



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO TOCANTINS  
CÂMPUS UNIVERSITÁRIO DE PALMAS  
CURSO DE CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO**

**UTILIZAÇÃO DE MÉTODO ROTEAMENTO DE VEÍCULOS PARA SOLUÇÃO  
DE TRANSPORTE ESCOLAR**

**ORION JORJUAN LUNA SILVA**

**PALMAS (TO)**

**2021**

ORION JORJUAN LUNA SILVA

UTILIZAÇÃO DE MÉTODO ROTEAMENTO DE VEÍCULOS PARA SOLUÇÃO DE  
TRANSPORTE ESCOLAR

Trabalho de Conclusão de Curso II apresentado  
à Universidade Federal do Tocantins para  
obtenção do título de Bacharel em Ciência da  
Computação, sob a orientação do(a) Prof.(a)  
Dr. Marcelo Lisboa Rocha .

Orientador: Dr. Marcelo Lisboa Rocha

PALMAS (TO)

2021

ORION JORJUAN LUNA SILVA

UTILIZAÇÃO DE MÉTODO ROTEAMENTO DE VEÍCULOS PARA SOLUÇÃO DE  
TRANSPORTE ESCOLAR

Trabalho de Conclusão de Curso II apresentado à UFT – Universidade Federal do Tocantins – Câmpus Universitário de Palmas, Curso de Ciência da Computação foi avaliado para a obtenção do título de Bacharel e aprovada em sua forma final pelo Orientador e pela Banca Examinadora.

Data de aprovação: 17 / 8 / 2021

Banca Examinadora:

---

Profa. Dra. Anna Paula de Sousa Parente Rodrigues

---

Prof. Dr. Alexandre Tadeu Rossini da Silva

---

Prof. Dr. Marcelo Lisboa Rocha

**Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)**  
**Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Tocantins**

---

S586u Silva, Orion Jorjuan Luna.  
Utilização de Método Roteamento de Veículos para Solução de Transporte Escolar. / Orion Jorjuan Luna Silva. – Palmas, TO, 2021.  
56 f.

Monografia Graduação - Universidade Federal do Tocantins – Câmpus Universitário de Palmas - Curso de Ciências da Computação, 2021.

Orientador: Marcelo Lisboa Rocha

1. Problema de Roteamento de Veículos. 2. SBRP. 3. Meta- heurística ALNS. 4. Transporte Escolar. I. Título

**CDD 004**

---

TODOS OS DIREITOS RESERVADOS – A reprodução total ou parcial, de qualquer forma ou por qualquer meio deste documento é autorizado desde que citada a fonte. A violação dos direitos do autor (Lei nº 9.610/98) é crime estabelecido pelo artigo 184 do Código Penal.

**Elaborado pelo sistema de geração automática de ficha catalográfica da UFT com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).**

*Dedico a Deus e a minha família*

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço e dedico este trabalho do fundo do meu coração primeiramente a Deus e em seguida meus pais que me apoiaram para a elaboração deste projeto.

Minha mãe, Maria das Graças Luna Silva, me ensinou além das coisas corretas, me mostrou a levantar a cabeça se algo não estiver dando certo, tentar novas coisas e não se intimidar com os desafios ou pessoas que falam mal.

Meu pai, José Ribamar Lima Silva, me ensinou a não desistir, a correr atrás do que é meu, atingindo minhas metas e objetivos, com respeito e seriedade.

Os dois me mostraram e me ensinaram os valores de lutar, com humildade, disciplina, empatia e tudo que é ser humano de bem. Me mostraram também os valores das vitórias, conquistas e na derrotas se aprende também que nem tudo é ruim.

Agradeço às minhas duas irmãs Francisca Oriane Silva Luna e Aryadne Vitória Silva Luna, por acreditarem no meu potencial e sempre me apoiaram a não desistir nas dificuldades do projeto.

Agradeço o Prof. orientador Dr. Marcelo Lisboa Rocha, por me orientar com paciência e inteligência, me motivou mesmo nos problemas, com objetivo pedagógico do projeto. Espero que o orientador continue com dedicação, responsabilidade e alegria de ensinar, fique com Deus.

Agora repasso esta mensagem às pessoas que leram este trabalho, que sempre corra atrás dos seus sonhos, o que as pessoas fazem com você, de você, não te afeta em nada. Só você é seu próprio limite, porque você convive com si mesmo em todos os segundos a cada respiração, então tenha fé em Deus e lute para que tudo seja resolvido e em algum momento será a sua vez de vencer.

## RESUMO

O transporte escolar é parte fundamental para que os alunos tenham acesso à escola e se formem além de cidadãos, em excelentes profissionais capacitados. Tendo observado e analisado os problemas que ocorrem no transporte escolar. Então, os estudiosos descreveram o problema de roteamento do ônibus escolar (PROE), que consiste em minimizar os custos de operação do transporte escolar, com o objetivo de buscar as melhores rotas para a frota de veículos. Com isso, os veículos podem trafegar e transportar os alunos dos pontos de ônibus até suas escolas. Ao final do dia letivo, os alunos são transportados da escola para os pontos onde foram coletados. Na literatura do PROE, são trabalhados com modelos matemáticos e restrições, são aplicadas para resolver problemas e aproxima-se de algo aplicável na vida real e buscar melhorias no transporte escolar. Contudo, este trabalho tem por objetivo estudar e desenvolver uma metodologia para solucionar um cenário hipotético, no qual serão minimizadas as rotas do transporte escolar com um método meta-heurístico *Adaptive Large Neighborhood Search* (ALNS). Para minimizar os custos de operação do transporte escolar, foram separadas 8 escolas, as rotas e os pontos de ônibus aleatória e a garagem onde está estacionado o ônibus escolar. Assim, gerando rotas eficientes para que apenas um ônibus possa atender sua rota específica até a escola. Neste trabalho, foi delimitado uma área para obter as informações do mapa 3D da cidade de Palmas, TO. A metodologia contará com todos os procedimentos para a solução seguindo adaptações das etapas descritas na literatura já estabelecida sobre o PROE. Em seguida, serão apresentados os resultados com os *plot* das novas rotas resultantes, com análises e observação deste trabalho.

**Palavra-chave:** Problema de Roteamento de Veículos. SBRP. Meta-heurística ALNS. Transporte Escolar.

## ABSTRACT

School transport is a fundamental part for students to have access to school and if trained in addition to citizens, in excellent trained professionals. Having observed and analyzed the problems that occur in school transport. Then, the scholars described the school bus routing problem (PROE), which consists of minimizing the operating costs of school transport, with the objective of finding the best routes for the fleet of vehicles. thereby, vehicles can travel and transport students from bus stops to their schools. To the end of the school day, students are transported from the school to the points where they were collected. In of PROE literature, work with models mathematical and restrictions, are applied to solve problems and get close of something applicable in real life and to seek improvements in school transport. However, this work aims to study and develop a methodology to solve a hypothetical scenario, in which the school transport routes will be minimized with a meta-heuristic method *Adaptive Large Neighborhood Search* (ALNS). To minimize school transport operating costs, 8 schools, the random bus routes and stops and the garage where the school bus is parked were separated. Thus, generating efficient routes so that only one bus can serve its specific route to the school. In this work, an area was delimited to obtain the information from the 3D map of the city of Palmas, TO. The methodology will tell with all the procedures for the solution following adaptations of the steps described in the already established literature on the PROE. Then, the results will be presented with the *plot* of the new resulting routes, with analysis and observation of this work.

**Keywords:** Vehucle Routing Problem. SBRP. ALNS metaheuristic. School Transport.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Estrutura de trabalho . . . . .	33
Figura 2 – Imagens das rotas escolares 1 a 8 . . . . .	38
Figura 3 – Imagem da rota resultante da escola 1 . . . . .	40
Figura 4 – Imagem da rota resultante da escola 2 . . . . .	41
Figura 5 – Imagem da rota resultante da escola 3 . . . . .	42
Figura 6 – Imagem da rota resultante da escola 4 . . . . .	43
Figura 7 – Imagem da rota resultante da escola 5 . . . . .	44
Figura 8 – Imagem da rota resultante da escola 6 . . . . .	45
Figura 9 – Imagem da rota resultante da escola 7 . . . . .	46
Figura 10 – Imagem da rota resultante da escola 8 . . . . .	47
Figura 11 – Rotas das escolas 1 a 8 no formato de grafo . . . . .	48
Figura 12 – Gráficos dos resultados das quilometragens . . . . .	50
Figura 13 – Gráficos dos resultados dos custos e percentual de economia . . . . .	50

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Resultados detalhados da rota da escola 1 . . . . .	40
Tabela 2 – Resultados detalhados da rota da escola 2 . . . . .	41
Tabela 3 – Resultados detalhados da rota da escola 3 . . . . .	42
Tabela 4 – Resultados detalhados da rota da escola 4 . . . . .	43
Tabela 5 – Resultados detalhados da rota da escola 5 . . . . .	44
Tabela 6 – Resultados detalhados da rota da escola 6 . . . . .	45
Tabela 7 – Resultados detalhados da rota da escola 7 . . . . .	46
Tabela 8 – Resultados detalhados da rota da escola 8 . . . . .	47

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>14</b>
1.1	Justificativas e Motivos do Trabalho	15
1.2	Objetivos	16
1.2.1	Objetivo Geral	16
1.2.2	Objetivos Específicos	16
1.3	Estrutura do Trabalho	16
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTOS TEÓRICOS</b>	<b>17</b>
2.1	O Problema de Roteamento de Veículos (PRV)	17
2.2	O Problema de Roteamento do Ônibus Escolar (PROE)	19
2.3	Trabalhos com Otimização	21
2.4	Principais Métodos e Heurísticas Utilizadas no Problema de Roteamento de Veículos (VRP)	23
2.4.1	Método Branch and Bound	24
2.4.2	Método Branch and Cut	24
2.4.3	Método Branch and Price	24
2.5	Heurísticas	24
2.5.1	Heurística de Clarke e Wright CW	25
2.5.2	Heurística de Mole e Jameson	25
2.6	Meta-heurística	26
2.6.1	Adaptive Large Neighborhood Search (ALNS)	26
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA</b>	<b>29</b>
3.1	Delimitando uma Área para Estudo	29
3.2	Obtenção dos Dados	29

3.3	Utilização do Método Meta-heurístico Adaptive Large Neighborhood Search (ALNS) . . . . .	31
3.4	Definição de Quais Restrições serão Utilizadas . . . . .	33
3.5	Fluxo de Trabalho . . . . .	33
4	<b>APLICAÇÃO E EXPERIMENTOS . . . . .</b>	<b>35</b>
4.1	Cenário . . . . .	35
4.2	Cálculos das Distâncias e Tempo . . . . .	36
4.3	Rotas . . . . .	36
4.4	Resultados . . . . .	39
4.5	Análise e Observação . . . . .	49
5	<b>CONCLUSÃO . . . . .</b>	<b>53</b>
	<b>REFERÊNCIAS . . . . .</b>	<b>55</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Os desafios da vida acadêmica: O estudante ao ingressar em uma instituição de ensino necessita cumprir com rigor a sua matriz curricular e a carga horária, com excelência, atingir suas metas e objetivos conforme o regime escolar estabelecido, no intuito da formação primorosa do estudante não só para a vida profissional, mas também para formação de um excelente cidadão. Para que o estudante consiga completar a sua jornada estudantil no regimento escolar, é necessário que o aluno tenha o acesso facilitado à instituição de ensino. Para prover o livre acesso destes ao ambiente escolar, é muito importante o transporte escolar.

Segundo Gonçalves e Wanzinack (2020), o transporte escolar consiste em uma política educacional fundamental para o acesso dos alunos ao ambiente escolar. Conforme descrito por Lima e Sousa (2014) e (MEC; INEP, 2014), o transporte escolar é primordial na garantia do acesso à educação dos estudantes.

Para se ter essa garantia do acesso à educação é necessário um transporte escolar, com ônibus à disposição para transportar os alunos. É importante ressaltar que o setor de transporte é primordial nas decisões tomadas em logística Siqueira e Souza (2012). Segundo descrito pela Confederação Nacional do Transporte(CNT) (2017), que faz o acompanhamento do desempenho no setor de transporte, o mesmo tem o foco nos cenários políticos, sociais e econômicos. O setor de transporte é um fundamento básico para o desenvolvimento e crescimento de um país, na mobilidade de pessoas, governos e empresas. Segundo descrito por Barboza, Furlan e Moura (2015), o setor de transporte é um dos principais impulsionadores da economia.

De acordo com a Confederação Nacional do Transporte(CNT) (2017), todos os anos há desafios de inovação no setor de transportes, no desenvolvimento de atividades sustentáveis é importante e eficiente minimizar o tempo do atendimento aos clientes e a redução de custos com rotas comerciais ou reduzir os custos com a frota.

Neste contexto, um fato importante para o setor de transporte é o Transporte Escolar Rural (TER), conforme Transportes. (1995). O TER é um sistema de locomoção de estudantes rurais e urbanos, sendo de interesse social ou interesse público, por uma prestadora de serviço ou o próprio serviço público.

O transporte de estudantes consiste em levá-los dos pontos de ônibus mais próximos de suas residências até a escola. Para um bom funcionamento deste serviço é necessário um excelente gerenciamento de recursos por parte da administração pública. Conforme descrito pela autora Lopes (2009), a falta de recursos financeiros por insuficiência, atraso nos repasses e falha no sistema para o transporte dos alunos são alguns problemas entre vários encontrados.

Desta forma, para melhor lidar com esses problemas de custo e eficiência do sistema, são aplicadas técnicas da Pesquisa Operacional (PO) (SIQUEIRA; SOUZA, 2012). Conforme Arenales et al. (2015b), PO tem ferramentas e métodos para programação, capazes de modelar e propor solução de problemas de roteamento de veículos com objetivo de desenvolver melhores rotas minimizando custo e aumentando número de clientes atendidos.

Os problemas do serviço de transporte escolar, como custo e eficiência de sistema, foram trabalhados para encontrar soluções ótimas. Primeiramente por Newton e Thomas (1969), onde foi descrito como o problema de roteamento do ônibus escolar (PROE), em inglês chamado de *School Bus Routing Problem - SBRP*. Como sendo uma variante problema de roteamento de veículos (PRV), em inglês se chama de *Vehicle Routing Problem (VRP)*.

Segundo os seguintes autores Bowerman, Hall e Calamai (1995), o PROE consiste em buscar os melhores conjunto de rotas otimizando o custo da operação do serviço de transporte escolar, com o objetivo de realizar o transporte de alunos, em um caso que os alunos vão ao ponto de ônibus mais próximo de suas residências e então o ônibus escolar deve percorrer todos os pontos de ônibus recolhendo os alunos e depois entregando-os a uma escola destino. Por fim, após os alunos terem cumprido o dia letivo na escola, o ônibus escolar levará os estudantes aos locais onde foram coletados.

Para otimizar rotas, minimizar custos e respeitar restrições em um cenário de PROE, se utiliza métodos de programação linear inteira, métodos exatos, heurísticos ou métodos híbridos para criar a solução do problema. Conforme descrito por Siqueira e Souza (2012), PROE está na classe dos problema NP-Difícil.

Portanto, indaga-se: Como chegar em uma solução do problema de roteamento do ônibus escolar (PROE) pode minimizar os custos das rotas do transporte escolar de um cenário hipotético? Então, para validar e encontrar a resposta, pretende-se fazer pesquisas sobre o problema de roteamento do ônibus escolar (PROE) e aplicar em um cenário hipotético.

Com isso, este trabalho tem como objetivo, minimizar os custos das rotas de um cenário hipotético. Portanto, espera-se alcançar resultados promissores reduzindo a distância das rotas, baseado em parâmetros de custo e capacidade de veículo da vida real. Para construir melhores rotas e encontrar a solução em um cenário de PROE, se faz o uso de ferramentas de Mapa 3D do transporte escolar e da geografia da cidade de Palmas situada no estado do Tocantins para o levantamento dos dados.

## 1.1 Justificativas e Motivos do Trabalho

Após pesquisa na literatura por meio de buscas com palavras chaves, roteamento de transporte escolar e problema de roteamento de veículos no transporte escolar, percebeu-se

poucos trabalhos acadêmicos, conforme descrito por Siqueira (2016).

Segundo descrito por Reis (2015), no transporte escolar busca a minimização dos custos das rotas. Além disso, os responsáveis preocupam-se em oferecer um serviço de melhor qualidade aos alunos que dependem desse serviço para ir à sua instituição de ensino. Portanto, este trabalho utiliza dados geográficos das vias da cidade de Palmas do estado do Tocantins para criar um cenário hipotético do roteamento do transporte escolar, visando melhor representar uma solução com a prestação de serviço de transporte escolar.

## **1.2 Objetivos**

### **1.2.1 Objetivo Geral**

O objetivo principal deste trabalho é pesquisar sobre o PROE e minimizar o custo de viagem das rotas de um cenário hipotético.

### **1.2.2 Objetivos Específicos**

Por tanto, foram decididos os seguintes objetivos específicos:

1. Descrever as principais características do problema de roteamento de veículo (PRV) e suas aplicações.
2. Descrever as principais características do problema de roteamento do ônibus escolar (PROE).
3. Listar os principais usos do roteamento de veículos.
4. Identificar os principais métodos usados para a solução do problema de roteamento de veículo (PRV).
5. Desenvolver uma aplicação de um método no transporte escolar em um cenário hipotético com informações do mapa 3D da cidade de Palmas, TO.

## **1.3 Estrutura do Trabalho**

Além do capítulo de introdução, este trabalho segue estruturado da seguinte forma:

- No capítulo 2, são apresentados os fundamentos teóricos, trabalhos relacionados e apresentação do problema de roteamento do ônibus escolar (PROE).
- No capítulo 3, contém a apresentação dos métodos utilizados neste trabalho.
- No capítulo 4, encontram-se o cenário hipotético, dados e análise dos resultados.
- No capítulo 5, é apresentada a conclusão do trabalho.

## 2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Agora, vamos apresentar assuntos teóricos que estão sendo abordados na literatura sobre o problemas de roteamento de veículos (PRV) e da variante do PRV, o problema de roteamento do ônibus escolar (PROE).

### 2.1 O Problema de Roteamento de Veículos (PRV)

Nas observações de alguns problemas envolvendo logística da vida real, foi observado e descrito pela primeira vez por (DANTZIG; RAMSER, 1959), que fizeram um estudo por meio de uma aplicação para a otimização de rotas no intuito de distribuição de gasolina em estações de venda de combustíveis. Assim, se deu o surgimento do problema de roteamento de veículos (PRV), que é conhecido na literatura em inglês como *Vehicle Routing Problem (VRP)*, de acordo com (KRAMER; SUBRAMANIAN; PENNA, 2016), está entre os problemas bastante estudados por sua relevância para a sociedade por diversas situações.

O PRV tem várias variantes estudadas em logísticas, em departamentos que cuidam de transporte e em pesquisa operacional. Segundo (REIS, 2015), são exemplos que acontecem nas atividades humanas com a utilização de veículos como a coleta e entrega de produtos, transporte de pessoas, transporte de mantimentos e outras atividades.

Conforme descrito pelos autores (REIS, 2015), (PILLAC; GUÉRET; MEDAGLIA, 2012) e (LEHMANN; PIZZOLATO; RODRIGUES, 2009), o PRV constitui-se em encontrar as melhores rotas para os veículos disponíveis de maneira que todos os pontos sejam mapeados e atendidos, como clientes e/ou seus pedidos, escolhendo a melhor rota para minimizar os custos de transporte.

Segundo o (BITTENCOURT, 2010), os veículos utilizados na operação de transporte, iniciam e terminam suas rotas no mesmo local de origem que no caso é o depósito ou garagem onde estão estacionados. Conforme descrito pelos autores (REIS, 2015) e (PILLAC; GUÉRET; MEDAGLIA, 2012), o objetivo em resolver o PRV, é buscar minimizar as distâncias percorridas, o tempo gasto e o número de veículos que se faz o atendimento. Dessa forma, segundo (REIS, 2015), minimizando os custos de operação da utilização dos veículos em cada período de tempo de trabalho, dessa maneira, a distância total percorrida pelos veículos se torna a menor possível e o custo total é reduzido.

Conforme descrito por (ALVES et al., 2015), o problema de roteamento de veículos (PRV) é uma extensão natural do problema do caixeiro viajante e classe de problemas NP-Difícil. Conforme apresentado e descrito pelos autores (LEHMANN; PIZZOLATO; RODRIGUES, 2009) e (KRAMER; SUBRAMANIAN; PENNA, 2016), o problema de roteamento de veículos (PRV) é definido sendo  $n$  um conjunto de locais que podem ser

onde moram os clientes, cidades ou pontos determinado de atendimento, cada local tem a necessidade de serem atendidos, onde  $q_i$  representa a quantidade de produtos, se tem um depósito com  $k$  número de veículos, com a capacidade limitada  $Q$ , temos que encontrar as melhores rotas para os veículos minimizando os custos de transporte e também precisa ser respeitar as restrições para atender as demanda de cada local e a utilização do veículo. O PRV em sua forma clássica conforme descrito por (LEHMANN; PIZZOLATO; RODRIGUES, 2009) e também descrito por (KRAMER; SUBRAMANIAN; PENNA, 2016), é definido como o seguinte:

Seja um grafo não orientado  $G = (V, E)$ , em que  $V = v_0, v_1, \dots, v_n$  é o conjunto de vértices de  $G$ , enquanto

$$E = (v_i, v_j) : v_i, v_j \in V, i < j. \quad (1)$$

Na expressão 1,  $E$  representa o número de locais com o número de clientes e o conjunto de arestas de  $G$  com as suas ligações entres os locais. O vértice  $v_0$  representa o local de origem, sendo o depósito ou a garagem. Cada  $v$  cliente tem a necessidade de ser atendido por veículo de transporte de pessoas ou veículo de carga. A distância entre os vértices não pode ser negativo onde é representado por  $c_{ij}$ , o deslocamento do cliente  $i$  ao  $j$  está associado a cada aresta  $v_i, v_j$ , em que  $c_{ij}$  pode ser interpretado em termos de distância, tempo e/ou custos de viagem.

Segundo (KRAMER; SUBRAMANIAN; PENNA, 2016), o PRV tem os seguintes funções objetivo, restrições e variáveis de decisão que podem ser descritas como :

As principais funções objetivo do PRV:

- Minimizar a distância total percorrida e/ou tempo gasto nas viagens por todos os veículos e o tempo de serviço em cada cliente.
- Minimizar o número de veículos utilizado ao atendimento de clientes.
- Minimizar distância percorrida em cada percurso e a utilização correta do veículo ao visitar cada local.

Suas principais restrições:

- Cada rota começa e termina no local de origem, que pode ser o depósito ou a garagem dos veículos.
- Cada local é representado  $V - v_0$ , um vértice que pode ser visitado apenas uma vez por um veículo.
- Para o atendimento dos clientes os veículos não podem ultrapassar a capacidade  $Q$  que pode ser o volume ou peso e o tipo de carga para o transporte naquela rota.
- Determinar a quantidade dos veículos e os tipos disponíveis.

- Determinar os locais de carga e descarga.
- Todos os clientes devem ser atendidos corretamente.
- Determinar os horários dos recebimentos, coleta e de trabalho para os veículos trafegarem nas rotas.

Suas principais variáveis de decisão:

- Determinar a quantidade de veículos a ser utilizada.
- Determinar a rota de cada veículo.
- Determinar a quantidade da carga de cada rota.
- Determinar qual veículo atenderá em cada cliente.

Com isso, o PRV possui um objetivo de minimizar o custo total viabilizando o atendimentos dos clientes segundo (LEHMANN; PIZZOLATO; RODRIGUES, 2009), e conforme o autor (ALVES et al., 2015), mostra que o PRV, possui várias outras variantes com suas aplicações para solucionar problemas de roteamento da vida real, otimizando rotas que se utiliza veículos com os modelos e métodos de solução, que podem ser utilizados e aplicados com adaptações como a coleta de lixo, limpeza de ruas, planejamento de transporte escolar, transporte de pessoas portadoras de necessidades específicas (PNE), transporte de insumos, roteamento de linhas aéreas, roteamento da patrulha policial, escoamento de petróleo por meio de navios e outros aplicações.

E apresentado por (LOPES; RODRIGUES; STEINER, 2013), os métodos de resolução do PRV pode ser usar heurísticas, meta-heurísticas ou alguns métodos exatos como *Branch and Bound*, *Branch and Cut* e entre outros.

## 2.2 O Problema de Roteamento do Ônibus Escolar (PROE)

O problema de roteamento do ônibus escolar (PROE), onde o termo em inglês *Bus Routing Problem (SBRP)*, é também conhecido como problema de roteamento de transporte escolar (PRTE), após o problema ser descrito por (NEWTON; THOMAS, 1969), foi classificado como uma variante do problema de roteamento de veículos (VRP), conforme descrito por (RONEN, 1988), o PROE está relacionado a transporte de passageiros, como por exemplo a programação de linhas de ônibus, de sistemas de táxi, de sistemas de transporte de pessoas em geral, idosos e deficientes, transporte escolar por ônibus e entre outros.

De acordo com (SIQUEIRA, 2016), o PROE é descrito da seguinte maneira um conjunto de alunos, escolas e garagem, são estabelecidos os pontos de ônibus, para atender os alunos que moram em uma certo local, estes pontos de ônibus podem ser associado a um

ou mais estudantes, estes pontos associados tem que ser estrategicamente bem localizados para que os alunos possam caminhar de suas casas até o ponto determinado e possam embarcar no ônibus escolar para chegar à escola destino. No caso do transporte escolar rural os pontos de embarque e desembarque de alunos podem ser as suas próprias casas.

Segundo os autores (PARK; KIM, 2010), o objetivo de encontrar um sistema eficiente de transporte escolar para atender os alunos, coletar todos os estudantes nos pontos de ônibus estabelecidos, para serem transportados e chegarem nas suas escolas, respeitando várias restrições e o modelo de problema podem ter tempo máximo de condução, janela de tempo para cada ônibus sair da escola ou da sua garagem para buscar os alunos, capacidade de ônibus, tudo isso, vai depender do problema estudado. Vale ressaltar, segundo o (CHALKIA et al., 2016), o PROE possui características que se diferenciam de outros problemas, por exemplo, a eficiência de custo total de operação, a eficácia e capacidade de cumprir os serviços satisfazendo as necessidades no transporte dos alunos e equidade dos ônibus escolares, sem deixar ninguém desprovido de atendimento.

Conforme descrito por (DESROSIERS et al., 1981) e (WIDUCH, 2020), para solucionar um problema de PROE, é sugerido a divisão em cinco etapas: preparação dos dados, seleção de pontos de parada, geração das rotas, ajuste das janelas de tempo e escalonamento das rotas. Por este motivo, o PROE não se trata de um problema único, mas de subproblemas onde se encontra a solução de um sistema de transporte escolar (PARK; KIM, 2010).

**Preparação de dados:** Nesta etapa, segundo os autores (PARK; KIM, 2010), é feito o levantamento de dados com os conjuntos de informações como: alunos, escolas, veículos e a matriz de origem e destinos. As informações dos alunos têm a localização dos pontos de residências de onde os alunos moram, pontos de ônibus de embarque e desembarque de alunos, as escolas de destino e o tipo de aluno. Nos dados dos veículos temos a localização de origem, capacidade e tipo. Nas informações das escolas temos a localização, a hora da chegada e saída dos alunos para os veículos entregar e depois coletar os alunos no tempo certo e o tempo máximo de condução dos alunos para serem transportados de um lugar para outro. A partir desses dados dos alunos, dos veículos e das escolas, se obtém informações mais específicas de tempo de início e fim das viagens dos veículos escolares e o tempo de chegada dos veículos, tudo isso é armazenado na matriz origem e destino com informações das viagens mais curtas, distâncias entre os pontos de origem e destino.

**Seleção de pontos de parada :** Nesta etapa, conforme descrito por (PARK; KIM, 2010), utiliza-se das informações obtidas anteriormente e busca selecionar um conjunto de pontos de coleta de alunos, pontos de ônibus, ou seja, as paradas de ônibus mais próximo a onde os alunos vivem e caso os alunos moram em zona rural as paradas são as suas próprias casas. Com isso, é criada uma relação entre os alunos para serem coletados e os pontos determinados. Mas, na maioria das situações os pontos de ônibus não mudam e os alunos devem caminhar até os pontos onde serão coletados, criando um agrupamento

segundo (JÚNIOR et al., 2017). E também a limite de distância que os alunos possam caminhar e consiste em duas sub tarefas: criação de paradas e ligação dos alunos as paradas mais próximas, como apresentado por (SARUBBI; SILVA, 2014).

**Geração de Rotas :** Nessa etapa, segundo (SARUBBI; SILVA, 2014), é a mais importante por causa dos dados vindos das etapas anteriores, será utilizado algoritmos com o objetivo de traçar rotas para ser percorrida por cada veículo até os pontos de coleta e entrega estabelecidos. Esses algoritmos podem ser exatos, heurísticos ou até meta-heurísticos.

**Ajuste das janelas de tempo:** Atualmente, cada escola define seus horários de início e fim do dia letivo, segundo o (PARK; KIM, 2010) são restrições a serem definidas em cada situação. Mas conforme apresentado por (SIQUEIRA, 2016), na literatura do PROE a trabalhos que descreve os horários das escolas como sendo variáveis de decisão, responsáveis por ajustar a janela de tempo onde os alunos possam chegar em cada escola e definir o roteiro de rotas de cada veículo escolar deve fazer. Com isso, encontrando os melhores tempos de início e término da janela de tempo, pode-se aumentar o número de rotas atendidas por um único ônibus, utilizando o mínimo possível de veículos utilizados.

**Escalonamento das rotas:** Nessa última etapa, segundo (NEWTON; THOMAS, 1969), se desenvolve uma modelagem, onde estabelece o tempo de início e fim para todas as rotas, com isso formando uma sequência de rotas organizada que possam ser atendidas de forma sequencial usando apenas um veículo para vários atendimentos.

Segundo a descrição de (NEWTON; THOMAS, 1969), o PROE tem que ser resolvido passo a passo em sequência de etapas, uma por vez, com 5 ou menos etapas vai depender do problema trabalhado, por causa da complexidade ao se programar rotas que correspondam a um método de solução.

### 2.3 Trabalhos com Otimização

A seguir, são apresentados trabalhos relacionados, publicados com certa relevância acadêmica que se utilizou algum tipo de processo de otimização.

(HALSE, 1992), fez um trabalho muito interessante, trabalhou com problema de roteamento de veículos com coleta e entrega simultâneas através de uma heurística que consiste em inicialmente, associar os clientes aos veículos, em seguida, gerar as rotas utilizando um procedimento baseado no método 3-opt, esse método é um algoritmo de busca local simples para solucionar o problemas relacionados à otimização da rede para encontrar maneiras diferentes de reconectar a rede para encontrar a melhor. Uma única execução do 3-opt possui uma complexidade de tempo de  $O(n^3)$ .

(DETHLOFF, 2001), fez um trabalho que formulou um método matemático e desenvolveu uma heurística com inserção mais barata. Com os critérios de distância, capacidade residual e distância do cliente para o depósito. Essa heurística faz a avaliação

do custo da inserção de um cliente e pode ser usada tanto a distância percorrida como a capacidade utilizada na rota.

(CAMPOS; YOSHIKAZI; BELFIORE, 2006), fez um trabalho com algoritmo genético e computação paralela estornando um algoritmo híbrido para o problema de roteamento de veículos com frotas heterogêneas, com o uso de restrições com janela de tempo, se fez o uso dessa técnica com o objetivo de reduzir os custos das soluções das empresas do ramo de varejo.

(SILVA et al., 2007), desenvolveu uma metodologia para o transporte escolar da zona rural para reduzir os tempos de viagem dos alunos, com isso, reduzir o tempo que o aluno fica à bordo de um ônibus, a metodologia foi estudada e aplicada na cidade de Santana do Araguaia/PA. Para encontrar a solução foi utilizado o método *Routerization of Rural School Transportation (RRST)* e foi separada em 5 passos.

No primeiro passo foram calculados os ganhos em pontos consecutivos. No segundo passo inicia-se as rotas pelos pares de pontos  $(i, j)$  que possuem maiores ganhos em relação entre os pontos de origem e destino, ou seja, o menor tempo para o deslocamento do veículo e não ultrapasse o tempo até completar a rota.

O terceiro passo, outra rota, será iniciada só quando a rota anterior atingir o tempo máximo desejado e então é utilizados para de pontos  $(i, j)$  de origem e destino com menor tempo de deslocamento para veículo e não usado em outra rota e serão os pontos de uma nova rota.

No quarto passo, se ainda estiver pontos não classificados na rota e atenda o limite de tempo, então transferimos esses pontos para outras rotas.

E no quinto passo se não tivermos respeitado o quarto passo então, são criadas novas rotas com os pontos não classificados e finaliza o processo. E por fim, conseguiram encontrar as melhores rotas reduzindo o tempo de viagem dos alunos com apenas um veículo atendendo às 4 rotas com total 50 alunos atendidos.

(ALVES et al., 2015), conseguiu aplicar a resolução do problema de roteamento com a solução de dois problema do mundo real da cidade de e Coxim - MS sobre um estudo do transporte escolar e aplicou um modelo matemático de facilidades (p-medianas) para melhorar a localização dos pontos de ônibus, *branch-and-cut* para a abordagem de busca heurística para reduzir o custo da viagem, tempo da rota e o número de ônibus.

(SIQUEIRA, 2016), elaborou um trabalho para melhorar a solução do problema do roteamento do ônibus escolar (PROE), com abordagem na meta-heurística *Greedy Randomized Adaptive Search Procedure* (GRASP) + 2-Opt, para criar rotas ótimas e ajudar no apoio à decisão para o PROE, na elaboração de rotas para atender os alunos. Foi utilizada a ferramenta Google Mapsv3 para a visualização dos locais com as paradas de ônibus, escolas e garagem. O projeto elaborado utilizou instâncias de referência da literatura e uma simulação de um ambiente do mundo real. Esse trabalho conseguiu coletar dados de localização reais de paradas de ônibus, escolas e garagens, da cidade de

Araguaína do Tocantins, onde reduzir o número de ônibus utilizados para atender 32.048 estudantes com 2.000 e 100 escolas e reduzir o número de tempo de processamento para gerar rotas.

(ROSA, 2018), desenvolveu um projeto para resolver o problema de roteamento de veículos escolares (SBRP), onde elaborou uma metodologia com protótipo para automatizar a obtenção dos dados da ferramenta Google Maps do transporte escolar rural da cidade de Nova Friburgo, com a geocodificação de endereços das escolas, alunos e pontos de embarque, com a busca de distâncias e tempos de deslocamentos reais, montando o banco de dados georreferenciado e de veículos. Este trabalho utilizou a meta-heurística *Adaptive Large Neighborhood Search* (ALNS) , onde alcançou o objetivo de resolver o problema que otimiza as rotas do transporte escolar que atende 150 alunos de 7 unidades escolares com 17 rotas e uma frota de veículos.

(IAGO, 2018), fez uma análise das rotas da empresa Transul de transporte de encomendas do estado do Tocantins, de acordo com as condições atuais das estradas e otimizou de maneira como as mercadorias são distribuídas através do estado do Tocantins. Se realizou um levantamento de todas as rotas de entrega utilizadas pela empresa e como são organizados seus polos de distribuição. E para a otimização das rotas foram selecionados os algoritmos de Dijkstra, Genético e a Otimização por Enxame de Partículas. Após a aplicação destes algoritmos, o Algoritmo de Dijkstra deu os melhores resultados e tempo de execução comparados aos outros dois algoritmos.

## **2.4 Principais Métodos e Heurísticas Utilizadas no Problema de Roteamento de Veículos (VRP)**

O problema de roteamento do ônibus escolar (PROE) é uma variante do problema do roteamento de veículos (VRP), então os mesmos algoritmos podem ser utilizados, mas o PROE tem diferenças em relação ao VRP, conforme descrito por (BEKTAŞ; ELMATAŞ, 2007), são as seguintes : os ônibus não precisam obrigatoriamente voltar ao ponto de origem, então podem terminar em qualquer ponto de parada em uma rota, não podem exceder a capacidade em cada ônibus escolar para transportar os estudantes e por último o tempo de transporte dos alunos, é limitada para que os alunos cheguem à escola no tempo correto.

No próximo tópico são apresentados alguns métodos utilizados no VRP que também podem ser usados no PROE. E segundo (SIQUEIRA, 2016), ainda não temos uma grande quantidade de trabalhos publicados sobre o PROE em relação aos trabalhos de VRP, portanto, há oportunidades de atuais ou novos pesquisadores fazerem seus trabalhos sobre o tema.

### 2.4.1 Método Branch and Bound

Segundo (POLTOSI, 2007), este método foi feito visando fazer aperfeiçoamento de uma enumeração de forma inteligente ao ponto que tenham possibilidade de uma solução ótima de um problema. Conforme descrito por (POLTOSI, 2007), o método divide em problemas menores se acaso o problema de solução seja grande. O método cria uma árvore de decisões e efetua partições em um espaço de solução *branch* e para saber se a solução é ótima ou ruim se utiliza o *bound* que são limites inferiores e superiores. O *branch and bound* é utilizado para resolver problemas de roteamento de veículos capacitados e com restrição de distância.

### 2.4.2 Método Branch and Cut

Esse método segundo os autores (LUKASSE; MIRANDA, 2004), tem uma proposta de melhorar o método *Branch and cut* em combinação da técnica de planos de corte. O método em questão é sem restrições de integridade, combinando os planos de corte e o método *branch and bound*, utilizando o que há de melhor entre os dois métodos. Quando se utiliza este método e os cortes acontecem no final não se obtém uma solução melhor do que as geradas anteriormente, então se utiliza as ramificações, assim foi descrito por (LYSGAARD; LETCHFORD; EGGLESE, 2004).

### 2.4.3 Método Branch and Price

Este método é uma junção dos métodos *branch and bound* com o de geração de colunas.

Segundo (ALVES et al., 2015), a forma crescimento da árvore se base em um cliente  $i \in V$ , o objetivo é minimizar o custo encontrando a melhor rota e obedecer às restrições de capacidade do veículo e em cada nó da árvore gera colunas adicionais. E descrito por (ALVES et al., 2015), a formulação é a variável usada  $x_i$  é igual a 1 do cliente está na rota, se não é 0. Conforme descrito por (ROSA, 2018), este método faz uso da geração de colunas para reduzir as complexidades de variáveis integrais e com isso otimizar o problema.

## 2.5 Heurísticas

Há vários tipos de heurísticas para o PRV. O principal objetivo das heurísticas é encontrar uma solução aceitável com bom tempo computacional. E geralmente as heurísticas são usadas para resolver problemas que acomete-se na vida real. Vamos apresentar as principais heurísticas que podem ser aplicadas no PRV.

### 2.5.1 Heurística de Clarke e Wright CW

Segundo (ALVES et al., 2015), quando duas rotas  $i$ , onde pode ser realizada a mistura das duas rotas em apenas uma única rota que a rota pode ser destruídas ou contraídas e normalmente podemos ter uma economia de novas rotas. O algoritmo pode formar rotas de forma sequencial ou paralela. Sua ideia consiste em economia computacional, calculando todas as economias, após criar as rotas e colocá-las em ordem decrescente, de maneira que atenda todos os clientes da rota sem ultrapassar a capacidade do veículo utilizado. Conforme descrito por (ALVES et al., 2015), a economia da rota é dado por:

$$s_{ij} = c_{i0} + c_{0i} - c_{ij} \quad (2)$$

Onde duas rotas  $(0, \dots, i, \dots, 0)$  e  $(0, \dots, j, \dots, 0)$ , após a heurística a rota formar  $(0, \dots, i, j, \dots, 0)$  com sua economia. E suas duas etapas.

1. **Fase 1:** Cálculo de economia, logo de início calcula toda a economia da rota 2, para  $i, j = 1, \dots, n, i \neq j$ , assim criando  $n$  rotas  $(0, i, 0)$  para  $i = 1, \dots, n$ , em ordem decrescente.
2. **Fase 2:** Se tem duas opções: uma paralela ou sequencial. Na paralela busca par de vértices onde combinam as rotas e encontram o resultado em  $S_{ji}$  e se poder combinam a novas rotas criadas com as outras e faz isso até não ter mais possibilidade de combinação, se o resultado for mais viável que as soluções anteriores é utilizado a solução atual e a anterior é desconsiderada. Agora de forma sequencial se faz a união de vértices várias vezes até que se encontre a melhor economia da rota.

### 2.5.2 Heurística de Mole e Jameson

De acordo com (ALVES et al., 2015), para compensar o lado negativo da heurística *Clarke and Wright*, por motivo que os nós extremos de uma rota são considerados para a junção de rotas. A heurística de Mole e Jameson surgiu com o objetivo de utilizar dois nós que estão no meio de dois externos para fazer a união de duas rotas. Os parâmetros utilizados são  $\lambda$  e  $\mu$  para o processo de expansão de rotas a serem contraídas. Conforme descrito por (ALVES et al., 2015), a escolha de nós é através de duas métricas: proximidade e economia. E são definidas as seguintes:

$$\alpha(i, k, j) = c_{ik} + c_{kj} - \lambda c_{ij} \quad (3)$$

$$\beta(i, k, j) = \mu c_{ok} - \alpha(i, k, j) \quad (4)$$

Na equação 3, é escolhido o nó mais próximo a rota e  $\alpha$  penaliza a adição das arestas  $i, j$  e agora na equação 4, é a busca da economia onde se encontra o melhor local para o

nó e depois é calculado e adicionado. A variável  $\mu$  na equação 4, serve para o fator de ponderação sobre o nó escolhido para o depósito.

Logo após, um nó é selecionado conforme o critério da heurística para ser inserido na rota inicial, escolhendo um nó mais próximo do depósito. Depois deste processo, acontece um processo iterativo que são novos nós adicionados as rotas.

## 2.6 Meta-heurística

Segundo (ROSA, 2018), as meta-heurísticas podem ser aplicados em vários tipos de problema que envolve otimização e segundo (ARENALES et al., 2015a), este tipo de técnica pode gerar soluções melhores que heurísticas, por ter várias outros métodos embutidos para obter a solução. As meta-heurísticas são estratégias genéricas que podem ser adaptadas para resolver um problema específico. Nessa seção, é apresentada a Meta-Heurística *Adaptive Large Neighborhood Search (ALNS)*, que será utilizada para minimizar as rotas do transporte escolar deste trabalho.

### 2.6.1 Adaptive Large Neighborhood Search (ALNS)

Esta meta-heurística proposta por (ROPKE; PISINGER, 2006), é uma versão complementar do método chamado em inglês de *Large Neighborhood Search (LNS)*, proposta por (SHAW, 1998). Em trabalhos acadêmicos, conhecemos em português com o nome busca em uma vizinhança grande adaptada, a ideia de destruição de ligações dos arestas ou arcos e a reconstrução das ligações de arestas dos vértices formando uma rota.

O método ALNS inicialmente parte de uma solução inicial  $S$ , destrói uma solução atual e faz a correção da rota de forma que tenhamos uma nova solução diferente se formando  $S'$ , se a solução for a melhor possível de acordo com os parâmetros estabelecido, um exemplo é uso da meta-heurística de Arrefecimento Simulado em inglês *Simulated Annealing (SA)*, serve para refinarmos e aceitar uma solução atual e ajudar a escapar do mínimo local. Se  $S'$  a solução atual é melhor em relação à solução anterior, repetimos o processo de busca contínua do método a partir de  $S'$ , se não acontecer a de  $S'$  temos a probabilidade.

Conforme apresentado por (HOTTUNG; TIERNEY, 2019), quando se destrói a rede de ligações de arestas entre o par de vértices de forma aleatória. A etapa de reparo recebe a rede destruída com um ou mais depósito e os clientes, é feita a busca de relacionamento em coordenadas  $x$  e  $y$ . Com isso, verifica se fazendo os cálculos de construção de uma nova união ente os vértices, os cálculos podem ser por exemplo soma das distâncias, custo da rota, tempo com distância, a depender do problema a ser resolvido, para recriar a rede a seleção é feita de forma aleatória, os vértices são inseridos na rede e então é encontrada uma solução. Ao final é feito os cálculos das probabilidades entre as soluções obtidas, as funções do algoritmo é repetido até alcançar o critério de parada.

O critério de parada de execução do algoritmo ALNS é definido por um parâmetro, temos por exemplo o tempo de CPU, ciclos de execução do algoritmo, números de soluções obtidas ou interações, entre outros, a depender do problema a ser trabalhado.

Segundo (VIEIRA, 2017), o que muda do método ALNS do LNS é a destruição de rotas e a reinserção, é feita por meio de probabilidade. No caso da ALNS, ocorre a destruição de rotas e reinserção com a probabilidade adaptativa dos resultados anteriores ao atual.

Segundo (ROSA, 2018), é importante ressaltar que o método ALNS pode possuir um conjunto de funções contendo heurísticas para alcançar a solução ótima, a depender do problema a ser resolvido.

O método *Adaptive Large Neighborhood Search* (ALNS) proposta por Pisinger e Ropke (2007). O método tem flexibilidade para utilização no problema de roteamento de veículo e suas variantes. A seguir, no algoritmo 1, é apresentado o pseudocódigo do ALNS.

<b>Algoritmo 1:</b> Adaptive Large Neighborhood Search	
1	<b>início</b>
2	Construa uma solução inicial $x$ viável; $x^* \rightarrow x$
3	<b>repita</b>
4	Encontre a vizinhança $N$ para ser destruída e repara
5	através das heurísticas escolhidas pelo processo da roleta com base em
	desempenho anterior obtido $\{\pi_j\}$
6	Gere uma nova solução $x'$ a partir de $x$ usando as heurísticas
	correspondente a vizinhança destruída escolhida para destruir e
	reparar
7	<b>se</b> $x$ pode ser aceito <b>então</b>
8	$x \rightarrow x'$
9	<b>fim</b>
10	Atualize os desempenhos das heurísticas $\{\pi_j\}$
11	<b>se</b> $f(x) < f(x^*)$ <b>então</b>
12	$x \rightarrow x'$
13	<b>fim</b>
14	<b>até</b> alcançar o critério de parada;
	<b>Saída:</b> $x^*$
15	<b>fim</b>

fonte : (PISINGER; ROPKE, 2007).

Para mais informações do ALNS é encontrado no artigo dos autores (ROPKE; PISINGER, 2006).

Este trabalho faz uso de uma adaptação do método ALNS, uma versão do artigo apresentado por (ERDOĞAN, 2017), para solucionar um problema hipotético de roteamento do transporte escolar urbano com objetivo de minimizar o custo de operação de um ônibus por rota, coletando os alunos nos pontos de parada e são transportados para a escola destino da rota. O pseudo-código com as adaptações utilizadas no trabalho está no capítulo 3.3.

### 3 METODOLOGIA

A finalidade desse trabalho é pesquisar sobre o PROE, nos quais se busca por meio de pesquisas, trabalhos, livros, artigos, monografias importantes e interessantes no âmbito de realizar uma aplicação minimizando o custo de viagem das rotas de um cenário hipotético. A montagem desse cenário hipotético é a partir de estudos de aplicações de roteamento do transporte escolar publicados em trabalhos anteriores.

Segundo os autores Park e Kim (2010), a complexidade e características do PROE exigem uma organização da metodologia dividida em etapas e deve ser seguida passo a passo, para alcançar o objetivo de minimizar o custo de viagem das rotas de um cenário hipotético. Então, a metodologia foi definida em 5 etapas sendo: Delimitando uma Área para Estudo, Obtenção dos Dados, Utilização do Método Meta-heurístico Adaptive Large Neighborhood Search (ALNS) e o Fluxo de Trabalho que são descritas a seguir.

#### 3.1 Delimitando uma Área para Estudo

Nesta primeira etapa, compreende escolher uma área geográfica contendo vias urbanas que possam ser limitadas, como por exemplo cidades, estados, regiões específicas, bairros, setores, onde compreende os pontos de coletas e entregas dos estudantes, com uma ou mais escolas e garagens. Definir os locais de pontos de início e final da rota onde o veículo fará as viagens e escolher os pontos e horários da saída e chegada.

#### 3.2 Obtenção dos Dados

Nesta etapa são definidos quais dados serão obtidos ou criados. Esse trabalho definiu que serão obtidos os valores das distâncias entre os pontos, cálculo dos tempos de deslocamento do ônibus para a escola da sua rota, os pontos inicial e final dos trajetos de cada veículo referente a sua rota de ida e volta, às longitudes e as latitudes. Todas essas informações são obtidas por meio da geocodificação. Para se utilizar a geocodificação, é necessário o uso de uma API (Application Protocol Interface) em uma linguagem de programação para converter dados de ponto dos mapas 3D ou endereços em dados em valores de latitude e longitude correspondente aos pontos geográficos. As principais ferramentas de mapas 3D que fornecem dados segundo descrito por Pamboukian, Leite e Carminato (2014), são google maps, bing maps, OpenStreetMAP. As linguagem de programação com suporte para a geocodificação são python, javascript e outras (GOOGLE, 2021), para saber mais entre no link url: <<https://developers.google.com/maps/documentation/geocoding/start?hl=pt-br>>.

O cálculo do tempo real é referente ao deslocamento e o fluxo da via onde o veículo

fará o deslocamento em uma rota, podendo ser obtido através das ferramentas de mapas 3D. Um resultado da fórmula matemática das distâncias Euclidiana e Geodésica ou distância real com a velocidade média de condução ou informações obtidas das ferramentas de mapas 3D.

Conforme apresentado por Rosa (2018), há dois tipos de cálculos para encontrar os valores das distâncias de deslocamento de um ou mais veículos (não consideram as distâncias reais das vias): a Euclidiana e Geodésica. Os cálculos fazem simplesmente encontrar a menor distância entre os pontos, sendo o ponto A de origem e o ponto B de destino. Abaixo a duas fórmulas apresentadas por Rosa (2018), sendo a distância Euclidiana a seguinte Fórmula:

**Distância Euclidiana =**

$$\sqrt{(Latitude_1 - Latitude_2)^2 + (Longitude_1 - Longitude_2)^2} \quad (5)$$

Já a distância Geodésica encontra a menor distância entre o ponto A de origem e o ponto B sob a curvatura da terra. É calculada por meio da seguinte fórmula:

$$RaioTerraKM = 6370.9732$$

$$\pi = 3.1415$$

$$Latitude_1 = (Latitude_1/180) * \pi$$

$$Latitude_2 = (Latitude_2/180) * \pi$$

$$Longitude_1 = (Longitude_1/180) * \pi$$

$$Longitude_2 = (Longitude_2/180) * \pi$$

**Distância Geodésica =**

$$(RaioTerraKM * (2 * \arcsin(\sqrt{(\sin(Latitude_1 - Latitude_2)/2)^2 + (\cos(Latitude_1) * \cos(Latitude_2) * (\sin((Longitude_1 - Longitude_2)/2))^2}))) + \cos(Latitude_1) * \cos(Latitude_2) * (\sin((Longitude_1 - Longitude_2)/2))^2) \quad (6)$$

Esses dados de distância entre os pontos devem ser obtidos para a resolução de uma aplicação do problema de roteamento do ônibus escolar (PROE) para criar uma matriz origem e destino (OD), onde a origem são os pontos iniciais e destino os pontos finais e que precisamos para o relacionamento entre os pontos para o método ALNS. Com todas essas informações, será montada uma base de dados. Caso não tenha os dados, ao menos é preciso os dados da velocidade média e a distância entre os pontos retirados da ferramenta mapas 3D.

### 3.3 Utilização do Método Meta-heurístico Adaptive Large Neighborhood Search (ALNS)

O método a ser utilizado neste trabalho é meta-heurística *Adaptive Large Neighborhood Search* (ALNS) proposta por Pisinger e Ropke (2007). O método tem flexibilidade para utilização no problema de roteamento de veículo e suas variantes. A seguir, no Algoritmo 2, é apresentado o pseudocódigo do ALNS adaptado para problema de roteamento do ônibus escolar (PROE).

<b>Algoritmo 2:</b> Adaptive Large Neighborhood Search	
	<b>Entrada:</b> Pontos de ônibus, Garagem, Escola, Distâncias, Tempos, Ônibus
1	<b>início</b>
2	Gerar uma solução candidata, acrescentar os pontos de ônibus às rotas através de escolhas que minimizem os custos em cada etapa
3	Melhorar a atual solução por meio das buscas locais com operadores de PERMUTAÇÃO, 1-OPT, 2-OPT e PERMUTAÇÃO-VEÍCULO Utilizar a solução candidata como a solução mais conhecida
4	<b>repita</b>
5	Destruir a solução candidata removendo vértices aleatoriamente Reparar a solução candidata heurísticamente adicionando vértices Melhor a solução candidata por meio dos operadores PERMUTAÇÃO, 1-OPT, 2-OPT e PERMUTAÇÃO-VEÍCULO
6	<b>se</b> a solução mais atual é a melhor do que a solução mais conhecida <b>então</b>
7	Salve a solução candidata como a solução mais conhecida
8	<b>fim</b>
9	<b>senão</b>
10	Substitua a solução candidata pela solução mais conhecida com a probabilidade $p$
11	<b>fim</b>
12	<b>até</b> que o tempo gasto seja maior que o tempo de CPU utilizado;
	<b>Saída:</b> A melhor solução conhecida
13	<b>fim</b>

fonte : adaptada de (ERDOĞAN, 2017).

Os dados de entrada do ALNS são os vértices dos locais dos pontos de ônibus de origem, garagem, escola de destino referente a rota, com as informações de id, latitudes e longitude, matriz de origem e destino com relação das distâncias e os tempos

de deslocamento e as informações de cada ônibus por rota como capacidade, custo por quilometragem, hora de saída e chegada que fará a coleta e entrega dos alunos.

Na linha 2, o  $x$ , é uma solução candidata inicial e são acrescentados os locais, pontos de ônibus para minimizar o custo da rota.

Na linha 3, é escolhido quatro operadores de pesquisa local que são PERMUTAÇÃO, 1-OPT, 2-OPT, PERMUTAÇÃO-VEÍCULO, para melhorar a solução inicial e se a solução for a mais viável guardamos em um nova solução candidata é representado por  $x^* \rightarrow x$ .

Na linha 5, repetimos as funções de destruir parte da solução removendo os vértices para uma lista auxiliar e retirando as relações de visitas entre os vértices de forma aleatória e reparamos a solução candidata recriando uma nova solução adicionando os vértices removidos. A função de inserção dos vértices é chamada de gananciosa por inserir os vértices aleatoriamente e ordenado pelo número de visitas do menor para o maior, número de vezes em que o vértice é visitado e a função de remoção se chama de arrependimento, remove os vértices aleatoriamente e também pode remover por meio das visitas, se visitar o vértice remove.

Na linha 6 e 7, se a solução atual é melhor que a anterior é apresentando por  $f(x) < f(x^*)$  então, mantém a melhor solução e temos  $x^* \rightarrow x$ .

Na linha 9 e 10, é feita a substituição da solução candidata pela a mais conhecida de acordo com o valor de probabilidade  $p$ , rejeitando solução candidata abaixo de 10%, comparado com a solução anterior do custo total por unidade de distância e tempo.

E na linha 12, temos a condição de parada da execução do ALNS iniciada na linha 5, o critério utilizado é o tempo de CPU.

No fim, temos a melhor solução encontrada  $x^*$ .

A seguir, tem-se a explanação mais detalhada dos operadores de pesquisa local segundo (ERDOĞAN, 2017), utilizados no Algoritmo 2, conforme apresentado nas linhas 3 e 8 do algoritmo.

- **PERMUTAÇÃO** : vai procurar por todas as possibilidades pares de pontos de ônibus em cada solução e verifica se a troca deles resultaria em uma melhor solução candidata.
- **1-OPT** : analisa a possibilidade de remover cada ponto de ônibus em uma determinada solução e reinserido em uma posição dentro das rotas para melhorar o resultado da função objetivo.
- **2-OPT** : analisa a possibilidade de remover um ou mais arcos de solução de uma vez. O arco do ponto de ônibus **A** para ponto de ônibus **B** e o arco do ponto de ônibus **C** para o ponto de ônibus **D**. Depois é substituído os arcos dos pontos de ônibus **A** para **C** e ponto de ônibus **B** para o ponto de ônibus **D**. Com isso, verifica se é possível encontrar um melhor resultado para função objetivo.

- **PERMUTAÇÃO-VEÍCULO:** busca trocar todos os pontos de ônibus das rotas com dois veículos de diferentes tipos com objetivo de melhorias de solução. É muito importante para a frota heterogênea.

Após a finalização do algoritmo, o resultado final é apresentado, listando o que cada veículo deve fazer com o roteiro de paradas, valores das distâncias a ser percorrida, tempos das viagens, a quantidade de alunos a serem coletados e entregues nas escolas.

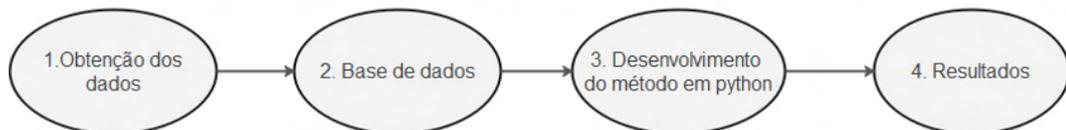
### 3.4 Definição de Quais Restrições serão Utilizadas

No PROE, existem várias restrições que podem ser utilizadas para a modelagem de um problema. As mais importantes são capacidade de veículo, janela de tempo em que o veículo pode fazer seu trajeto, tempo de viagem, atendimento preferencial de idosos ou de estudantes, redução das emissões de CO2 entre outras. Essas restrições dependem de qual situação será estudada.

### 3.5 Fluxo de Trabalho

Para a obtenção da solução do problema que o trabalho se propõe, foi definido o fluxo de trabalho ilustrado na Figura 1.

**Figura 1 – Estrutura de trabalho**



Fonte: O autor.

O fluxo apresentado na Figura 1 é descrito a seguir.

1. **Obtenção dos dados:** nessa fase contém todas as informações, tais como: o nome dos locais, o nome das unidades escolares, os pontos de ônibus, a latitude e a longitude e a quantidade de alunos a serem coletados ou entregues. Contém o local de origem e destino, as distâncias e os tempos de deslocamento de cada percurso. Contém as informações tipo de veículo com a sua capacidade, hora de chegada e saída, e o custo da rota por quilômetros.
2. **Base de dados:** os dados foram organizados em planilhas no Excel.
3. **Desenvolvimento do método em python:** foi implementado o método ALNS na linguagem de programação python e também são utilizadas bibliotecas do python para ler os dados da planilha Excel, para executar a meta-heurística na CPU e apresentar o resultado.

4. **Resultados:** são exibidos a lista de roteiro de paradas de cada rota para o veículo fazer, os tempos para realizar as viagens, custos, a distância percorrida e tempo inicial, no final para realizar a transporte de alunos e o *plot* do resultado com as rotas geradas.

Para este trabalho foi definida a aplicação em 8 escolas do município de Palmas do estado do Tocantins.

## 4 APLICAÇÃO E EXPERIMENTOS

Este capítulo tem como objetivo a execução da metodologia e apresentar a solução. Com base no estudo do problema PROE, foi desenhado um cenário hipotético com base nas informações obtidas de latitude e longitude dos locais e são as escolas, as garagens e os pontos de paradas de ônibus. Nestes locais foram definidos os pontos de coleta e entrega dos alunos que foram espalhados de forma aleatória, pensando na otimização das rotas e dos atendimentos aos alunos. Depois dos locais definidos, foi construído o cenário no mapa 3D da cidade de Palmas situado no estado do Tocantins. A escolha feita pelo autor no cenário hipotético, foi para suprir a falta dos dados relevantes como pontos reais de coleta e entrega de alunos.

### 4.1 Cenário

O cenário estabelece o seguinte: após pesquisar sobre o transporte escolar da cidade de Palmas, percebeu-se que o transporte é terceirizado e a prestadora do transporte usa veículos escolares que trafegam em vias públicas, tendo apenas, rotas desenhadas em uma ferramenta de mapa 3D, estabelecendo onde o ônibus escolar deve trafegar em direção a uma escola determinada pelo nome da rota. O cenário é definido sendo, o aluno para embarcar em um ônibus escolar, precisando se deslocar sai de sua residência caminhando até o ponto de ônibus mais perto em uma das rotas referente à sua escola. O ônibus sai da garagem onde está estacionado e depois vai em direção a sua rota para trafegar. Então, o aluno ao ver o ônibus escolar, ergue os braços para solicitar a parada do ônibus e finalmente ser transportado. Por tanto, o tema é interessante e se motivou a fazer esse trabalho.

As outras informações referente aos gastos, custos e quilometragem das rotas do transporte escolar, foram recebidas da secretaria de educação e da prestadora de serviço de transporte escolar, após solicitar autorização ao gerente do departamento de transporte escolar municipal e da prestadora de serviço de transporte escolar.

O cenário hipotético foi montado o seguinte:

1. Construir a rota da escola específica e distribuir os pontos de ônibus de forma aleatória estabelecendo os locais de desembarque/embarque dos alunos.
2. Os alunos vão se deslocar das suas residências para os pontos de ônibus definidos referente a rota de sua escola.
3. Um único ônibus por rota.

4. O ônibus sai da garagem onde está estacionado. Dirigir-se até a rota, fazendo a coleta dos alunos dos pontos de embarque e entrega na escola.
5. No final do turno dos alunos, o ônibus deverá devolver os alunos aos pontos de desembarque referente aos pontos de origem a onde foram coletados.

Neste trabalho utiliza-se de localização das escolas da cidade de Palmas com turno matutino, estas escolas são de tempo integral. Deste modo, o fluxo de trabalhar com problemas de roteamento apresentada no Capítulo 3.5, busca alcançar o objetivo de minimizar os custo do transporte escolar com o método meta-heurístico *Adaptive Large Neighborhood Search* e respeitar as seguintes restrições: respeitar a capacidade do ônibus, apenas um ônibus atende sua rota específica referente à escola, transportar os alunos com coleta e entrega respeitando uma velocidade média de 60 quilômetros por hora, o custo por quilômetro é de 11.22 reais, segundo as informações da secretaria de educação da prefeitura de Palmas,TO e a capacidade do ônibus é 44 passageiros.

## 4.2 Cálculos das Distâncias e Tempo

Nesta etapa foi montada a matriz de origem e destino (OD), contando as relações com todos os pontos de embarque/desembarque dos alunos nas respectivas escolas, também tendo as distâncias e os tempos. A origem para o ônibus é a garagem e depois de coletar os alunos e entregar na escola, o ônibus retorna a garagem destino, agora para os alunos a origem são os pontos de ônibus e o destino é a sua escola. As informações reais do mapa 3D de Palmas,TO das distâncias e os tempos que foi coletado de acordo com o tempo e distância de viagem de um ponto ao outro, foram obtidas por meio do uso da API de geocodificação.

## 4.3 Rotas

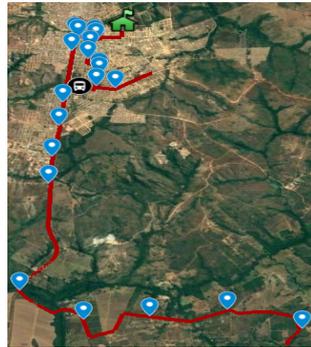
Para realizar os experimentos foram separadas 8 escolas e as rotas foram obtidas da prestadora de serviço de transporte escolar da cidade. Mas os pontos de coleta e entrega de alunos foram definidos aleatoriamente, somente os locais das escolas e das garagens são reais. Abaixo temos as informações detalhadas das rotas referente às unidades de ensino públicas utilizadas neste trabalho.

As informações sobre as rotas e as escolas:

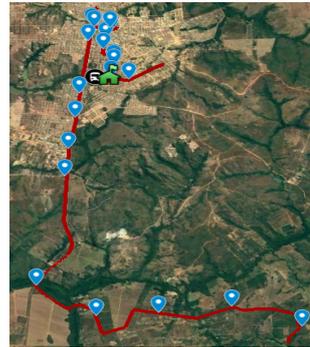
- A imagem 4.3(a): Escola 1, nome: ETI. Caroline Campelo, localizada no Setor Santa F2 Taquaralto, Palmas - TO, sua rota é de 54 quilômetros (km), 20 pontos de ônibus e custo de transporte dos alunos (R\$)605.88.
- A imagem 4.3(b): Escola 2 , nome: EM. Sávia Fernandes, localizada no Setor Bela Vista (Taquaralto), Palmas - TO, sua rota é de 54 quilômetros (km), 20 pontos de ônibus e custo de transporte dos alunos (R\$)605.88.
- A imagem 4.3(c): Escola 3, nome: Escola Municipal Jorge Amado, localizada no Setor Santa Fé, Palmas - TO, sua rota é de 38 quilômetros (KM), 13 pontos de ônibus e custo de transporte dos alunos (R\$)426.36.
- A imagem 4.3(d): Escola 4, nome: CEM de Taquaralto , Setor 12A17 (Taquaralto), Palmas - TO, sua rota é 38 quilômetros(KM), 13 pontos de ônibus e custo de transporte dos alunos (R\$)426.36.
- A imagem 4.3(e): Escola 5, nome: EM. Henrique Talone, localizada no Plano Diretor Sul, Palmas - TO, sua rota tem 92 quilômetros(KM), 14 pontos de ônibus e custo de (R\$)1840.08.
- A imagem 4.3(f): Escola 6, nome: ETI. Daniel Batista, localizada no Centro de Palmas - TO, sua rota tem 92 quilômetros(KM), 14 pontos de ônibus e custo de transporte dos alunos (R\$)1840.08.
- A imagem 4.3(g): Escola 7, nome: ETI. Olga Benário, localizada no Centro de Palmas - TO, sua rota tem 42 quilômetros(KM), 7 pontos de ônibus e custo de transporte dos alunos (R\$)471.24.
- A imagem 4.3(h): Escola 8, nome: ETI. Vinícius de Moraes, localizada no Plano Diretor Sul de Palmas -TO, sua rota tem 47 quilômetros(KM), 14 pontos de ônibus e custo de transporte dos alunos (R\$)527.34.

As ETIs são escolas municipais de tempo integral, as EM são escolas municipais e CEM são centros de ensino médio estadual. Na próxima página são apresentadas as imagens das rotas para melhor compreensão. Essas são rotas montadas para tentar se aproximar da rota original que acontece no cotidiano dos alunos. As rotas possuem os seguintes itens: os pontos azuis são os pontos de ônibus de embarque e desembarque dos alunos, o mesmo ponto serve tanto para a coleta com para entrega, o ponto verde é a escola destino da rota e a rota está demarcada com a cor vermelha e o ícone preto é o ônibus que está estacionado em sua garagem que pode sair e retorna. Os pontos de ônibus foram espalhados de forma aleatória ao longo da rota. Em cada ponto de ônibus, foram colocados um número de alunos respeitando a restrição da capacidade dos ônibus.

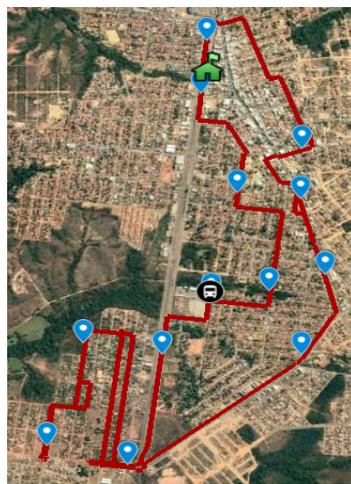
Figura 2 – Imagens das rotas escolares 1 a 8



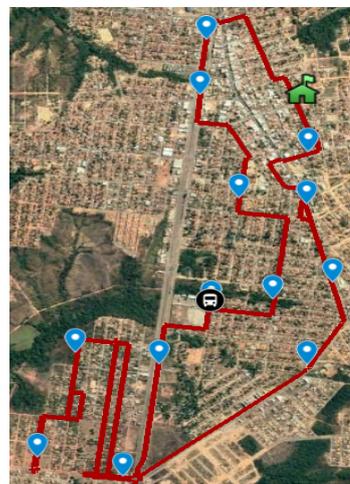
(a) Escola1



(b) Escola2



(c) Escola3



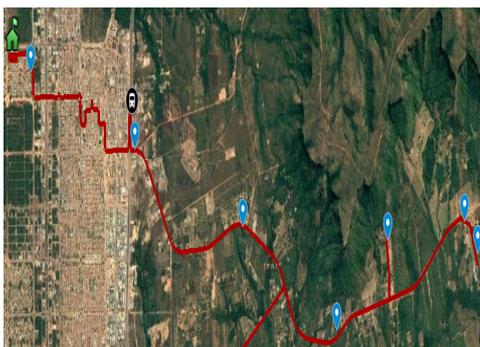
(d) Escola4



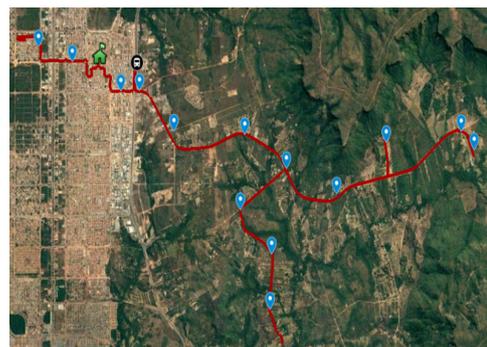
(e) Escola5



(f) Escola6



(g) Escola7



(h) Escola8

Fonte: O autor, com uso do *software* Google Maps.

#### 4.4 Resultados

Os parâmetros e restrições utilizadas para resolver o cenário hipotético são o seguinte:

**Parâmetros Utilizados:**

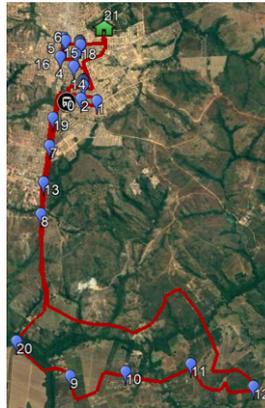
1. Número de ônibus por rota: 1;
2. Custo por quilômetro: (R\$)11.22;
3. Velocidade média: 60 (KM);
4. Informações das distâncias e os tempos de deslocamentos foram retiradas da API geocodificação;
5. Capacidade do ônibus 44 passageiros;
6. Tempo de execução da meta-heurística de 60 segundo de CPU;

**Restrições utilizadas:**

1. Respeitar a capacidade do ônibus;
2. O ônibus deve sair da garagem, coletar os alunos nas paradas, ou seja, pontos de ônibus e vai a escola corresponde a rota e ao final o ônibus retorna a garagem;

A seguir, temos as imagens das rotas geradas após uso do método ALNS e as tabelas com as informações detalhadas dos resultados obtidos.

**Figura 3 – Imagem da rota resultante da escola 1**



Fonte: O autor, com uso do *software* Google Earth

**Tabela 1 – Resultados detalhados da rota da escola 1**

Nome dos locais	Distância (km)	Tempo gasto(h:min)	Hora de chegada(h:min)	Hora de saída(h:min)	Número de alunos no ônibus
Garagem	0.00	0:00		0:00	0
Ponto13	3.20	0:06	06:06	0:06	0
Ponto8	4.17	0:08	06:08	0:08	0
Ponto12	17.25	0:31	06:31	0:31	0
Ponto11	19.59	0:36	06:36	0:36	4
Ponto10	21.58	0:40	06:40	0:40	0
Ponto9	24.12	0:45	06:45	0:45	6
Ponto20	26.20	0:49	06:49	0:49	7
Ponto19	33.36	0:57	06:57	0:57	15
Ponto7	34.46	1:00	07:00	1:00	17
Ponto1	36.43	1:04	07:04	1:04	17
Ponto2	37.44	1:07	07:07	1:07	17
Ponto14	37.83	1:08	07:08	1:08	21
Ponto3	37.98	1:08	07:08	1:08	31
Ponto4	38.73	1:10	07:10	1:10	32
Ponto15	39.10	1:11	07:11	1:11	32
Ponto16	39.97	1:14	07:14	1:14	32
Ponto6	41.05	1:17	07:17	1:17	35
Ponto5	42.16	1:20	07:20	1:20	35
Ponto17	42.60	1:21	07:21	1:21	44
Ponto18	42.70	1:21	07:21	1:21	44
Escola1	43.01	1:22	07:22	1:22	44
Garagem	45.15	1:28	07:28	1:28	0

**Rota resultado:**  $G0 \rightarrow P13 \rightarrow P8 \rightarrow P12 \rightarrow P11 \rightarrow P10 \rightarrow P9 \rightarrow P20 \rightarrow P19 \rightarrow P7 \rightarrow P1 \rightarrow P2 \rightarrow P14 \rightarrow P3 \rightarrow P4 \rightarrow P15 \rightarrow P16 \rightarrow P6 \rightarrow P5 \rightarrow P17 \rightarrow P18 \rightarrow E1 \rightarrow G0$ . Estes vértices da rota formam um grafo circular. A letra  $G$  representa a garagem onde o ônibus está estacionado, a letra  $P$  representa os pontos de ônibus para embarque/desembarque dos alunos e a letra  $E$  representa a escola.

O custo e a quilometragem antes de usar o ALNS, o ônibus sai da garagem, após coleta os alunos, vai à escola para entregar os alunos e volta para a garagem era de 54 KM e custo de (R\$)605.88. Após o uso do método meta-heurística ALNS para o ônibus ir à escola e volta para a garagem é 45.15 km e custo (R\$)506.57, uma diferença de 8.85 km e economia de (R\$)99.31, um percentual de 16.391%.

**Figura 4 – Imagem da rota resultante da escola 2**



Fonte: O autor, com uso do *software* Google Earth

**Tabela 2 – Resultados detalhados da rota da escola 2**

Nome dos locais	Distância(km)	Tempo gasto(h:min)	Hora de chegada(h:min)	Hora de saída(h:min)	Número de alunos no ônibus
Garagem	0.00	0:00		0:00	0
Ponto2	0.49	0:02	06:02	0:02	0
Ponto1	1.12	0:04	06:04	0:04	1
Ponto14	1.92	0:06	06:06	0:06	11
Ponto3	2.06	0:06	06:06	0:06	11
Ponto4	2.82	0:08	06:08	0:08	16
Ponto15	3.18	0:09	06:09	0:09	16
Ponto5	3.82	0:11	06:11	0:11	16
Ponto17	4.26	0:12	06:12	0:12	22
Ponto18	4.36	0:12	06:12	0:12	22
Ponto6	6.43	0:17	06:17	0:17	22
Ponto16	7.01	0:18	06:18	0:18	22
Ponto19	10.36	0:22	06:22	0:22	26
Ponto7	11.45	0:25	06:25	0:25	26
Ponto13	12.92	0:27	06:27	0:27	26
Ponto8	13.89	0:29	06:29	0:29	26
Ponto12	26.97	0:52	06:52	0:52	26
Ponto11	29.31	0:57	06:57	0:57	30
Ponto10	31.30	1:01	07:01	1:01	30
Ponto9	33.84	1:06	07:06	1:06	30
Ponto20	35.92	1:10	07:10	1:10	30
Escola2	43.93	1:19	07:19	1:19	30
Garagem	44.56	1:21	07:21	1:21	0

**Rota resultado:**  $G0 \rightarrow P2 \rightarrow P1 \rightarrow P14 \rightarrow P3 \rightarrow P4 \rightarrow P15 \rightarrow P5 \rightarrow P17 \rightarrow P18 \rightarrow P6 \rightarrow P16 \rightarrow P19 \rightarrow P7 \rightarrow P13 \rightarrow P8 \rightarrow P12 \rightarrow P11 \rightarrow P10 \rightarrow P9 \rightarrow P20 \rightarrow E2 \rightarrow G0$ . Estes vértices da rota formam um grafo circular. A letra  $G$  representa a garagem onde o ônibus está estacionado, a letra  $P$  representa os pontos de ônibus para embarque/desembarque dos alunos e a letra  $E$  representa a escola.

O custo e a quilometragem antes de usar o ALNS, o ônibus sai da garagem, após coleta os alunos, vai à escola para entregar os alunos e volta para a garagem era de 54 KM e custo de (R\$)605.88. Após o uso do método meta-heurística ALNS para o ônibus ir à escola e volta para a garagem é 44.56 km e custo (R\$)499.57, uma diferença de 9.44 km e economia de (R\$)106.31, um percentual de 17.546%.

**Figura 5 – Imagem da rota resultante da escola 3**



Fonte: O autor, com uso do *software* Google Earth

**Tabela 3 – Resultados detalhados da rota da escola 3**

Nome dos locais	Distância(km)	Tempo gasto(h:min)	Hora de chegada(h:min)	Hora de saída(h:min)	Número de alunos no ônibus
Garagem	0.00	0:00		0:00	0
Ponto13	0.46	0:02	06:02	0:02	1
Ponto1	1.41	0:05	06:05	0:05	0
Ponto2	1.96	0:06	06:06	0:06	5
Ponto3	3.61	0:10	06:10	0:10	5
Ponto4	4.18	0:13	06:13	0:13	5
Ponto5	5.53	0:17	06:17	0:17	5
Ponto10	6.80	0:20	06:20	0:20	10
Ponto11	7.54	0:22	06:22	0:22	10
Ponto6	9.05	0:24	06:24	0:24	10
Ponto7	10.42	0:28	06:28	0:28	17
Ponto12	11.59	0:31	06:31	0:31	23
Ponto8	13.47	0:35	06:35	0:35	23
Ponto9	14.25	0:37	06:37	0:37	23
Escola3	16.69	0:41	06:41	0:41	23
Garagem	18.60	0:46	06:46	0:46	0

**Rota resultado:**  $G0 \rightarrow P13 \rightarrow P1 \rightarrow P2 \rightarrow P3 \rightarrow P4 \rightarrow P5 \rightarrow P10 \rightarrow P11 \rightarrow P6 \rightarrow P7 \rightarrow P12 \rightarrow P8 \rightarrow P9 \rightarrow E3 \rightarrow G0$ . Estes vértices da rota formam um grafo circular. A letra  $G$  representa a garagem onde o ônibus está estacionado, a letra  $P$  representa os pontos de ônibus para embarque/desembarque dos alunos e a letra  $E$  representa a escola.

O custo e a quilometragem antes de usar o ALNS, o ônibus sai da garagem, após coleta os alunos, vai à escola para entregar os alunos e volta para a garagem era de 38 KM e custo de (R\$)426.36. Após o uso do método meta-heurística ALNS para o ônibus ir à escola e volta para a garagem é 18.60 km e custo (R\$)208.69, uma diferença de 19.4 km e economia de (R\$)217.69, um percentual de 51.057%.

**Figura 6 – Imagem da rota resultante da escola 4**



Fonte: O autor, com uso do *software* Google Earth

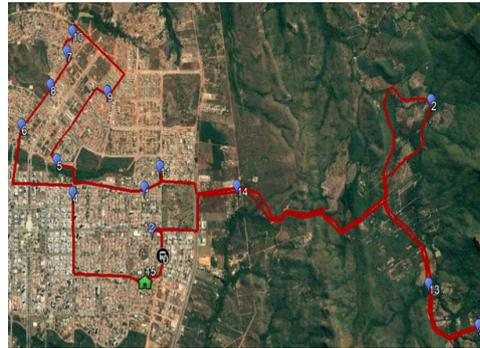
**Tabela 4 – Resultados detalhados da rota da escola 4**

<b>Custo(R\$):</b>	213.36				
<b>Nome dos locais</b>	<b>Distância(km)</b>	<b>Tempo gasto(h:min)</b>	<b>Hora de chegada(h:min)</b>	<b>Hora de saída(h:min)</b>	<b>Número de alunos no ônibus</b>
Garagem	0.00	0:00		06:00	0
Ponto13	0.46	0:02	06:02	06:02	1
Ponto10	1.25	0:04	06:04	06:04	6
Ponto11	1.99	0:06	06:06	06:06	8
Ponto6	3.50	0:08	06:08	06:08	8
Ponto7	4.87	0:12	06:12	06:12	15
Ponto12	6.04	0:15	06:15	06:15	21
Ponto8	7.92	0:19	06:19	06:19	21
Ponto9	8.69	0:21	06:21	06:21	21
Ponto1	10.13	0:26	06:26	06:26	21
Ponto2	10.69	0:27	06:27	06:27	25
Ponto4	11.88	0:31	06:31	06:31	25
Ponto3	12.33	0:32	06:32	06:32	25
Ponto5	14.04	0:37	06:37	06:37	25
Escola4	16.09	0:42	06:42	06:42	25
Garagem	19.02	0:50	06:50		0

**Rota resultado:**  $G0 \rightarrow P13 \rightarrow P10 \rightarrow P11 \rightarrow P6 \rightarrow P7 \rightarrow P12 \rightarrow P8 \rightarrow P9 \rightarrow P1 \rightarrow P2 \rightarrow P4 \rightarrow P3 \rightarrow P5 \rightarrow E4 \rightarrow G0$ . Estes vértices da rota formam um grafo circular. A letra  $G$  representa a garagem onde o ônibus está estacionado, a letra  $P$  representa os pontos de ônibus para embarque/desembarque dos alunos e a letra  $E$  representa a escola.

O custo e a quilometragem antes de usar o ALNS, o ônibus sai da garagem, após coleta os alunos, vai à escola para entregar os alunos e volta para a garagem era de 38 km e custo de (R\$)426.36. Após o uso do método meta-heurística ALNS para o ônibus ir à escola e volta para a garagem é 19.02 km e custo (R\$)213.36, uma diferença de 18.98 km e economia de (R\$)213.00, um percentual de 49.957%.

**Figura 7 – Imagem da rota resultante da escola 5**



Fonte: O autor, com uso do *software* Google Earth

**Tabela 5 – Resultados detalhados da rota da escola 5**

Nome dos locais	Distância(km)	Tempo gasto(h:min)	Hora de chegada(h:min)	Hora de saída(h:min)	Número de alunos no ônibus
Garagem	0.00	0:00		06:00	0
Ponto12	1.56	0:04	06:04	06:04	3
Ponto14	5.03	0:10	06:10	06:10	3
Ponto2	11.52	0:24	06:24	06:24	8
Ponto13	16.34	0:35	06:35	06:35	10
Ponto3	18.23	0:39	06:39	06:39	10
Ponto11	28.58	1:01	07:01	07:01	10
Ponto1	29.89	1:04	07:04	07:04	10
Ponto5	32.46	1:10	07:10	07:10	10
Ponto9	34.65	1:14	07:14	07:14	10
Ponto10	36.53	1:18	07:18	07:18	16
Ponto7	37.15	1:20	07:20	07:20	16
Ponto8	38.00	1:22	07:22	07:22	24
Ponto6	39.01	1:24	07:24	07:24	24
Ponto4	41.40	1:28	07:28	07:28	26
Escola5	44.77	1:35	07:35	07:35	26
Garagem	48.12	1:42	07:42		0

**Rota resultado:**  $G0 \rightarrow P12 \rightarrow P14 \rightarrow P2 \rightarrow P13 \rightarrow P3 \rightarrow P11 \rightarrow P1 \rightarrow P5 \rightarrow P9 \rightarrow P10 \rightarrow P7 \rightarrow P8 \rightarrow P6 \rightarrow P4 \rightarrow E5 \rightarrow G0$ . Estes vértices da rota formam um grafo circular. A letra  $G$  representa a garagem onde o ônibus está estacionado, a letra  $P$  representa os pontos de ônibus para embarque/desembarque dos alunos e a letra  $E$  representa a escola.

O custo e a quilometragem antes de usar o ALNS, o ônibus sai da garagem, após coleta os alunos, vai à escola para entregar os alunos e volta para a garagem era de 92 km e custo de (R\$)1840.08. Após o uso do método meta-heurística ALNS para o ônibus ir à escola e volta para a garagem é 48.12 km e custo (R\$)539.85, uma diferença de 43.88 km e economia de (R\$)1300.23, um percentual de 70.661%.

**Figura 8 – Imagem da rota resultante da escola 6**



Fonte: O autor, com uso do *software* Google Earth

**Tabela 6 – Resultados detalhados da rota da escola 6**

Nome dos locais	Distância(km)	Tempo gasto(h:min)	Hora de chegada(h:min)	Hora de saída(h:min)	Número de alunos no ônibus
Garagem	0.00	0:00		06:00	0
Ponto5	1.86	0:04	06:04	06:04	0
Ponto6	3.68	0:07	06:07	06:07	2
Ponto8	5.63	0:11	06:11	06:11	10
Ponto10	8.08	0:17	06:17	06:17	16
Ponto7	8.70	0:19	06:19	06:19	16
Ponto9	9.94	0:22	06:22	06:22	16
Ponto1	13.08	0:29	06:29	06:29	16
Ponto12	14.91	0:33	06:33	06:33	19
Ponto2	24.86	0:54	06:54	06:54	24
Ponto3	31.58	1:09	07:09	07:09	24
Ponto13	33.47	1:13	07:13	07:13	26
Ponto14	39.24	1:26	07:26	07:26	26
Ponto11	41.93	1:32	07:32	07:32	26
Ponto4	44.44	1:37	07:37	07:37	28
Escola6	48.77	1:45	07:45	07:45	28
Garagem	52.57	1:53	07:53		0

**Rota resultado:**  $G0 \rightarrow P5 \rightarrow P6 \rightarrow P8 \rightarrow P10 \rightarrow P7 \rightarrow P9 \rightarrow P1 \rightarrow P12 \rightarrow P2 \rightarrow P3 \rightarrow P13 \rightarrow P14 \rightarrow P11 \rightarrow P4 \rightarrow E6 \rightarrow G0$ . Estes vértices da rota formam um grafo circular. A letra  $G$  representa a garagem onde o ônibus está estacionado, a letra  $P$  representa os pontos de ônibus para embarque/desembarque dos alunos e a letra  $E$  representa a escola.

O custo e a quilometragem antes de usar o ALNS, o ônibus sai da garagem, após coleta os alunos, vai à escola para entregar os alunos e volta para a garagem era de 92 km e custo de (R\$)1840.08. Após o uso do método meta-heurística ALNS para o ônibus ir à escola e volta para a garagem é 52.7 km e custo (R\$)583.79, uma diferença de 39.3 km e economia de (R\$)1256.29, um percentual de 68.273%.

**Figura 9 – Imagem da rota resultante da escola 7**



Fonte: O autor, com uso do *software* Google Earth

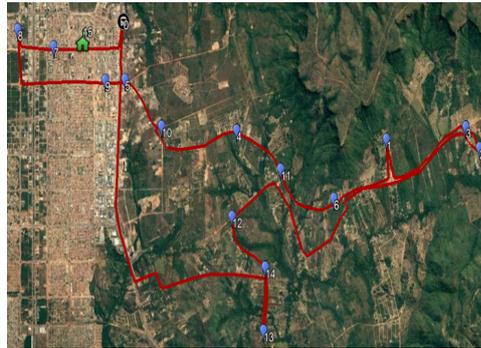
**Tabela 7 – Resultados detalhados da rota da escola 7**

Nome do locais	Distância(km)	Tempo gasto(h:min)	Hora de chegada(h:min)	Hora de saída(h:min)	Número de alunos no ônibus
Garagem	0.00	0:00		06:00	0
Ponto2	13.08	0:14	06:14	06:14	7
Ponto3	13.67	0:16	06:16	06:16	14
Ponto1	16.88	0:20	06:20	06:20	19
Ponto6	19.19	0:23	06:23	06:23	22
Ponto4	22.53	0:26	06:26	06:26	30
Ponto5	26.30	0:30	06:30	06:30	35
Ponto7	31.65	0:39	06:39	06:39	35
Escola7	32.41	0:41	06:41	06:41	35
Garagem	39.36	0:53	06:53		0

**Rota resultado:**  $G0 \rightarrow P2 \rightarrow P3 \rightarrow P1 \rightarrow P6 \rightarrow P4 \rightarrow P5 \rightarrow P7 \rightarrow E7 \rightarrow G0$ . Estes vértices da rota formam um grafo circular. A letra  $G$  representa a garagem onde o ônibus está estacionado, a letra  $P$  representa os pontos de ônibus para embarque/desembarque dos alunos e a letra  $E$  representa a escola.

O custo e a quilometragem antes de usar o ALNS, o ônibus sai da garagem, após coleta os alunos, vai à escola para entregar os alunos e volta para a garagem era de 42 km e custo de (R\$)471.27. Após o uso do método meta-heurística ALNS para o ônibus ir à escola e volta para a garagem é 39.36 km e custo (R\$)441.59, uma diferença de 2.64 km e economia de (R\$)24.32, um percentual de 5.16%.

**Figura 10 – Imagem da rota resultante da escola 8**



Fonte: O autor, com uso do *software* Google Earth

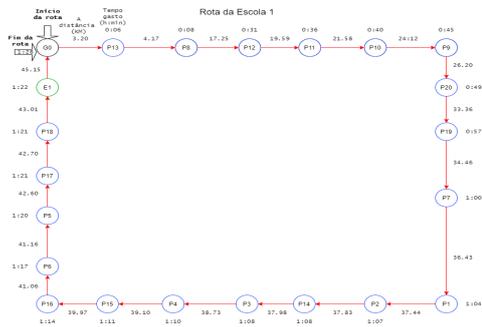
**Tabela 8 – Resultados detalhados da rota da escola 8**

Nome do local	Distância (km)	Tempo gasto(h:min)	Hora de chegada(h:min)	Hora de saída(h:min)	Número de alunos no ônibus
Garagem	0.00	0:00		06:00	0
Ponto13	9.18	0:16	06:16	06:16	2
Ponto14	10.43	0:19	06:19	06:19	2
Ponto12	11.87	0:22	06:22	06:22	2
Ponto2	20.02	0:32	06:32	06:32	3
Ponto3	20.60	0:34	06:34	06:34	3
Ponto1	23.81	0:38	06:38	06:38	3
Ponto6	26.12	0:41	06:41	06:41	18
Ponto11	27.99	0:42	06:42	06:42	26
Ponto4	29.46	0:43	06:43	06:43	36
Ponto10	32.08	0:46	06:46	06:46	36
Ponto5	33.54	0:48	06:48	06:48	36
Ponto9	36.00	0:52	06:52	06:52	39
Ponto8	39.92	1:00	07:00	07:00	40
Ponto7	41.41	1:04	07:04	07:04	40
Escola8	42.83	1:08	07:08	07:08	40
Garagem	46.65	1:16	07:16		0

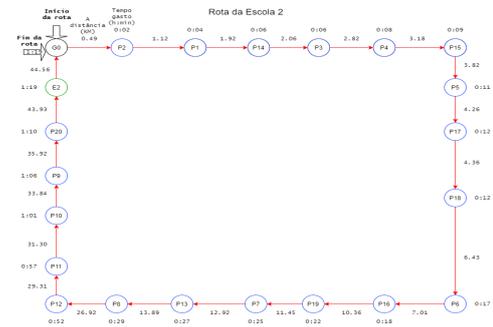
**Rota resultado:**  $G0 \rightarrow P13 \rightarrow P14 \rightarrow P12 \rightarrow P2 \rightarrow P3 \rightarrow P1 \rightarrow P6 \rightarrow P11 \rightarrow P4 \rightarrow P10 \rightarrow P5 \rightarrow P9 \rightarrow P8 \rightarrow P7 \rightarrow E8 \rightarrow G0$ . Estes vértices da rota formam um grafo circular. A letra  $G$  representa a garagem onde o ônibus está estacionado, a letra  $P$  representa os pontos de ônibus para embarque/desembarque dos alunos e a letra  $E$  representa a escola.

O custo e a quilometragem antes de usar o ALNS, o ônibus sai da garagem, após coleta os alunos, vai à escola para entregar os alunos e volta para a garagem era de 47 km e custo de (R\$)527.34. Após o uso do método meta-heurística ALNS para o ônibus ir à escola e volta para a garagem é 46.65 km e custo (R\$)523.45, uma diferença de 0.35 km e economia de (R\$)5.11, um percentual de 0.97%. Para melhor ilustração na visão computacional, a seguir temos as rotas no formato de grafo circular.

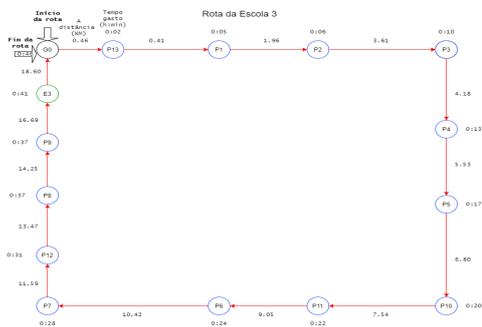
Figura 11 – Rotas das escolas 1 a 8 no formato de grafo



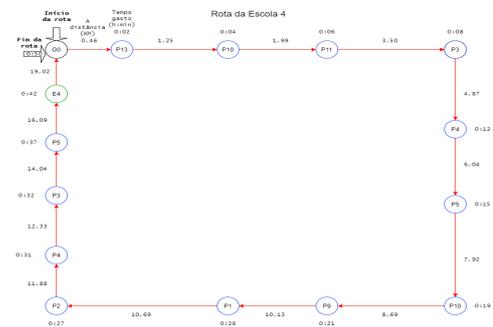
(a) Escola1



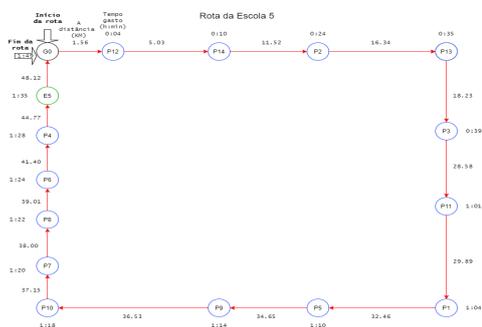
(b) Escola2



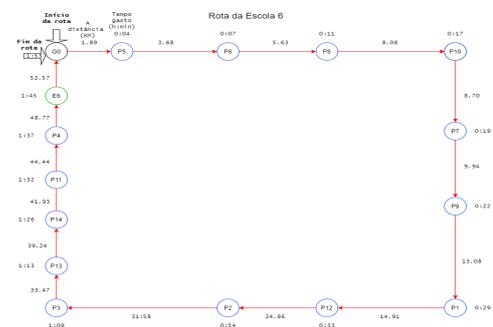
(c) Escola3



(d) Escola4



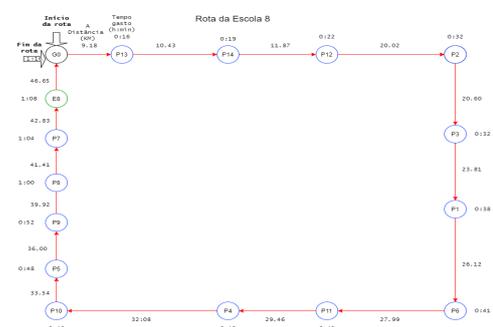
(e) Escola5



(f) Escola6



(g) Escola7



(h) Escola8

Fonte: O autor.

Nestes grafos a letra *G* representa a garagem onde o ônibus está estacionado, a letra *P* representa os pontos de ônibus para embarque/desembarque dos alunos e a letra *E* representa a escola. A aresta em vermelho mostra a direção que o ônibus deverá seguir

e os valores das distâncias em quilômetros (KM), nos vértices temos os valores dos tempos gastos para chegar no local em hora e minutos (h:min) e a letra que representa o local. E nos valores de tempos não foram contados o tempo que leva para cada aluno embarcar em um ônibus, só foi somado os tempos gastos do ônibus para sair de um local de origem, passar por todos os pontos, de um a um até completar o seu trajeto.

Para todas as 8 rotas que acima representados em grafo, segundo (ROSA, 2018), no final do dia letivos para os alunos retorna para os pontos onde foram coletados, o ônibus sai da garagem vai a escola, na escola coleta dos os alunos e devolve os alunos a onde foram coletados anteriormente nos pontos de ônibus, então o ônibus vai seguindo a rota resultando de trás para frente referente à escola onde foram coletados os alunos, porque se considera a simetria das distâncias entre os locais.

#### 4.5 Análise e Observação

As figuras 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, representam uma projeção das rotas resultantes após a execução do método ALNS e em cada rota o ônibus escolar pode fazer as suas viagens, seguindo o seu destino até chegar à escola e depois retorna a garagem como apresentado nos grafos da figura 11. Nestas imagens, observa-se que a garagem que está com ícone preto é o ponto  $G0$  de origem onde o ônibus deve sair e retornar. Em azul estão os pontos de parada de ônibus, onde os alunos devem embarcar ou desembarcar do ônibus. Para cada aluno, o ponto de origem é o ponto de ônibus e o ponto de destino é a sua escola. Em verde está o último ponto, que é a escola que deve receber os alunos.

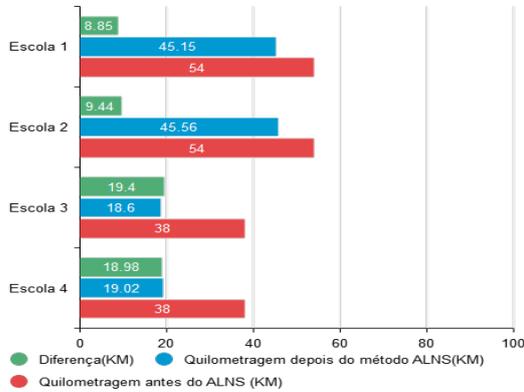
Ao final do turno escolar, os alunos saem das escolas sendo agora o ponto de origem. Então, os alunos são transportados aos pontos de parada de ônibus. Por fim, desembarcam os alunos do ônibus nos pontos onde foram coletados anteriormente e agora são os pontos de destino, e destes pontos vão para suas casas e o ônibus retorna a sua garagem de onde saiu.

**Neste trabalho para chegar no resultado foram seguidos estes itens:**

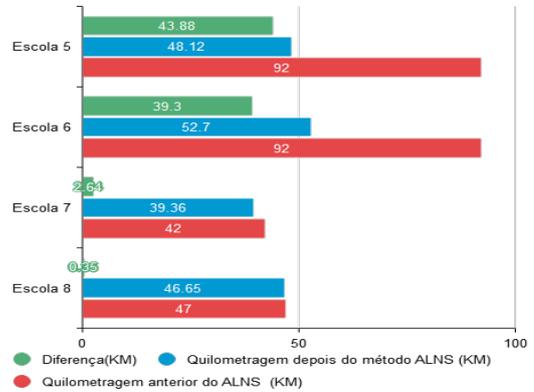
1. Foi desenvolvido um algoritmo em linguagem de programação python na versão 3.9.5.
2. Foi feito o levantamento de dados por meio da API de geocodificação.
3. Os dados e informações montados no excel.
4. As bibliotecas para pegar os dados do excel para uso no algoritmo em python foram a pandas e a openpyxl.
5. Computador utilizado possui a seguinte configuração CPU intel(R) Core (TM) i5-7440HQ de 2.50 GHz, com 8Gb de memória RAM e sistema operacional Windows 10.

A seguir serão apresentados nas figuras 12 e 13 os gráficos dos resultados obtidos e retirados das Tabelas 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 e 8.

**Figura 12 – Gráficos dos resultados das quilometragens**



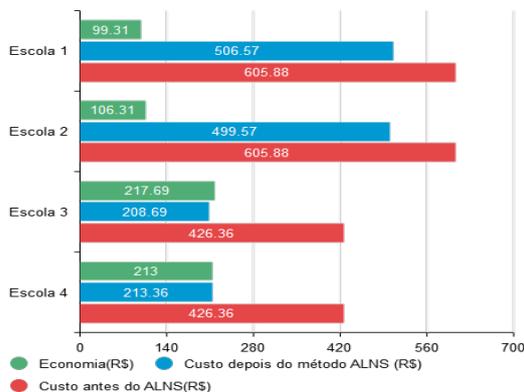
(a) escolas 1 a 4



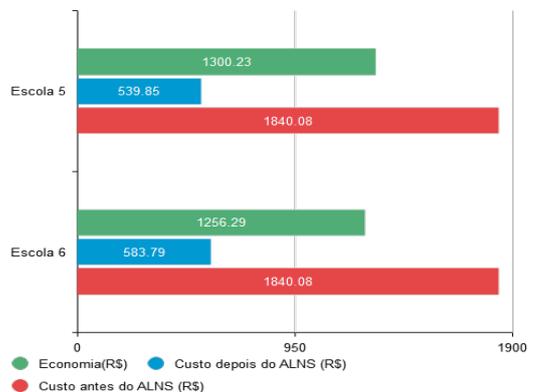
(b) escolas 5 a 8

Fonte: O autor.

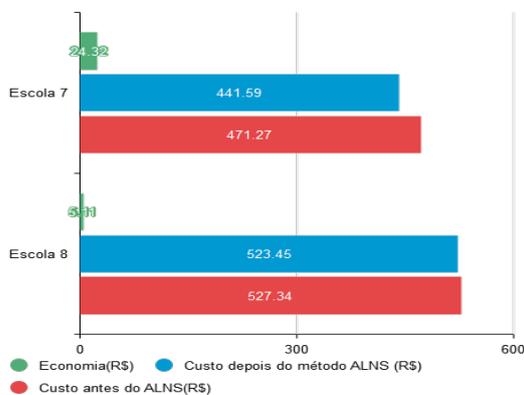
**Figura 13 – Gráficos dos resultados dos custos e percentual de economia**



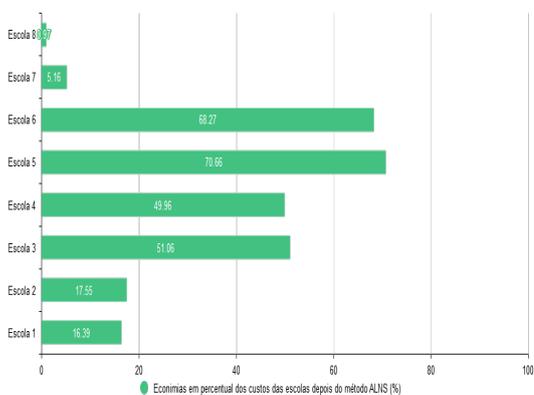
(a) escolas 1 a 4



(b) escolas 5 e 6



(c) escolas 7 e 8



(d) As porcentagens das economias obtidas

Fonte: O autor.

Em vermelho temos as informações da rota obtidas da prestadora de serviço de transporte escolar que transporta os alunos para as 8 escolas e depois devolve os alunos no pontos onde foram coletados, em azul temos os resultados das rotas depois de usar o método ALNS e em verde temos a diferença depois de usar o método ALNS.

Na figura 12(a), temos as informações de resultado das escolas 1 a 4, na rota da escola 1 foi reduzida em 8.85 KM, na escola 2 sua rota foi reduzida em 9.44 KM, a escola 3 sua rota foi reduzida em 19.4 KM e na escola 4 sua rota foi reduzida em 18.98 KM, na figura 12(b), temos as escolas 5 a 8, na rota da escola 5 foi reduzida em 43.88 KM, a escola 6 sua rota foi reduzida em 39.3 KM, na escola 7 sua rota foi reduzida em 2.64 KM e na rota da escola 8 foi reduzida em 0.35 KM. Todos esses resultados de economias de quilometragem foram obtidas após o uso do método ALNS.

Agora na figura 13(b), temos as escolas 1 a 4, a escola 1 sua rota foi reduzido o custo em 99.31(R\$), na escola 2 sua rota foi reduzido o custo em 106.31 (R\$), a escola 3 sua rota foi reduzida o custo em 217.69 (R\$), a escola 4 sua rota foi reduzida o custo em 213 (R\$). Na figura 13(b), temos a escola 5 sua rota foi reduzida o custo em 1300.23 (R\$), a escola 6 sua rota foi reduzida o custo em 1256.29 (R\$). Na 13(c), a escola 7 sua rota foi reduzido o custo em 24.32 (R\$), a escola 8 sua rota foi reduzida o custo em 5.11 (R\$), todas essas informações são de economias de custo em reais que foram obtidas após o uso do método ALNS.

E a última figura os resultados 13(d), temos as porcentagens de economia das escolas 1 a 8. A escola 1 que sua rota foi reduzido o custo com um percentual de 16.39%, na escola 2 que sua rota foi reduzido o custo com um percentual de 17.55%, a escola 3 que sua rota foi reduzido o custo com um percentual de 51.06, a escola 4 que sua rota foi reduzido o custo com um percentual de 49.96%, a escola 5 que sua rota foi reduzido o custo com um percentual de 70.66%, a escola 6 que sua rota foi reduzido o custo com um percentual de 68.27%, a escola 7 que sua rota foi reduzido o custo com um percentual de 5.16%, a escola 8 que sua rota foi reduzido o custo com um percentual de 0.97%, todas essas informações de percentual de economias de custo foram obtidas após o uso do método ALNS.

Esses resultados acima apresentados foram obtidos das rotas geradas após a execução do algoritmo em python com o método ALNS, e então pode-se perceber que é possível ser aplicado na vida real. Entre as 8 escolas, com total 115 pontos de ônibus e 251 alunos. Temos a menor economia de custo da rota é da escola 8 com de 0.35(R\$), percentual de 0.97 % de redução e o maior economia de custo da rota é da escola 5 com 1300.23(R\$) e redução de quilometragem de 44.88 (KM).

É importante ressaltar que neste trabalho as rotas não levam em consideração os obstáculos das vias, por exemplo, faixa de pedestre, semáforos, quebra molas, fluxo de trânsito lento, qualidade das vias ou qualquer outra coisa que possa parar o ônibus ou problemas nas vias que possam atrapalhar o tráfego dos ônibus escolares.

Os resultados obtidos foram satisfatórios tendo em vista que os desenhos das rotas iniciais foram obtidas da prestadora de serviço de transporte escolar sem os pontos definidos e eram apenas imagens de print screen tirados de uma ferramenta 3D de mapas de rotas, para contornar os problemas da falta de informações, as rotas precisaram ser reconstruídas em um mapa 3D, de maneira mais próxima possível das imagens reais.

## 5 CONCLUSÃO

Em suma, o trabalho propõe a utilização do método ALNS no problema de roteamento do ônibus escolar (PROE) para minimizar o custo das rotas do transporte escolar.

A indagação levantada no capítulo 1: é possível desenvolver uma solução do problema de roteamento do ônibus escolar que possa minimizar os custos das rotas do transporte escolar de um cenário hipotético de maneira eficiente? Essa indagação tem resposta positiva após o desenvolvimento deste trabalho, adaptamos um uso de uma metodologia já existente da literatura do PROE e se obteve os resultados.

Para alcançar o resultado foi necessário estudos sobre o problema de roteamento do ônibus escolar (PROE) em livros, artigos e trabalhos acadêmicos. As características e complexidade do PROE denota a importância de seguir a metodologia passo a passo como apresentado no capítulo 2.

De modo que foram seguidos todas as etapas da metodologia do capítulo 3 e utilização do método ALNS foi fundamental na obtenção da solução, por ter ampla flexibilidade nos problemas envolvendo veículos, o ALNS recebe a rede de locais (vértices) e as (arestas) são criadas aleatoriamente formando ligação entre os vértices, caminhos para visitar os locais, assim, criando rotas com origem e destino, depois são destruídos aleatoriamente as relações de ligações entre os vértices e reparada com a maior probabilidade ou são inseridos aleatoriamente e removidos conforme a taxa de remoção, no final do processo é encontrando uma nova rede solução. Dessa forma, possibilitando encontrar as melhores rotas entre os locais com as menores distâncias.

Foi fundamental a escolha das restrições, parâmetros e com base nos estudos do tema para construir o cenário que possa ser trabalhado. Por fim, criar um *plot* ilustrando a rota final e isso está presente na seção 4.4.

Contudo, foi possível a construção do cenário hipotético, possuindo 8 escolas e sua rota, um ônibus por rota, com total 115 pontos de ônibus e 251 alunos. O resultado ótimo e viável com a variação do melhor caso da escola 5 com economia de 70.661 % e o pior caso da escola 8 com economia 0.97%, todos esses resultados podemos ver nas tabelas ou gráficos 12(a), 12(b), 13(a), 13(b), 13(c), 13(d). Com isso, mostrou-se que é possível aplicar a técnica desenvolvida neste projeto no transporte escolar real da cidade de Palmas, TO.

Os resultados alcançados conseguiram minimizar os custos das viagens, alcançando os objetivos previstos, considerando a saída do ponto inicial, no caso a garagem, coletando todos os alunos nos pontos de ônibus e entregando na escola. Já no fim do turno, o ônibus coleta os alunos na escola, ponto de origem e devolve os alunos nos pontos de destino, onde foram coletados anteriormente. Dessa forma, gerando rotas que reduzem as distâncias entre os locais de origem e destino e respeitando as restrições aplicadas no

problema hipotético e com isso reduzindo o custo de operação do transporte escolar. Logo, neste projeto foram concluídas todas as etapas, seguindo a metodologia e os estudos em artigos e livros que ajudaram a construir o conhecimento e realizar as atividades previstas.

Desse modo, o sistema aqui desenvolvido, proporciona que se possa atender mais alunos e escolas. Assim, podendo ajudar a melhorar a qualidade do sistema de transporte escolar com o melhor gerenciamento de recursos, transporte com mais eficiência e atendendo todos os alunos da rota.

Então, podemos observar que o objetivo principal de minimizar o custo da rota de 8 escolas foi alcançado, conseqüentemente poderá diminuir o tempo de condução dos alunos e que é possível aplicar na vida real, aprimorando o sistema de transporte escolar e ajudando a melhorar o atendimento dos alunos. Espera-se que esse trabalho motive e contribua na elaboração de novos trabalhos que busquem soluções para os problemas de roteamento de veículos escolares.

Para trabalhos futuros propõe-se a utilização do método ALNS em uma versão com implementação paralela do algoritmo e outro é a utilização do ALNS em GPU para fazer as comparações entre os dois tipos de adaptação do método em relação aos resultados obtidos das rotas do transporte escolar.

## REFERÊNCIAS

- ALVES, F. S. et al. **Problemas de roteamento de veículos aplicados no planejamento logístico do transporte escolar da cidade de Coxim-MS**. Dissertação (Mestrado) — UNICAMP - Universidade Estadual de Campinas, 2015.
- ARENALES, M. et al. **Pesquisa Operacional. Rio de Janeiro: Campus**. [S.l.]: GEN LTC, Elsevier, Editora Campus, 2015. v. 2. 1341 p. ISBN 8535271619.
- ARENALES, M. et al. **Pesquisa operacional: para cursos de engenharia**. [S.l.]: Elsevier Brasil, 2015. v. 2. 744 p. ISBN 9788535271614.
- BARBOZA, F. L. de M.; FURLAN, A. A.; MOURA, D. de A. Análise e modelagem matemática aplicada ao roteamento veicular em atividade turística na cidade de São Paulo. **Exacta**, Universidade Nove de Julho, v. 13, n. 3, p. 403–416, 2015. ISSN 13.3: 403-416.
- BEKTAŞ, T.; ELMATAŞ, S. Solving school bus routing problems through integer programming. **Journal of the Operational Research Society**, Taylor & Francis, v. 58, n. 12, p. 1599–1604, 2007.
- BITTENCOURT, G. d. Modelagem e implementação de um sistema computacional para a solução de um problema de roteamento de veículos (prv) com o uso da metaheurística busca dispersa (scatter search). **Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia de Produção) Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora**, 2010.
- BOWERMAN, R.; HALL, B.; CALAMAI, P. A multi-objective optimization approach to urban school bus routing: Formulation and solution method. **Transportation Research Part A: Policy and Practice**, Elsevier, v. 29, n. 2, p. 107–123, 1995. ISSN 0965-8564.
- CAMPOS, G. G. d.; YOSHIZAKI, H. T. Y.; BELFIORE, P. P. Algoritmos genéticos e computação paralela para problemas de roteirização de veículos com janelas de tempo e entregas fracionadas. **Gestão & Produção**, v. 13, n. 2, p. 271–281, 2006. ISSN 13.2: 271-281.
- CHALKIA, E. et al. Safety bus routing for the transportation of pupils to school. **Traffic Safety**, Wiley Online Library, v. 4, p. 283–299, 2016.
- CONFEDERAÇÃO NACIONAL DO TRANSPORTE(CNT). **O Transporte Move o Brasil**. 2017. Disponível em: <<https://cnt.org.br/propostas-cnt-transporte>>. Acesso em: 2019.
- DANTZIG, G. B.; RAMSER, J. H. The truck dispatching problem. **Management science**, Inform, v. 6, n. 1, p. 80–91, 1959.
- DESROSIERS, J. et al. **An overview of a school busing system**. NK Jaiswal, ed., **Scientific Management of Transport Systems**. [S.l.]: North-Holland, Amsterdam, 1981.
- DETHLOFF, J. Vehicle routing and reverse logistics: the vehicle routing problem with simultaneous delivery and pick-up. **OR-Spektrum**, Springer, v. 23, n. 1, p. 79–96, 2001.

ERDOĞAN, G. An open source spreadsheet solver for vehicle routing problems. **Computers & operations research**, Elsevier, v. 84, p. 62–72, 2017. ISSN 0305-0548.

GONÇALVES, D. R.; WANZINACK, C. A importância do transporte escolar na educação: Um estudo de caso sobre transporte escolar no município de guaratuba-paraná. **GESTUS Cadernos de Administração e Gestão Pública**, v. 3, p. 40–49, 2020.

GOOGLE, D. **Geocoding API is a Service Geocoding**. 2021. <<https://developers.google.com/maps/documentation/geocoding/start?hl=pt-br>>. Último acesso em 20/03/2021.

HALSE, K. Modeling and solving complex vehicle routing problems. phd thesis. In: **Institute of Mathematical Statistics and Operations Research**. [S.l.]: Technical University of Denmark Lyngby, 1992.

HOTTUNG, A.; TIERNEY, K. Neural large neighborhood search for the capacitated vehicle routing problem. **CoRR**, abs/1911.09539, 2019. Disponível em: <<http://arxiv.org/abs/1911.09539>>.

IAGO, T. D. C. P. A APLICAÇÃO DE HEURÍSTICAS PARA OTIMIZAÇÃO DE ROTAS DA TRANSPORTADORA TRANSUL NO ESTADO DO TOCANTINS. [sn], p. 1–76, 2018. Monografia (Bacharel em CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO), UFT (Universidade federal do tocantins), Campos Palmas, Brasil.

JÚNIOR, J. C. d. O. S. et al. Refinamento de soluções Ótimas para o problema de roteamento de veículos escolares. Anais do XLIX Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, 2017.

KRAMER, R. H. F. R.; SUBRAMANIAN, A.; PENNA, P. H. V. Problema de roteamento de veículos assimétrico com frota heterogênea limitada: um estudo de caso em uma indústria de bebidas. **Gestão & Produção**, SciELO Brasil, v. 23, n. 1, p. 165–176, 2016. ISSN 1806-9649.

LEHMANN, L. B.; PIZZOLATO, N. D.; RODRIGUES, G. d. S. Problemas de roteirização: um estudo de caso do correio aéreo nacional da força aérea brasileira utilizando a metodologia clarke-wright. In: **Anais do XXIII Congresso de Pesquisa e Ensino em Transportes-ANPET**. [S.l.: s.n.], 2009.

LIMA, A. A. A. A. de; SOUSA, F. P. de. Censo escolar da educação básica: Uma referência para elaboração de políticas públicas e transferência de recursos para educação pública. **Revista Com Censo: Estudos Educacionais do Distrito Federal**, v. 1, n. 1, p. 94–102, 2014. ISSN 23592494.

LOPES, E. P. **Modelo organizacional para o transporte escolar rural nos estados e municípios brasileiros**. Dissertação (Mestrado) — Universidade de Brasília, 2009.

LOPES, H. S.; RODRIGUES, L. C. de A.; STEINER, M. T. A. (Ed.). **Meta-Heurísticas em Pesquisa Operacional**. 1. ed. Curitiba, PR: Omnipax, 2013. ISBN 978-85-64619-10-4.

LUKASSE, P.; MIRANDA, G. Eleição do método: Uma forma de melhorar o desempenho de solvers usando cortes de gomory. Anais do XXXVI-SBPO, 2004.

- LYSGAARD, J.; LETCHFORD, A. N.; EGGLESE, R. W. A new branch-and-cut algorithm for the capacitated vehicle routing problem. **Mathematical Programming**, Springer, v. 100, n. 2, p. 423–445, 2004.
- MEC, M. da E.; INEP, I. N. de E. P. E. A. T. Indicador para mensurar a complexidade da gestão nas escolas a partir dos dados do censo escolar da educação básica. Ministério da Educação - MEC and Instituto Nacional de Estudos Pesquisa Educacional Anísio Teixeira (Inep), 2014. Último acesso em 20/07/2021.
- NEWTON, R. M.; THOMAS, W. H. Design of school bus routes by computer. **Socio-Economic Planning Sciences**, Elsevier, v. 3, n. 1, p. 75–85, 1969. ISSN 0038-0121. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0038012169900512>>.
- PAMBOUKIAN, V. S. D.; LEITE, T. G. D.; CARMINATO, P. L. **GEOCODIFICAÇÃO DE ENDEREÇOS**. 2014. 5 p. <[https://www.mackenzie.br/fileadmin/OLD/62/ARQUIVOS/PUBLIC/user\\_upload/\\_imported/fileadmin/LABGEO/Trabalhos/Alice/05.\\_Geocodificacao\\_de\\_Enderecos.pdf](https://www.mackenzie.br/fileadmin/OLD/62/ARQUIVOS/PUBLIC/user_upload/_imported/fileadmin/LABGEO/Trabalhos/Alice/05._Geocodificacao_de_Enderecos.pdf)>. Último acesso em 20/03/2021.
- PARK, J.; KIM, B.-I. The school bus routing problem: A review. **European Journal of Operational Research**, Elsevier, v. 202, n. 2, p. 311–319, 2010. ISSN 0377-2217.
- PILLAC, V.; GUÉRET, C.; MEDAGLIA, A. L. An event-driven optimization framework for dynamic vehicle routing. **Decision Support Systems**, Elsevier, v. 54, n. 1, p. 414–423, 2012.
- PISINGER, D.; ROPKE, S. A general heuristic for vehicle routing problems. **Computers & operations research**, Elsevier, v. 34, n. 8, p. 2403–2435, 2007. ISSN 0305-0548.
- POLTOSI, M. R. **Elaboração de escalas de trabalho de técnicos de enfermagem com busca tabu e algoritmos genéticos**. Dissertação (Mestrado) — Universidade do Vale do Rio do Sinos, 2007.
- REIS, A. F. da S. **O problema do transporte escolar rural: uma abordagem Column-and-cut para o problema de roteamento de veículos capacitado**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Minas Gerais, 2015.
- RONEN, D. Perspectives on practical aspects of truck routing and scheduling. **European Journal of Operational Research**, Elsevier, v. 35, n. 2, p. 137–145, 1988.
- ROPKE, S.; PISINGER, D. An adaptive large neighborhood search heuristic for the pickup and delivery problem with time windows. **Transportation science**, Informs, v. 40, n. 4, p. 455–472, 2006.
- ROSA, B. A. B. **Uma Metodologia para Roteamento de Veículos Escolares Utilizando Sistemas de Informação Geográfica**. Dissertação (Mestrado) — PUC-Rio, 2018.
- SARUBBI, J. F. M.; SILVA, C. M. da. **Estudo de Caso: o Problema do Transporte Escolar Rural em Minas Gerais Marcelo Fonseca Faraj DECOM–Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais Belo Horizonte–MG–Brazil**. [S.l.]: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL, 2014. 12 p. <<http://www.din.uem.br/sbpo/sbpo2014/pdf/arq0317.pdf>>. Último acesso em 20/03/2021.

SHAW, P. Using constraint programming and local search methods to solve vehicle routing problems. In: SPRINGER. **International conference on principles and practice of constraint programming**. [S.l.], 1998. p. 417–431.

SILVA, R. et al. Metodologia para roteirização do transporte escolar rural. Anais do XXI Congresso de Pesquisa e Ensino em Transportes – ANPET, Rio de Janeiro, p. 12, 2007.

SIQUEIRA, P. H.; SOUZA, L. V. de. Métodos heurísticos aplicados na construção de roteiros de transporte escolar para o estado do paraná. **TRANSPORTES**, ANPET - Associação Nacional de Pesquisa e Ensino em Transportes, v. 20, n. 3, p. 28–40, 2012. ISSN 2237-1346.

SIQUEIRA, V. S. d. Sisrouting: um sistema de apoio a decisão com a utiliza o da metaheurística grasp aplicada problema de roteamento do ônibus escolar. Universidade Federal do Tocantins, 2016.

TRANSPORTES., E. B. de Planejamento de. **Avalia o preliminar do transporte rural: destaque para o segmento escolar**. [S.l.]: Publica o do Governo do BRASIL, Brasília, 1995. ISSN 947244727. Acesso em: 2021.

VIEIRA, B. S. **Uma Meta-heurística Adaptive Large Neighborhood Search com Mecanismos de Paralelismo, Detec o de Estagna o e Perturba es para o Problema de Roteamento de Veículos com Frota Heterog nea, Periódico e Multi-Trips**. Disserta o (Mestrado) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2017.

WIDUCH, J. Chapter 1 - current and emerging formulations and models of real-life rich vehicle routing problems. In: NALEPA, J. (Ed.). **Smart Delivery Systems**. Elsevier, 2020, (Intelligent Data-Centric Systems). p. 1–35. ISBN 978-0-12-815715-2. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780128157152000063>>.