 de Abril de 2017.
- [4] EISBERG, R. **Física Quântica**. Rio de Janeiro: Elsevier, 1979 - 34<sup>a</sup> reimpressão.
- [5] TAVARES, Odilon A. P.; Fissão nuclear: **energia farta Disponível para a humanidade**. CBPF - Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas. Rio de Janeiro: Ciência e Sociedade, 2015.
- [6] PALANDI, J.; *et al.* **Física Nuclear**. Universidade Federal de Santa Catarina - Grupo de Ensino de Física. Santa Catarina, 2010. Disponível em <http://nead.uesc.br/arquivos/Fisica/fisica-nuclear/topicos-fisica-nuclear-livro-texto.pdf>, acesso em 10 de Fevereiro de 2017.
- [7] TASHKHODJAEV, R. B. et all. **A study of the almost sequential mechanism of true ternary fission**. Article in Physical Review C. March 2015. Disponível em <https://www.researchgate.net/publication/273471890>, acesso em 20 de Abril de 2017.
- [8] KAPLAN, I. **Física nuclear**. Rio de Janeiro: Guanabara, 1978 - 2<sup>a</sup> reimpressão.

- [9] KARPOV, A. V. ; ZAGREBAEV, V. I. e GREINER, W. **True ternary fission and quasifission of superheavy nuclear systems**. EPJ Web of Conferences. Owned by the authors, published by EDP Sciences, 2011. Disponível em <http://www.epj-conferences.org>; acesso em 27 de Abril de 2017.
- [10] GOMES, É. C. **Fissão Ternária no Modelo Efetivo de Gota Líquida-MEGLI**. Rio de Janeiro: CBPF, 2003.