UNIVERSIDADE FEDERAL DO TOCANTINS
CÂMPUS UNIVERSITÁRIO PROF. DR. SÉRGIO JACINTHO LEONOR - ARRAIAS
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

ANDREZA OLIVEIRA CRUZ

REFLEXÕES SOBRE A APRENDIZAGEM DE GEOMETRIANOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL COM BASE NO MODELO DE VAN HIELE

ARRAIAS – TO
2021

UNIVERSIDADE FEDERAL DO TOCANTINS

CÂMPUS UNIVERSITÁRIO PROF. DR. SÉRGIO JACINTHO LEONOR - ARRAIAS

CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

REFLEXÕES SOBRE A APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA NOSANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL COM BASE NO MODELO DE VAN HIELE

A monografia foi avaliada e apresentada à UFT – Universidade Federal do Tocantins – Campus Universitário Prof.Dr. Sérgio Jacintho Leonor, de Arraias-To, Curso de Licenciatura em Matemática para obtenção do título de graduação e aprovada em sua forma final pelo Orientador Prof Dr. Janeisi de Lima Meira e pela Banca Examinadora.

ARRAIAS – TO
2021

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Tocantins

C957r Cruz, Andreza Oliveira .

Reflexão sobre o a Aprendizagem de Geometria nos anos finais do ensino fundamental com base no modelo de Van Hiele.. / Andreza Oliveira Cruz. – Arraias, TO, 2021.

127 f.

Monografia Graduação - Universidade Federal do Tocantins – Câmpus Universitário de Arraias - Curso de Matemática, 2021.

Orientador: Prof. Dr. Janeisi De Lima Meira

1. Ensino de Geometria . 2. Modelo de Van Hiele . 3. Revisão Sistemática . 4. Analise de Produções acadêmicas . I. Título

CDD 510

Elaborado pelo sistema de geração automática de ficha catalográfica da UFT com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

FOLHA DE APROVAÇÃO

ANDREZA OLIVEIRA CRUZ

REFLEXÕES SOBRE A APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL COM BASE NO MODELO DE VAN HIELE

A monografia foi avaliada e apresentada à UFT – Universidade Federal do Tocantins – Câmpus Universitário Profº. Dr. Sérgio Jacintho Leonor – Arraias, Curso de Licenciatura em Matemática para obtenção do título de Licenciatura em Matemática.

Data de aprovação: 20 / 04/ 2021

Banca Examinadora

Janeisi de Lima Meira

Profº. Dr. Janeisi de Lima Meira, UFT.

Profº.Dr. Ivo Pereira da Silva, UFT.

Dailson E. Costa

Profº. Me. Dailson Evangelista Costa,

UFT. Arraias-TO, 2021

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a Deus, pois em todos os momentos esteve presente em minha vida e em minha vida acadêmica não foi diferente. Em seu toque sobre mim não me deixou desistir do curso, visto que chegaram momentos que meu corpo estava presente nas aulas, entretanto minha mente não queria está ali.

Agradeço à minha companheira e amiga Joyce Kelly dos Santos Aires por estar presente em todos os momentos importantes de minha vida e por fazer parte desta conquista.

Agradeço meu amigo Romário Rodrigues Oliveira que também esteve presente do meu lado nos momentos mais difíceis, me dando suporte e motivação a cada dia para nunca desistir. E sou imensamente grata por isso, pois as dificuldades é que nos tornamos pessoas fortes.

Em especial agradeço aos meus avós: Doralice Oliveira Cruz e Petronilho Francisco da Cunha que são os pilares de minha formação como pessoas. Graças aos seus esforços pude continuar minha formação, pois para eles o importante para mim era estudar e não trabalhar. Visto isso, não mediram esforços para que eu alcançasse essa conquista.

Agradeço a cada um dos professores que contribuíram para a construção do meu conhecimento e formação. Teve o professor que me ensinou a ação de sentir, pensar e agir. Teve a que me ensinou com simplicidade e amor que ensinar é chamar atenção do aluno para oobjeto de estudo, ou seja, é fazer com que o aluno sinta vontade e gosto de apreciar o que está sendo transmitido a ele e avaliar não é apenas verificar se o aluno chegou ao resultado, e sim analisar o processo que o aluno percorreu para chegar ali, pois errar também faz parte do processo de aprendizagem. Teve o professor que me ensinou que em qualquer profissão devemos ser dinâmicos, ou seja, está sempre buscando algo novo. Teve o que me ensinou que cobrar e ficar no “seu pé” é sinônimo: “*vamos eu acredito em você, sei que é capaz de fazer melhor!!!”* demonstrando assim que por trás de suas cobranças existe uma pessoa que torce porvocê e seu sucesso. Teve o que me ensinou que nem tudo deve ser tratado como verdade, ou seja, me demonstrou que devemos questionar, e assim enfatizar os porquês.

E por fim agradeço ao meu orientador Profº. Dr. Janeisi Lima Meira por ter aceitado o convite de me orientar neste trabalho e por ter acreditado na minha capacidade em realizar este trabalho.

"Não acredite em algo simplesmente porque ouviu. Não acredite em algo simplesmente porque todos falam a respeito. Não acredite em algo simplesmente porque está escrito em seus livros religiosos. Não acredite em algo só porque seus professores e mestres dizem que é verdade. Não acredite em tradições só porque foram passadas de geração em geração. Mas depois de muita análise e observação, se você vê que algo concorda com a razão, e que conduz ao bem e benefício de todos, aceite-o e viva-o."

(BUDA)

RESUMO

A temática deste trabalho busca investigar o processo de ensino e aprendizagem da geometria no ensino fundamental a partir das contribuições do modelo de Van Hiele. Essa pesquisa foi desenvolvida por meio de uma revisão sistemática, na qual analisamos pesquisas que buscaram identificar em quais dos cinco níveis de pensamento geométrico do modelo de Van Hiele se encontram e permanecem os alunos. Essas pesquisas tomaram como referência o ensino de conteúdos como Polígonos, Quadriláteros e Poliedros. A escolha desse tema surgiu através de vivências e experiências durante a realização dos Estágios Supervisionados onde notamos que os alunos tinham grandes dificuldades em aprender geometria. A questão de pesquisa está assim definida: De que maneira o modelo de Van Hiele, com base em seus níveis, contribui para o desenvolvimento do pensamento geométrico de alunos do ensino fundamental? Nosso objetivo é investigar o nível de compreensão do pensamento geométrico dos alunos do ensino fundamental em pesquisas que adotaram o modelo de Van Hiele. Os resultados das pesquisas analisadas revelaram que o modelo de Van Hiele pode ser utilizado para o ensino de geometria na Educação Básica e que através de suas contribuições o professor avalia como está ocorrendo o desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos em suas aulas.

Palavras-chave: Ensino de Geometria. Modelo de Van Hiele. Revisão Sistemática.

ABSTRACT

The theme of this work seeks to investigate the teaching and learning process of geometry in elementary school based on the contributions of the Van Hiele model. This research was developed through a systematic review, in which we analyzed studies that sought to identify which of the five levels of geometric thinking in the Van Hiele model are and remain the students. These researches took as a reference the teaching of contents such as Polygons, Quadrilaterals and Polyhedron. The choice of this theme came about through experiences during the Supervised Internships where we noticed that the students had great difficulties in learning geometry. The research question is thus defined: How does Van Hiele's model, based on its levels, contribute to the development of geometric thinking in elementary schoolstudents? Our goal is to investigate the level of understanding of geometric thinking ofelementary school students in research that adopted the Van Hiele model. The results of the analyzed researches revealed that the Van Hiele model can be used for the teaching of geometryin Basic Education and that through his contributions the teacher assesses how the developmentof the students' geometric thinking is taking place in their classes.

Keywords: Geometry teaching.Van Hiele model.Systematic review.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE IMAGENS

LISTA DE QUADROS

LISTAS DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC	Base Nacional Curricular Comum
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Esta pesquisa surgiu a partir de minha vivência como estagiária do Ensino Fundamental e no Ensino Médio na rede pública do Estado do Tocantins na qual observei as dificuldades que existem no processo de ensino e aprendizagem da Geometria.

O Ministério da Educação em 1998 criou os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) com o intuito de orientar e não dizer o que deveria ser ensinado, pois isso é papel do currículo. Os PCN em Matemática têm como objetivo enfatizar a importância da Matemática na construção da cidadania, dando destaque a participação crítica e autônoma do aluno para criar uma rede com conexões entre os conteúdos e os temas transversais. Este documento tem como objetivo orientar os professores por meios da normalização sobre o que deveria ser desenvolvido em cada ciclo.

Neste contexto, o ensino da geometria no Ensino Fundamental é importante para o desenvolvimento do aluno, pois permite descrever, interpretar, representar, raciocinar, acerca do espaço que vive.

> O estudo da Geometria é um campo fértil para trabalhar com situações- problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula o aluno a observar, perceber, semelhanças e diferenças, identificar regularidades etc. (BRASIL, 1998 p. 51).

A Geometria é um "corpo de conhecimento" que possibilita que suas situações-problemas sejam trabalhadas de diversas maneiras, proporciona a participação ativa do aluno no processo com intuito de desenvolver seu raciocínio lógico e interpretação do mundo em sua volta, ou seja, traz algo do abstrato para o concreto que pode ser desenvolvido através de suas deduções.

O Ministério da Educação propôs a Base Nacional Curricular Comum (BNCC). Um novo documento de caráter normativo, tendo sido aprovado em 2018. Esse documento importante para a educação brasileira foi organizado por especialistas de diferentes áreas de conhecimentos e visa garantir um conjunto de aprendizagem essencial aos estudantes por meio das competências gerais da Educação Básica.

> A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, [...] pelos princípios éticos, políticos e estéticos que visam à formação humana integral e à construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva, como fundamentado nas Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica. (BRASIL, 2018 p.8)

A BNCC integra uma política nacional de educação básica que busca contribuir para o alinhamento de políticas e ações, em âmbito federal, estadual e municipal. Seu foco está nas habilidades que o aluno precisa desenvolver para que seu conhecimento, e neste caso o conhecimento matemático, seja um instrumento para transformar sua realidade. No que se refere às habilidades matemáticas a BNCC reorganizou muitos conteúdos e alguns novos foram inseridos na sua proposta.

A BNCC busca assegurar o desenvolvimento dos alunos por meio das competências gerais, afirmando seus valores e estimulando ações que possam contribuir para a transformação da sociedade, tornando-a mais justa. Assim podemos dizer que a BNCC busca aprofundar e ampliar alguns objetivos dos PCN. Suas mudanças ressaltam a importância dos seus componentes para sociedade.

Nas vivências durante o Estágio Supervisionado em turmas do ensino fundamental, ensinamos juntamente com o professor-regente o conteúdo dos “Polígonos” conforme determina a BNCC, observei dificuldades dos alunos na resolução da situação-problema referente ao conteúdo ensinado nas turmas do 6º ano. Essas dificuldades decorriam da classificação de figuras, ou seja, não conseguiam relacionar a quantidade de ângulos e lados para formar determinadas figuras. Diante disso os PCN ressaltam que

> Tradicionalmente, a prática mais frequente no ensino de Matemática tem sido aquela em que o professor apresenta o conteúdo oralmente, partindo de definições, exemplos, demonstração de propriedades, seguidos de exercícios de aprendizagem, fixação e aplicação, e pressupõe que o aluno aprenda pela reprodução. Assim, considera-se que uma reprodução correta é evidência de que ocorreu a aprendizagem. (BRASIL, 1998 p. 37).

Ao longo dos anos a prática de ensino da Geometria vem sendo levada para a memorização, definições, conceitos, exemplos e atividade, e isso não se restringe só a Geometria, mas também no ensino da Matemática como um todo, o que caracteriza como sendo o ensino tradicional. Os alunos estão acostumados a reproduzir aquilo que o professor apresenta, porém quando aparece uma situação adversa do que foi ensinado pelo professor apresentam muitas dificuldades, pois o método traçado pelo professor para ensinar o aluno não o permitiu criar.

Analisando a grande dificuldade dos alunos em relação ao pensamento geométrico e a prática desenvolvida pelos professores, durante o desenvolvimento de sua prática percebemos que o ensino tradicional ainda faz parte da prática do professor, uma vez que restringe-se ao uso da lousa e do livro didático em suas aulas. Buscando superar essas práticas observamos que a proposta de ensino baseada no modelo de Van Hiele que visa analisar o desenvolvimento do aspecto cognitivo do aluno em relação à aprendizagem da Geometria aparece como mais uma alternativa ao ensino dessa área da Matemática.

O modelo de Van Hiele apresenta uma proposta de ensino baseada em níveis de modo que o aluno construa uma aprendizagem significativa. Tal modelo coloca que o aluno deve alcançar cinco níveis e que nenhum desses níveis deve ser pulado. Assim, temos os seguintes níveis comportamentais: ***nível 1***: *reconhecimento ou visualização;* ***nível 2***: *análise;* ***nível 3***; *dedução informal*; ***nível 4***: *dedução formal* e ***nível 5***: *rigor*.

Levando em consideração o que foi exposto, nesta pesquisa buscamos investigar como a Geometria está sendo abordada nas pesquisas. Levantando a seguinte questão de pesquisa: De que maneira o modelo de Van Hiele, com base em seus níveis, contribui para o desenvolvimento do pensamento geométrico de alunos do ensino fundamental?

1.1 Justificativa da pesquisa

Nossa motivação se deu a partir da realização dos estágios supervisionados nas escolas-campo de Educação Básica. Nessa Experiência foi perceptível que os alunos apresentavam grandes dificuldades na aprendizagem de vários conteúdos, e na área da Geometria estas dificuldades eram ainda maiores, muito maiores do que, por exemplo, na área do conhecimento algébrico. Em uma experiência desenvolvida, com os alunos do 6º ano do ensino fundamental, a partir de intervenções do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) da qual participei como espectadora, haja vista que estava estagiando na mesma turma, fiquei perplexa com a falta de conhecimento de conceitos básicos dos alunos, pois para a realização dessa atividade foi proposta à turma que os alunos desenhassem e expusessem seus conhecimentos acerca de figuras geométricas regulares como triângulo, quadrado, losango, trapézio, retângulo, pentágono e paralelogramo. Contudo, os alunos tiveram grandes dificuldades e alguns não conseguiram nem desenhar as figuras que foram solicitadas.

Para iniciar a atividade a turma foi dividida em duplas, cada dupla recebeu os seguintes materiais: papel cartão, tesoura, pincel e régua. Ficando responsável por apresentar uma forma geométrica à turma. A intenção era que o aluno expusesse aos colegas a representação matemática da figura, seguidas de suas propriedades. Observando o desenvolvimento da atividade, constatamos que os alunos não conheciam a maioria das formas geométricas, apesar de saberem desenhar algumas, não dominavam seus conceitos e propriedades de modo que não conseguiam apresentar aos outros colegas. Ou seja, só sabiam que determinada imagem representava tal forma geométrica, contudo, não conseguiam apresentar suas propriedades e definições em certo sentido confundindo o objeto matemático com sua representação. Duas das figuras que os alunos não conseguiram representar foram losango e trapézio. Isto é, não conheciam suas formas geométricas e suas propriedades.

> Uma grande parte dos nossos docentes não percebe a diferença entre o processo biológico de ver e o de visualizar com o objetivo de explorar as propriedades formais contidas em uma figura. Ao confundir uma representação com objeto matemático, ocorre a redução das propriedades formais do objeto às propriedades da representação, podendo gerar equívocos. O ato físico de ver se desenvolve naturalmente, enquanto o ato de visualizar para verificar se a imagem satisfaz determinadas condições formais necessita da realização de atividades voltadas para esse fim e de treinamento (RÊGO; RÊGO; VIEIRA 2012, p.16)

Podemos perceber que ver e visualizar são processos diferentes, pois o ato de ver está ligado à realidade do aluno podendo se familiarizar em qualquer lugar do dia a dia, como a observação da parede do seu próprio quarto. Já, visualizar decorre da inter-relação do objeto matemático com os conceitos e definições.

A respeito da ação de visualizar os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998, p.123) acrescenta o seguinte:

> Usar as formas geométricas para representar ou visualizar partes do mundo real é uma capacidade importante para a compreensão e construção de modelos para resolução de questões da Matemática e de outras disciplinas. Como parte integrante deste tema, o aluno poderá desenvolver habilidades de visualização, de desenho, de argumentação lógica e de aplicação na busca de solução para problemas.

Como podemos perceber, a Geometria é a geometrização da realidade para o abstrato, ou seja, independentemente de sua aplicação material, a Geometria visa representar e demonstrar os resultados de suas construções através do raciocínio lógico-dedutivo. Como mencionado, o desenho proporciona ao aluno desenvolver a arte de visualizar, e desenhar figuras conhecidas o possibilita perceber elementos da geometria em seu cotidiano, permitindo-o a desenvolver a capacidade de observar elementos para as construções geométricas.

Segundo Alves (2017), o desenho geométrico é uma importante ferramenta para construção de formas geométricas e também pode ser utilizado como recurso metodológico para resolução de situações-problemas. Através desta ferramenta fica mais fácil o professor ensinar geometria ao aluno, pois até então o aluno lida com conceitos abstratos ensinados em sala de aula.

O desenho geométrico possibilita a apresentação de algo concreto para o abstrato, ou seja, traz aquilo que era difícil de assimilar para a realidade do aluno, onde este pode observar e manipular. Assim podemos perceber que o desenho geométrico tem o intuito de auxiliar o aluno no desenvolvimento do seu raciocínio, construir conceitos e observar propriedades fundamentais para a construção de seu conhecimento, desenhar é ver e visualizar ao mesmo tempo.

Diante das análises das pesquisas , percebemos que os resultados apontam que há uma falta de conhecimento por parte dos alunos em relação ao básico exigido no estudo do conteúdo geométrico. Ou seja, a maioria dos alunos não consegue identificar e nem construir uma figura plana e consequentemente, não conhece suas propriedades e formas.

1.2 Objetivos da pesquisa

1.2.1 Objetivo geral

Este trabalho visa investigar o nível de compreensão do pensamento geométrico dos alunos do ensino fundamental em pesquisas que adotaram o modelo de Van Hiele.

1.2.2 Objetivos específicos

- Analisar como as pesquisas identificam os níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico de alunos do ensino fundamental segundo o modelo de Van Hiele.
- Investigar como o modelo de Van Hiele proporcionou os pesquisadores compreendem o desenvolvimento da aprendizagem da Geometria.
- Analisar os resultados de pesquisas que utilizaram o modelo de Van Hiele no processo de ensino-aprendizagem da Geometria.

1.3 Caminho metodológico da pesquisa

Este trabalho em termos metodológicos utiliza a revisão bibliográfica como método de pesquisa, buscando compreender a partir dessas pesquisas em quais níveis de pensamento geométrico estão os alunos do ensino fundamental segundo o modelo de Van Hiele. Essa pesquisa possui características exploratória e descritiva, pois é desenvolvida por meio de análise de dados de pesquisas realizadas.Assim, realizamos uma pesquisa qualitativa bibliográfica que baseia na filosofia utilizada por muitos estudiosos, mostrando o que os autores estudados relacionam sobre a importância do modelo de Van Hiele como um método de ensino no processo de ensino e aprendizagem da geometria (RODRIGUES; SABIÃO, 2019).

Nesse estudo adotamos como estratégia metodológica a revisão sistemática bibliográfica que se desenvolve por meio de análise crítica de publicações que foram realizadasacerca da utilização do modelo de Van Hiele no processo de ensino e aprendizagem de Geometria. Esse estudo procura deixar o pesquisador entrar em contato direto com o que foi escrito e pesquisado por outro pesquisador.

> [...] Esta permitirá que outros pesquisadores possam fazer uso desses resultados com maior confiabilidade, possibilitando reutilizar estudos já finalizados, focando apenas no tópico em que se deseja pesquisar. Além de economia de tempo e recursos, os resultados de uma revisão sistemática permitem identificar lacunas na teoria que podem ser exploradas por outros pesquisadores, mas que não foram identificadas em estudos semelhantes devido à superficialidade e falta de rigor na revisão bibliográfica. (CONFORTO; SILVA, 2011 p.2).

Segundo os autores, uma revisão bibliográfica se desenvolve por meio de material que foi elaborado e a pesquisa ocorre através da análise bibliográfica que possui caráter exploratório. Uma revisão bibliográfica deve ser conduzida de forma rigorosa e sistemática para que o estudo seja sólido e confiável, com isso o pesquisador deve definir sua estratégia e um método sistemático para realizar e analisar os resultados, com isso evita a duplicação de pesquisas e faz o reaproveitamento de dados.

> A pesquisa bibliográfica busca a resolução de um problema (hipótese) por meio de referenciais teóricos publicados, analisando e discutindo as várias contribuições científicas. Esse tipo de pesquisa trará subsídios para o conhecimento sobre o que foi pesquisado, como e sob que enfoque e/ou perspectivas foi tratado o assunto apresentado na literatura científica. (BOCATTO 2006 p.266).

Conforme foi ressaltado, a revisão sistemática é um tipo de investigação científica com métodos pré-planejados que busca responder uma pergunta específica utilizando estratégias explícitas e sistemáticas para identificar, selecionar e avaliar os estudos de maneira criteriosa e reprodutível. A revisão sistemática se caracteriza por ser objetiva, isto é, trata os dados de uma forma transparente baseadas em resultados de pesquisas já realizadas, tornando possível que o pesquisador faça uma síntese dos resultados, a pesquisa pode ser replicável e atualizada identificando lacunas no campo de pesquisa fornecendo uma base confiável para tomada de decisão.

As revisões sistemáticas qualitativas são aquelas que assumem dados de estudos secundários, isto é, os dados foram coletados por outra pessoa’’ durante um processo de pesquisa diferente.

Diante disso, o presente trabalho se propõe a realizar uma revisão sistemática com a finalidade de coletar, analisar e sintetizar informações de forma descritiva. As análises das pesquisas publicadas ocorreram por meio de uma abordagem qualitativa, sendo realizada em duas etapas: *primeira etapa*; pré-análise, momento em que o pesquisador faz suas leituras a fim de encontrar a sua fundamentação. *Segunda etapa*; exploração do material, é quando o pesquisador busca codificar e identificar o significado dos recortes .(GALVÃO; RICARTE, 2020).

De acordo com Pinto (2011, p.29), conforme citado por Bogdan e Biklen (1994) descrevem algumas características dessa modalidade de pesquisa.

> a investigação qualitativa comporta em si cinco características: (1) a fonte direta dos dados é o ambiente natural, sendo o investigador o principal agente na recolha desses mesmos dados; (2) os dados recolhidos são principalmente de caráter descritivo, contendo, entre outros, transcrições de entrevistas, notas de campo, vídeos e documentos pessoais; (3) o investigador qualitativo interessa-se mais pelo processo em si, do que meramente pelos resultados; (4) o investigador qualitativo faz a análise dos dados de forma indutiva; (5) o investigador interessa-se por tentar compreender o significado que diferentes pessoas atribuem às suas experiências.

De acordo com o que foi exposto, o foco da abordagem qualitativa é buscar compreender “como” e preocupa-se em entender os fenômenos a partir dos símbolos ou significados atribuídos a ele. O papel do pesquisador é subjetivo, pois não se preocupa com a neutralidade e sim com a objetividade dada sua atuação direta e conclusão. Uma de suas habilidades é a observação sistemática participando ou não da pesquisa, entretanto seu papel não será apenas de um observador, mas também de analisar os dados coletados para ainterpretação do fenômeno. Neste caso o pesquisador é a principal ferramenta usada, pois não apenas coleta dados, e busca não controlar o contexto da pesquisa, mas também infere e interpreta as informações analisadas. O objetivo da pesquisa qualitativa é produzir novas informações preocupando-se com o aspecto da realidade que não pode ser quantificado. Assim, propomos a buscar pesquisas já publicadas acerca do ensino de geometria que utilizaram o modelo de Van Hiele na Educação Básica informações preocupando-se com o aspecto da realidade que não pode ser quantificado. Assim,propomos a buscar pesquisas já publicadas acerca do ensino de geometria que utilizaram o modelo de Van Hiele na Educação Básica.

Para tanto, assumimos em termo metodológico a revisão sistemática bibliográfica de cunho qualitativo na qual o pesquisador analisa os resultados de pesquisas já publicadas. A pesquisa ocorreu de forma descritiva, onde descreve os fatos e fenômenos que ocorreram para a determinação dos níveis de compreensão do modelo de Van Hiele dos alunos do ensino fundamental. Essa proposta metodológica possibilitou que o pesquisador tivesse uma cobertura mais ampla do que foi pesquisar.

1.3 Etapa da pesquisa

Para responder a seguinte pergunta: "De que maneira o modelo de Van Hiele, com base em seus níveis, contribui para o desenvolvimento do pensamento geométrico de alunos do ensino fundamental?", com intuito de responder este questionamento o trabalho passou por algumas etapas:

a) Determinar o tema da pesquisa;
b) Definir através de análise documental o material a ser analisados;
c) Análise de dados: A análise da pesquisa documental possui a intenção de analisar em qual nível o modelo de Van Hiele o aluno do ensino fundamental se encontra.

1.4 Coleta de dados

A construção de nossa pesquisa se deu por meio da revisão bibliográfica de quatro pesquisas já envolvendo o tema. Com isso fazemos o reaproveitamento de dados com intuito de observar possíveis falhas no estudo realizado e compreendermos as lacunas do processo de ensino-aprendizagem da geometria.

O desenvolvimento de nossa pesquisa se deu da seguinte forma: primeiro analisamos as pesquisas selecionadas e analisamos seus resultados. Segundo, analisamos se as questões fornecidas nas pesquisas estariam de acordo com as exigências da BNCC. E por fim partimos para a análise dos dados obtidos.

1.5 Estrutura do trabalho

Esta monografia de curso está organizada em três capítulos.

No Primeiro capítulo, apresenta-se a introdução que contém a motivação do trabalho, objetivos gerais e específicos e o percurso metodológico.

No segundo capítulo, apresentamos algumas fundamentações e recursos para responder o problema da presente monografia. Ressaltando a importância da Geometria de acordo com os documentos oficiais. Seguimos traçando uma breve história sobre o desenvolvimento da geometria no qual foi exposta uma linha do tempo que possibilite compreender como ocorreu o desenvolvimento desta área de estudo da Matemática, e suas perspectivas para ensino. O autor que fundamenta neste contexto é Eves (1997). E por fim, buscamos descrever o modelo de Van Hiele, desde sua origem à descrição. Assim, destacados os seguintes componentes: níveis de raciocínio e características de cada um, as fases de aprendizagens e suas características, e por fim a descrição das propriedades do modelo.

No Terceiro capítulo, apresenta a análise das aplicações. Este capítulo é destinado a análise de pesquisas já realizadas, onde buscamos evidenciar os seus resultados em relação ao desenvolvimento dos alunos a partir do modelo de Van Hiele.

Por fim, apresentamos as considerações finais, na qual buscamos fazer uma síntese dos resultados obtidos, onde compreende as contribuições do modelo de Van Hiele.

2 O ENSINO DE GEOMETRIA E O MODELO DE VAN HIELE

Neste capítulo procuramos algumas fundamentações e recursos que possam responder nosso problema de pesquisa. Em seguida apresentamos o contexto histórico da geometria para que possamos compreender como surgiu e como se desenvolveu o pensamento geométrico, destacando algumas descobertas que foram importantes para chegarmos ao estudo que temos atualmente. E por fim, apresentamos o modelo de Van Hiele como um recurso para o processo de ensino e aprendizagem, onde destacamos suas características, propriedades e seus níveis comportamentais.

A Geometria está presente no nosso cotidiano indo desde a natureza, perpassando pela construção civil ou mesmo ao um jogo de futebol, ou seja, está presente nas formas naturais e naquelas que são construídas pelo homem. A Geometria nos proporciona representação e visualização de formas abstratas, cujo pressuposto é o desenvolvimento do pensamento lógico e resolução de situações problemas.

De acordo com os PCN, (1998, p.122)

> O ensino da Geometria no ensino fundamental está estruturado para propiciar uma primeira reflexão dos alunos através da experimentação e de dedução informais sobre as propriedades relativas a lados, ângulos e diagonais de polígonos, bem como o estudo de congruência e semelhança de figuras planas. Para alcançar um maior desenvolvimento do raciocínio lógico, é necessário que no ensino médio haja um aprofundamento dessas ideiasno sentido de que o aluno possa conhecer um sistema dedutivo, analisando o significado depostulados e teoremas e o valor de uma demonstração para fatos que lhe são familiares.

Com base no documento citado pode-se observar que o estudo da geometria se inicia no ensino fundamental onde o processo de ensino e aprendizagem deve ser significativo, deixando claro que o que foi aprendido no ensino fundamental servirá de pontos de ancoragem para seu desenvolvimento no ensino médio, momento no qual o aluno irá obter uma nova percepção em relação ao que foi visto anteriormente, no que diz respeito ao estudo e aplicação de algumas propriedades de figuras. É nesta fase que o aluno vai desenvolver habilidades mais amplas, novas noções de espaços e formas ampliando a construção de conhecimento e raciocínio, assim terá um domínio do conteúdo e de conceito visualmente ou explicitado a partir de uma linguagem própria.

> A linguagem tem extrema importância para a compreensão do raciocínio matemático, utilizando uma linguagem específica de cada nível, para que os alunos possam interpretá-la. O mau uso da linguagem pode fazer com que o professor não atinja o propósito esperado, pode fazer com que o aluno se sinta intimidado por não entendê-la, causando uma frustração. (SILVA; CANDIDO, 1996**.** p.2)

Salientando aspecto linguístico Lorenzato (2006, p.48) afirma que, “Quanto menor for à idade das crianças, maior deverá ser o cuidado com a linguagem empregada em sala de aula”.

> No caso do conhecimento geométrico, torna-se necessário que o professor efetue abordagem de cada conteúdo de uma forma que seja mais próxima do aluno, possibilitandoespaço para que este desenvolva os conteúdos de conhecimento de forma não linear. Com isso queremos destacar a necessidade da realização de tarefas que apresentem aspectos novos, possibilitando aos alunos a superação de deficiência de conhecimentos das séries anteriores, inclusive o relativo às atitudes e concepções sobre a aprendizagem de conteúdosda área da geometria. (RÊGO; RÊGO, e VIEIRA. 2012 p.6)

Com base nos autores, podemos perceber que o professor tem papel fundamental no processo de ensino de qualquer conteúdo, passando a ser um facilitador e tradutor do saber científico. O professor deve se atentar a que tipo de linguagem deve utilizar em sala de aula,

pois o seu mau uso pode fazer com que o aluno tenha uma interpretação equivocada de uma situação-problema, e sua preocupação não deve estar voltada em mostrar resultados e sim propiciar aprendizagem com compreensão ao aluno.

Lorenzato (1995 p. 5) reforça que

> É interessante observar que distintas são as razões utilizadas pelos professores para justificar a ausência do estudo da Geometria nos diferentes graus: "porque não sei", "porque não dá tempo", "porque os alunos preferem trabalhar com números", "porque os problemas são de contas", etc. No entanto, nenhuma razão tenta colocar em dúvida os méritos próprios da Geometria. Talvez, o maior de todos eles seja o fato da Geometria exigir do aluno uma maneira específica de raciocinar; isso quer dizer que ser bom conhecedor de Aritmética ou de Álgebra não é suficiente para resolver problemas de Geometria.

O estudo da matemática esteve subdividido em aritmética, álgebra e geometría. Percebemos que o pensamento geométrico ao longo de sua história foi perdendo seu prestígio, assim o ensino da álgebra e aritmética ganhou mais destaque por estar relacionada com o estudo numérico. Notamos que a aritmética e a álgebra não são suficientes para resolver questões geométricas, assim os PCN enfatizam a junção das duas áreas.

Segundo Pavanello (1993) ao longo dos anos o ensino da geometria foi negligenciado e vem desaparecendo do currículo das escolas. Isso aconteceu após a promulgação da LDB 5692/71.

> A liberdade que esta lei concedia às escolas quanto à decisão sobre os programas das diferentes disciplinas possibilitou que muitos professores de matemática, sentindo- se inseguros para trabalhar com a geometria, deixassem de incluí-las em sua programação. Por outro lado, mesmo dentre aqueles que continuaram a ensiná-la, muitos reservaram o final do ano letivo para sua abordagem em sala de aula talvez numa tentativa, ainda que inconsciente, de utilizar a falta de tempo como desculpa pela não realização do trabalho programado com o tópico em questão (PAVANELLO, 1993, p.1)

Como vimos, há certo abandono do ensino da Geometria que a autora atribui à promulgação da Lei 5692/71, pois foi por meio desta Lei que as escolas e professores obtiveram a liberdade de escolher o que iria oferecer aos seus alunos.

De início o ensino da Geometria, Álgebra e Aritmética se dava separadamente, cada área deveria ter diferentes professores, havendo um tratamento abstrato da matemática. Neste período os professores eram encarregados de escolher o que seu aluno deveria aprender (LORENZATO, 1995). Nos primeiros anos sugeria trabalhar apenas com a aritmética e noções de conjuntos, deixando de lado o ensino da geometria, passando a desenvolvê-la apenas no segundo grau. Assim, quando os alunos chegavam nesta fase possuíam grande dificuldades, pois não sabiam como construir e reconhecer as representações geométricas devido à falta de conhecimento.

Pavanello (1993) relata que ao longo dos anos várias pesquisas foram realizadas para compreender este “abandono” da Geometria, procurando respostas “do que ensinar” e de “como fazer” a Geometria. Dessa forma, deixa evidente que para o docente realizar um trabalho de qualidade deve se atentar quanto a sua formação inicial e continuada, sendo mais dinâmico e não estático.

Lorenzato (1995) destaca duas possíveis causas para a omissão da geometria em sala de aula, a primeira causa é que muitos professores não possuem conhecimento suficiente para ensinar. A segunda é que devido à má formação dos professores e em muitos livros didáticos a geometria é apresentada através de definições e fórmulas, não havendo uma interação com o contexto social do aluno.

Conforme anunciado a partir da nossa vivência do estágio tivemos a observação de algumas situações, como as dificuldades dos alunos na área da Geometria, o despreparo na maioria das vezes por parte do professor ao ensinar Geometria e os livros didáticos fornecerem na maioria das vezes o bloco de conhecimento do espaço e forma no final das séries/ano, e este ser o único material utilizado pelo professor.

> A Geometria tem tido pouco destaque nas aulas de Matemática e, muitas vezes, confunde-se seu ensino com o das medidas. Em tese seu abandono, ela desempenha um papel fundamental no currículo, na medida em que possibilita o aluno desenvolver um tipo de pensamento particular para compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. Também é fato que as questões geométricas costumam despertar o interesse dos adolescentes e jovens de modo natural e espontâneo. Além disso, é um campo fértil de situações-problema que favorece o desenvolvimento da capacidade para argumentar e construir demonstrações. (Brasil, 1998, p. 122).

Com vista a um ensino de Geometria com qualidade, encontramos na teoria de Van Hiele uma proposta diferenciada, pois este modelo busca estabelecer as fases que o aluno precisa percorrer para desenvolver o seu pensamento geométrico durante o processo de aprendizagem.

Sendo assim, as atividades propostas segundo esse modelo têm como intuito que o aluno desenvolva o raciocínio e amplie seu pensamento geométrico.

> O modelo de van Hiele centra-se na ideia de que, no processo de aprendizagem da Geometria, o pensamento dos alunos passa por uma série de níveis de desenvolvimento do pensamento que, além de sequenciais, são ordenados, de tal modo que não se pode saltar/omitir nenhum. Cada um dos cinco níveis admite a compreensão e utilização dos conceitos geométricos de maneira diferente. (PINTO, 2011, p.24)

Para compreendermos o processo de desenvolvimento do pensamento geométrico o modelo de Van Hiele no processo de descrição e evolução do estudante através dos cinco níveis sugere que para haver aprendizagem significativa o estudante deve passar por todos os níveis, e que nenhuma fase deve ser pulada, pois a evolução dependerá do domínio do conhecimento adquirido na fase anterior e sendo este o momento que a atuação do professor tem papel fundamental. Sobre este modelo aprofundaremos mais adiante.

A seguir, apresentamos um pouco do contexto histórico da geometria, com o intuito de demonstrar como surgiu e desenvolveu o pensamento geométrico. Destacamos alguns teóricos que foram fundamentais para chegarmos ao que temos atualmente, onde destacamos suas descobertas e contribuições para o ensino da Geometria.

2.1 Geometria: uma construção histórica

Nesse tópico apresentaremos a evolução numa escala cronológica da Geometria e suas ramificações, sendo apresentadas descobertas de suma importância para o desenvolvimento do ensino da Geometria. Com isso descrevemos a evolução da Geometria nos diferentes povos da antiguidade, destacando suas contribuições para que chegássemos ao que sabemos atualmente.

Desde muitos tempos o homem sempre tentou explicar e entender os fenômenos da natureza que ocorriam à sua volta, e com pouco conhecimento e intuitivamente decidiu fazer suas anotações nas cavernas por meios de desenhos e símbolos. Essas noções rudimentares podem ser caracterizadas como as primeiras manifestações da Geometria, além disso, o homem passou a interpretar suas anotações e descobrir as relações que existiam entre elas. (SANTOS,2015).

Segundo Eves (1997) a história da Geometria como qualquer outra matéria está em constante desenvolvimento e mudança. A história da Geometria compõe dois fios entrelaçados, um narra seu desenvolvimento do seu conteúdo e o outro narra sua natureza mutável.

A Geometria teve início nos tempos da antiguidade até alcançar a dimensão que temos atualmente. Durante sua história a Geometria teve conotação diferente durante seu período de desenvolvimento.

Buscando compreender o desenvolvimento do conteúdo e da natureza mutável da Geometria Eves (1997) destaca que as primeiras noções do homem a respeito da Geometria são muito antigas e isso ocorreu através da observação e circunstância de vida do homem primitivo que o levou a descobertas geométricas subconscientes.

Através dessa Geometria subconsciente foi abrindo o caminho para o seu desenvolvimento como ciência. A noção de distância foi um dos primeiros conceitos geométricos a serem desenvolvidos. Muitos acreditaram que a Geometria se desenvolveu apenas pela necessidade do homem de comparar e determinar terras levando a noção de figuras geométricas simples, como triângulos, quadrados e retângulos, contudo, este não foi o único fator para o seu desenvolvimento, apesar de ser, geralmente o mais significativo e contado.

> A geometria subconsciente era empregada pelo homem primitivo para fazer ornamentos decorativos e desenhos, e provavelmente é correto dizer-se que a arte primitiva preparou em grande escala o caminho para o desenvolvimento geométrico posterior. A evolução da geometria subconsciente nas crianças pequenas é bem conhecida e fácil de ser observada. (EVES, 1997, p.2).

Diante disso, podemos dizer que foi a partir das necessidades do homem que a geometria foi avançando, assim as primeiras noções de figuras geométricas surgiram a partir de desenhos feitos para demarcar suas terras. A partir desses traços realizados subconscientemente tivemos o desenho como forma de representação permitindo que a criança explore e crie suas primeiras noções geométricas a partir de sua visualização. O desenho vem com status de representação de formas e permite compreender conceitos através de uma imagem.

Para que a Geometria chegasse ao contorno atual, passou por um longo e demorado processo não se sabe em que momento a Geometria deixou de ser considerada uma “geometria subconsciente” para transmutar ao nível científico. Mas se sabe que foi a partir de suas dificuldades práticas que o homem passou a procurar soluções para os seus problemas geométricos encontrados em seu cotidiano. Sem muitas ferramentas de pesquisas naquela época, o procedimento de validação se deu por experimentos empíricos de sua vida prática partindo de tentativas e erros.

> Esse nível mais elevado do desenvolvimento da natureza da geometria pode ser chamado “geometria científica" uma vez que indução, ensaio, erro e procedimentos empíricos eram instrumentos de descobertas. A geometria transformou-se num conjunto de receitas práticas e resultados de laboratório, alguns corretos e alguns apenas aproximados, referentes a áreas, volumes e relações entre figuras sugeridas por objetos físicos (EVES, 1998, p. 3).

Várias civilizações antigas desenvolveram seus conhecimentos nesta área, iremos começar com a egípcia. No antigo Egito a geometria foi tratada como ciência a partir do significado do seu nome *geo* “medidas de terra” e “metria” medida. Segundo Eves (1998) não foi apenas no Oriente antigo que assumiu a geometria como ciência, mas também nas bacias de outros grandes rios, como do Tigre e do Eufrate na Mesopotâmia, o hindu e o Ganges passando por toda região do Oriente Antigo.

O desenvolvimento da geometria em seu primeiro instante se deu com os povos egípcios e babilônios. O primeiro registro da atividade geométrica do homem egípcio ocorreu há cerca de 1500 a.C., e está registrado nos papiros de Moscou e Rhind que possuem 110 problemas, sendo que 26 são de geometria. Os papiros eram usados pelos egípcios como forma de registar seus conhecimentos (EVES, 1997).

Na Mesopotâmia, cerca de 300 a.C. o povo babilônio usava suas tábuas de argila cozida para registrar sua prática. O conhecimento geométrico se desenvolveu no Egito e na Babilônia através das construções de pirâmides e templos para as civilizações.

A Geometria dos egípcios se baseava no seu cotidiano, pois o trabalho do homem daquela época estava voltado para a agricultura. O faraó começou a dividir as terras com o objetivo de cobrar impostos dos seus proprietários, como as terras eram as margens do Rio Nilo havia momentos que o rio transbordava e com isso pedaços das terras eram inundadas constantemente. Passando por essa situação, os proprietários das terras passaram a requerer novas medidas ao faraó com o objetivo de diminuir os impostos, dado que as enchentes ocupavam pedaços da terra. A partir disso, novas medidas eram feitas periodicamente para calcular a porção do novo terreno, e assim a geometria foi surgindo. Com a marcação de suas terras os egípcios desenvolveram um novo método de calcular a área, seja ela quadrada ou retangular. Já em relação às suas técnicas de construções, podemos citar as construções das pirâmides. (EVES, 1997).

A partir do que aprenderam com os egípcios, não foi assim tão automático os gregos passaram a compreender e contribuir para a evolução da geometria. Os gregos não acreditavam no pensamento empírico, ou seja, acreditavam que tudo deveria ser comprovado. O estudo da geometria grega clássica era feito através de abstrações, desenvolvendo o método axiomático.

> Os gregos insistiram em que os fatos geométricos deveriam ser estabelecidos, não por procedimentos empíricos, mas por raciocínio dedutivos; as verdades geométricas deveriam ser obtidas no gabinete de estudos, e não no laboratório. Em suma, os gregos transformaram a geometria empírica, ou científica dos egípcios e babilônios antigos no que poderíamos chamar de geometria "sistemática" ou "demonstrativa" (EVES, 1997, p. 7).

A Geometria clássica grega se desenvolveu a partir do trabalho de Tales de Mileto, no século IV a.C., tendo sido considerado o fundador da geometria demonstrativa, pois defendia que a ciência deveria ser desenvolvida através do método dedutivo, os resultados geométricos não deveriam ser medidos pelo conteúdo e nem pela intuição, mas sim pelo raciocínio lógico-dedutivo. Tales foi o primeiro a demonstrar os teoremas geométricos. Pitágoras foi seu sucessor na sistematização da geometria, fundando a escola pitagórica, propiciando o estudo da filosofia, matemática e das ciências naturais.

Segundo Eves (1997) escola a pitagórica contribuiu bastante para o desenvolvimento da geometria, pois foi através dela que surgiram às primeiras demonstrações, a partir de formulações de teoremas e propriedades, dentre elas podemos destacar a propriedade das retas paralelas que foram utilizadas para provar que "a soma dos ângulos de um triângulo qualquer é igual a dois ângulos retos".

De acordo com Eves (1997) os gregos já tinham o conhecimento da existência de pelo menos três poliedros regulares e descobriram a propriedade de figuras semelhantes, ou seja, as primeiras proposições geométricas se desenvolveram com os gregos especialmente no material organizados por Euclides (300 a.C), que elaborou a obra *Os Elementos.* Nesta obra buscou desenvolver a geometria por meio de definições, axiomas e postulados, pois queriam que geometria fosse mais significativa e aceita por todos criando assim o modelo axiomático.

Assim, geometria vem do grego antigo "*geo"* terra, "*metron"* medição. Enquanto na Geometria clássica o foco das construções era através da régua e compasso, a geometria grega foi revolucionada por Euclides por ter introduzido o rigor matemático e o método axiomático na geometria, com isso muitos o consideram como "Pai da Geometria". Muito pouco se sabe da vida de Euclides, mas deduziram que sua formação matemática tenha se dado na escola platônica de Atenas. Foi Euclides que sistematizou todo o sistema geométrico dos seus antepassados, criando uma única estrutura lógica e formal apresentando coerência no sistema que criou (EVES, 1997).

Segundo Eves (1997) nos três primeiros séculos a matemática grega se desenvolveu através do discurso lógico com uma sequência de afirmações iniciais obtidas pelo raciocínio dedutivo. O discurso no caso seria dado por uma lista de definições e explanações e em seguida a afirmação inicial seria os “axiomas” ou “postulados” enunciados.

Para Eves (1997) a contribuição mais importante dos gregos antigos à matemática foi a formulação do modelo axiomático material e a sua insistência em que a geometria deveria ser sistematizada de acordo com esse modelo. Anos mais tarde, o modelo axiomático material foi generalizado de modo que forneceu um discurso abstrato como “axiomática formal”.

A geometria moderna se baseia na geometria grega, isto é através do modelo axiomático. Dentro da geometria grega podemos destacar que, além de Euclides (c.300 a.C.) que elaborou os *Elementos,* sendo este o trabalho mais importante de Euclides e a obra de geometria mais importante de história, mais dois importantes gregos que contribuíram para que pudessem chegar à geometria da atualidade, Arquimedes (287-212 a.C) que em seu estudo em geometria plana encontrou o valor aproximado de π dado por 3,14 e formulou um dos cincos postulados geométricos conhecido como “axiomas de Arquimedes”, contudo nos séculos adiante foi construído um “sistema geométrico” que negava seu axioma.

Apolonio (c. 225 a.C) escreveu sobre vários temas matemáticos, mas sua fama se deve pelo estudo da *Secções cônicas,* uma obra que o deixou conhecido como “o grande geômetra”. As *Secções Cônicas* é o estudo de curvas obtidas pela intersecção de um plano com um cone duplo. Apolônio que criou os termos “elipse”, “parábola” e “hipérbole”. Um dos seus trabalhos de geometria ocupou-se na construção com régua e compasso, em construiu um problema que leva seu nome “o problema de Apolônio” que procura desenvolver a construção de um círculo tangente a três círculos dados.

Os estudiosos René Descartes e Pierre de Fermat conceberam a ideia moderna de geometria analítica. Não há unanimidade entres os historiadores da matemática de quem o certo e em que época essa geometria a analítica teria sido inventada.

Na antiguidade os egípcios adotaram que geometria analítica se baseava em fixar a posição de um ponto por coordenadas. Já pelos gregos era utilizada na confecção de mapas. Para assumir a forma atual relativa à prática teve que esperar o desenvolvimento do simbolismo algébrico.

Durante o século XVII surgiram muitos campos de pesquisa matemática fazendo deste período o mais produtivo. Essa época é marcada pela invenção do cálculo por Isaac Newton e Gottfried Wilhelm von Leibniz. Uma grande parte da geometria é estudada pela aplicação do cálculo por meios das propriedades das curvas e superfícies. Essa é a "geometria diferencial" em que estuda as curvas e superfícies nas vizinhanças de seus pontos.

Gaspar Monge é considerado o pai da geometria diferencial por ter tido a primeira iniciativa quanto ao estudo da matéria fora das situações planas.

Após o declínio da sociedade grega surgiram novos campos de pesquisa na geometria, dentre os quais destacamos a "geometria não euclidiana". Esta geometria procurou contradizer a geometria de Euclides, pois sua base era tentar provar a inconsistência do "postulado das paralelas", isto é, muitos tentaram demonstrar o quinto postulado e após diversas tentativas conseguiram. A partir disso surgiu um novo sistema axiomático distinto ao da geometria euclidiana e mais consistente. Contudo, é importante ressaltar que o postulado das paralelas não foi negado.

Segundo Eves (1997) por volta do século XIX passou a existir muitas geometrias diferentes. Visando ordenar e classificar essas geometrias em 1872 Felix Klein fez uma aula inaugural na Faculdade de Filosofia e Conselho da Universidade de Erlanger. Essa aula buscava apresentar a definição de "uma geometria" baseada em seu trabalho com Sophus Lie com o objetivo de codificar as geometrias que existiam na época. Através desta aula o programa de estudo da geometria defendido nesta aula ficou conhecido como "o programa de Erlanger". Esse programa defende que a geometria é a investigação das propriedades das figuras quando estão sujeitas a um grupo.

> Para a geometria métrica euclidiana plana, o grupo de transformações é o conjunto das rotações e translações do plano; para a geometria projetista plana, o grupo de transformações é o conjunto das chamadas transformações projetivas planas; para a topologia, o grupo das transformações é o conjunto de todas as transformações topológicas . (EVES, 1997, p. 24).

Para o autor, o programa de Erlangen defende a classificação das geometrias existentes e que cada geometria tem seu grupo de transformações. Na construção da geometria existem elementos fundamentais como (pontos, retas etc.), e com isso escolhe o espaço dos elementos como (plano de pontos, feixes de círculos, etc.). No final desse processo chega a que grupo de transformações o elemento está sujeito.

Em (350 a.C.) Platão começou a se interessar pela geometria passando a estudar os poliedros regulares. Sabemos que alguns poliedros se desenvolveram no antigo egípcio em sua arquitetura e mais tarde os pitagóricos descobriram três dos cincos poliedros. Em seu estudo Platão acreditava que os cincos sólidos correspondiam os elementos do universo: o tetraedro sendo representado pelo fogo, o ar pelo octaedro, a água pelo icosaedro, a terra pelo cubo e o universo pelo dodecaedro, sendo sólidos geométricos regulares. Mais tarde esses sólidosficaram conhecidos como “poliedros de Platão”.

A matemática ocidental se desenvolveu a partir da prática e dos interesses dos chineses pela astronomia e na elaboração de um calendário, o que os levou a desenvolver uma aritmética aplicável. A geometria chinesa surgiu a partir da necessidade de calcular distância, volumes, etc. Ao contrário dos gregos que desenvolveram a geometria de forma abstrata, os chineses eram mais voltados para aritmética e os números sempre foram necessários para eles. A geometria chinesa ao longo dos anos teve pouco avanço, seu principal progresso matemático ocorreu na arte de calcular e na álgebra. Os chineses não desenvolveram nenhum conceito geométrico, não se interessaram por poliedros e ignoraram os problemas da geometria clássica. Os chineses interessaram apenas em achar a aproximação de π , três de seus valores foram utilizados. A primeira aproximação no século III d.C. foi 3,14159 onde utilizaram um polígono regular de 3 072 lados para chegarem a aproximação. Essa aproximação permaneceu por dois séculos até chegarem ao conceito que π situava entre um “valor por excesso” de 3,1415927 e um “valor por falta” de 3,1415926, cálculo este que durou por milênio.

Nos dias atuais os pontos são geralmente descritos por meio de pares ordenados (x,y) no sistema cartesiano, sendo x indicado pela distância ao eixo vertical e y a distância ao eixo horizontal. A representação de curvas é feita por coordenadas polares.

Segundo Eves (1997) Isaac Newton foi o primeiro a pensar em utilizar as coordenadas polares. Em 1961 no tratado de *method of fluxions* Newton apresentava dez tipos de sistemas de coordenadas e um deles era o sistema de coordenada polar. Mais tarde, por volta de 1691, Jakob Bernoulli desenvolveu o conceito de coordenadas polares, seu sistema polar tinha como referência um ponto sobre uma reta, ao invés de duas retas concorrentes.

Eves (1997) ainda destaca que em 1729 em um artigo publicado por Jacob Hermann afirma que as coordenadas polares são úteis quanto às coordenadas cartesianas para o estudo dos lugares geométricos.

Por meio dessa abordagem histórica, podemos perceber que a Geometria passou por diversas atribuições até chegarmos ao que conhecemos atualmente, foi de uma noção intuitiva ou “geometria subconsciente” sem fórmulas ou conceitos até ser tratada como uma ciência. Por meio da Geometria o homem passou a medir suas terras e a construir suas casas formando vilas ou até mesmo cidades.

Em seguida, apresentamos como e quem desenvolveu o modelo de Van Hiele que pode ser considerado como um método de avaliação do processo de ensino e aprendizagem dos alunos por meio de níveis comportamentais. As habilidades destes alunos são avaliadas por meio de cinco níveis de aprendizagem. Com isso, o modelo apresenta algumas fases de aprendizagem e propriedades que servirão de orientação para o professor, onde discutiremos cada uma a seguir.

2.2 O modelo de Van Hiele

O modelo de Van Hiele pode ser considerado um modelo de aprendizagem no qual procura classificar o desenvolvimento do pensamento geométrico do aluno em relação ao ensino da geometria e esse processo ocorre através da existência de níveis estruturados que busca orientar o professor no processo de ensino a partir dos níveis de compreensão. Com isso percebemos que o modelo serve de guia para o professor por ações para superar as lacunas existentes no ensino da geometria.

De início, os níveis de compreensão do modelo foram determinados na escala do nível 0 até 4. Contudo, após críticas de alguns pesquisadores sobre o nível zero e após vários testes com intuito de validar o modelo, foi proposto uma modificação para simplificá-lo, determinando a escala de nível 1 a 5 tornou-se instrumento de avaliação das habilidades dos alunos em relação a geometria.

O modelo de Van Hiele foi elaborado a partir da tese de doutorado dos professores e pesquisadores holandeses Pierre Marie Van Hiele e sua esposa Dina van Hiele-Geldof em 1950 tendo sido publicado em 1959. De início o modelo era pouco conhecido, e em 1973 ganhou visibilidade quando a União Soviética passou a reformar seu currículo escolar adotando o modelo como base. Com isso o modelo passou a ser divulgado para outros países, mas só ficou conhecido mundialmente quando foi traduzido para o inglês em 1984. Sua criação se deu a partir da observação das dificuldades dos alunos na educação básica referente a geometria, desse modo o casal Van Hiele passou a estudar essas dificuldades. (SILVA; CANDIDO, 2007).

De acordo com Ferreira (2018, p.51)

> A teoria piagetiana influenciou Van Hiele, principalmente na composição do conceito de estrutura, que é muito importante para o modelo proposto pelo autor. Para compor os níveis do pensamento geométrico, Van Hiele baseou-se na teoria de Piaget, mas com algumas diferenças, por exemplo: o modelo de Van Hiele é teórico metodológico, enquanto Piaget procurou compreender o desenvolvimento da inteligência.

Como o autor ressalta a teoria de Piaget teve grande contribuição no desenvolvimento do modelo de Van Hiele, pois foi a partir dos seus resultados que o modelo foi criado, assim temos que a Teoria epistemológica Genética de Piaget serviu de inspiração para desenvolver o modelo de Van Hiele. Como identificamos, o estudo de Piaget estava voltado para o aspecto cognitivo onde procurava compreender os elementos que influenciam o desenvolvimento da inteligência do aluno, em que o desenvolvimento cognitivo relacionado à idade era tido como principal fator para o progresso da inteligência. Enquanto isso, o modelo de Van Hiele se baseia na estrutura do pensamento geométrico do aluno investigando os níveis de pensamento, e a aprendizagem é estimulada por meios de vivências educacionais. Piaget se preocupa com a estrutura mental do aluno enquanto o modelo de Van Hiele está voltado para o ensino e aprendizagem da geometria. (COSTA; SANTOS, 2017)

Lorenzato (2006, p.28) argumenta que

> [...] os níveis de pensamento geométrico de van Hiele ,apontam para a existência de etapas ordenadas de desenvolvimento do pensamento humano. Tais ordenações devem ser respeitadas pelos professores que desejam obter uma aprendizagem com compreensão [...]

O modelo de Van Hiele procura conhecer em que níveis de pensamento geométrico encontra-se o aluno, e determina que sua progressão ocorra a partir de uma sequência de níveis.

O modelo ainda ressalta que para o aluno progredir de um nível para outro precisa assimilar o nível anterior e não pode saltar de um nível para outro.

Candido e Silva (2007, p.1) ainda ressalta

> Apoiado em experiências educacionais apropriadas, a teoria que no processo de aprendizagem de geometria, o estudante passa por cinco níveis de raciocínio sequenciais e ordenados. Para assimilar conceitos e propriedades próprias de um nível é preciso dominar o nível anterior. Os Van Hiele afirmam que o progresso ao longo dos níveis depende mais da instrução recebida do que da idade ou da maturidade do aluno e propuseram cinco fases de aprendizagem. Afirmam que a instrução desenvolvida de acordo com essa sequência promove a aquisição de cada um dos níveis.

Segue em afirmar que

> O modelo dá orientação aos professores de como melhorar o ensino de geometria, favorecendo assim os estudantes, para que estes tenham o máximo de aproveitamento na aprendizagem de cada tópico. Ajuda os professores a identificar formas de raciocínio do aluno verificando em que nível ele se encontra o aluno; se verificar que o aluno se encontra em um nível inferior em relação a toda a classe, o professor tem subsídios para que este avance seu nível de compreensão, o professor tem as ferramentas adequadas para ajudar o aluno a progredir de nível. O modelo visa sempre colocar o aluno não como um ser passivo na aprendizagem de geometria, mas sim um ser ativo, participando ativamente das aulas e obtendo assim o desenvolvimento necessário para a aprendizagem em geometria. (SILVA; CANDIDO, 2007, p.5)

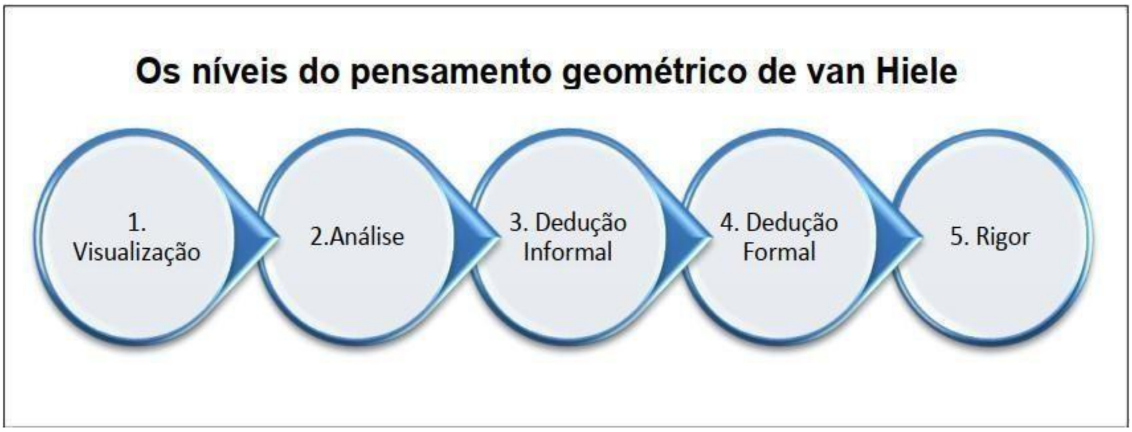
O professor tem papel fundamental no desenvolvimento do ensino e aprendizagem do aluno, pois é o agente formador, dessa forma aplica e desenvolve metodologia para que o aluno obtenha o conhecimento. Pautando nisso, o modelo de Van Hiele tem como finalidade propor atividades respeitando os níveis e as fases de aprendizagem do aluno a fim de que construa/desenvolva seu pensamento geométrico.

De acordo com Silva e Cândido (2007) o próprio Pierre Marie Van Hiele afirmou que o quinto nível do modelo não foi muito explorado, isso porque o modelo foi desenvolvido no ensino secundário, e assim seu interesse e foco eram três primeiros níveis. Também Usiskin (1982 citado por Pinto, 2011) ressalta que "o quinto nível, tal como nos é apresentado pelos Van Hiele, não existe ou não se pode testar. Todos os outros níveis são testáveis". Com o quintonível do modelo o aluno chega à compreensão máxima e com isso não necessita de orientação,pois passa a desenvolver e formular teoremas. Através desse fato não haveria como testar os alunos do ensino secundário, pois este nível é muito elevado.

O modelo de Van Hiele está organizado em três características: os níveis de aprendizagem, as fases de aprendizagens e as propriedades do modelo.

Assim temos os seguintes níveis do pensamento geométrico descritos por Van Hiele. A imagem 1 a seguir, destaca esses níveis.

Imagem 1: Os níveis de pensamento geométrico



Fonte: Gilberto e Norma Suely (2014)

Segundo o modelo de Van Hiele, para ocorrer o progresso de nível é necessário que o aluno passe de um nível para o seguinte, sendo que para chegar ao quinto nível é fundamental a aprendizagem de todas as características apresentadas nos níveis anteriores.

O nível 1: ***Visualização;*** o aluno que está neste nível deve reconhecer visualmente uma figura geométrica em sua forma global. Seu vocabulário geométrico é tido como básico para que possa ser feitas as descrições da figura, contudo não a conhece e não utiliza as propriedades da figura. Neste nível o aluno reconhece as figuras pelas suas semelhanças ou diferenças em sua aparência, por exemplo, triângulos, quadrados, paralelogramos, entre outros.

> O estudante opera em figuras geométricas, tais como triângulos e linhas paralelas através da identificação e atribuição de nomes e compará-la de acordo com sua aparência. A percepção é apenas visual. Um aluno que possui um raciocínio no nível 1 reconhece certas formas diferenciadas sem prestar atenção às suas partes componentes. Por exemplo, pode ser um retângulo reconhecido, porque parece "como uma porta" e não porque tem quatro lados retos e quatro ângulos retos como não há nenhuma apreciação dessas propriedades. A forma é importante e figuras podem ser identificadas pelo nome (VAN HIELE, 1986 p.33 apud SANTOS F; SANTOS, M. p.1 s.d).

Como podemos perceber os alunos neste nível irão agrupar as figuras geométricas de acordo com suas aparências, onde seu principal objetivo é explorar se determinadas figuras são parecidas ou não e a partir de sua observação classificá-las. Como sua percepção é apenas visual, o aluno se ancora em elementos do seu cotidiano para justificar a dedução. Nesse nível, as figuras são analisadas apenas pelo visual e o vocabulário geométrico dos alunos é básico.

O nível 2: ***Análise*** **;** neste nível é esperado que o aluno consiga analisar e reconhecer as propriedades de uma figura. O aluno começa a utilizar os conceitos geométricos para fazer a análise da figura e atribuir suas características, entretanto, não conseguem diferenciar ou comparar as propriedades dessas figuras, por não conseguirem relacionar as propriedades existentes entre elas e por ainda não conhecerem suas definições.

> O estudante descobre propriedades/regras de uma classe de formas empiricamente, tais como dobramento, medição, analisa figuras em termos de seus componentes e relacionamentos entre os componentes. A este nível, os componentes e seus atributos são usados para descrever e caracterizar as figuras. Por exemplo, um estudante que está raciocinando analiticamente diria que um quadrado tem quatro lados iguais "e" quatro cantos "quadrados". O mesmo estudante, no entanto, não pode acreditar que uma figura pode pertencer a diversas classes gerais e tem vários nomes, por exemplo, o aluno não podeaceitar que um retângulo é um paralelogramo. A figura a este nível se apresenta como umatotalidade de suas propriedades. Um estudante pode ser capaz de afirmar uma definição, mas não terá entendimento. (VAN HIELE, 1986 p.33 apud SANTOS F; SANTOS, M. p.1 s.d).

Desse modo, no nível 2 os alunos começam a perceber características das figuras e suas propriedades, mas ainda não conseguem estabelecer as relações entre elas. Nesse nível o aluno é capaz de classificar todas as propriedades de uma figura, porém não consegue identificar em qual classe permanece. Sendo assim, o referido nível perpassa pela classificação das figuras de acordo com as propriedades encontradas.

Nível 3 : ***Dedução Informal;*** Neste nível percebe-se que há a necessidade de uma definição, cujas propriedades podem decorrer de outra. É o momento em que os alunos começam a compreender as demonstrações feitas pelo professor, distinguir as figuras e começam a utilizar uma linguagem mais específica da matemática, isto é, a linguagem matemática.

> O estudante opera realizando as relações entre a representação figural com o que há dentro de uma figura e entre figuras relacionadas. Existem dois tipos de pensamento neste nível. Em primeiro lugar o aluno compreende as relações abstratas entre figuras, por exemplo, verifica as relações entre um retângulo e um paralelogramo, em segundo lugar o estudante pode usar dedução para justificar observações feitas no nível 2. O papel da definição das propriedades e da capacidade de construir provas formais não são compreendidas, embora nesse nível não haja uma compreensão da essência da geometria . (VAN HIELE, 1986 p.34 apud SANTOS F; SANTOS, M p.3 s.d).

No nível 3 o aluno começa a fazer inter-relações entre as propriedades de uma figura e compará-la com outras, sendo assim, espera que o aluno seja capaz de deduzir que as propriedades de determinada figura podem estabelecer semelhança com outra. Neste nível espera-se que o aluno consiga entender as demonstrações e realizá-la de maneira informal, o aluno aqui já consegue classificar e definir conceitos, contudo não conseguem realizar provas formais. Assim temos, que o objetivo deste nível é que o aluno desenvolva seu raciocínio lógico

O nível 4 : ***Dedução Formal*** **;** neste nível os alunos devem ser capazes de fazer provas formais, e essas provas devem ser simples, isto é os alunos devem estar preparados para uma análise mais complexas das propriedades matemáticas onde conseguem fazer distinções de definições, postulados e teoremas e assim possibilita criar estratégia de resolução de sua situação-problema. Suas demonstrações são formais onde deve utilizar uma linguagem mais precisa, e assim consegue desenvolver suas demonstrações sem a decorar.

> O estudante prova teoremas deduzindo e estabelecendo inter-relações entre redes de teoremas. O aluno pode manipular as relações desenvolvidas no nível 3. A necessidade de justificar os relacionamentos é compreendida e usada em definições suficientes que podem ser desenvolvidas. O raciocínio neste nível inclui o estudo da geometria como uma forma de sistema matemático ao invés de uma coleção de formas. (VAN HIELE, 1986 p.3433 apud SANTOS F; SANTOS, M; p.3 s.d).

É no nível 4 que o aluno adquire autonomia em suas demonstrações através do processo dedutivo, começando aqui a construir argumentos para alcançar provas. Além disso, o aluno compreende que pode desenvolver uma prova de mais de uma maneira.

O nível 5 : *Rigor;* os alunos neste nível devem ser capazes de comparar sistemas baseados em diferentes axiomas onde são avaliados com alto grau de rigor. Além disso, os alunos são capazes de fazer comparações entre diferentes sistemas axiomáticos com a falta de modelos concretos. É neste nível que as geometrias não-Euclidiana são assimiladas.

> O aluno estabelece teoremas em diferentes sistemas de postulados e análises e compara estes sistemas. O estudo da geometria no nível 5 é altamente abstrato e não envolve necessariamente modelos concretos ou pictóricos. A este nível, os postulados ou axiomas tornam-se objeto de intenso escrutínio rigoroso. A abstração é primordial. (VAN HIELE, 1986 p.3533 apud SANTOS F; SANTOS, M. s.d).

Este nível é voltado para as construções e provas de postulados e teorema. O aluno é capaz de realizar demonstração de propriedades geométricas entendendo e comparando com rigor, e sua análise se baseia no sistema dedutivo onde compreendem as demonstrações formais.

Nesse nível considera que o aluno tenha adquirido uma aprendizagem completa em relação ao ensino da geometria, onde seu pensamento está estruturado.

Como percebemos que o modelo se desenvolve em uma sequência hierárquica dos níveis de pensamento de Van Hiele. O quadro 1 a seguir, sintetiza os níveis de pensamento de Van Hiele e suas características.

Quadro 1- níveis de aprendizagens

NÍVEIS DE APRENDIZAGEM	**CARACTERÍSTICAS**
Nível 1 - Visualização ou Reconhecimento	- Reconhece visualmente uma figura geométrica; - Tem condições de aprender o vocabulário geométrico; - Não reconhece ainda as propriedades de identificação de uma determinada figura;
Nível 2 – Análise	- Identifica as propriedades de uma determinada figura; - Não faz inclusão de classes;
Nível 3 - Dedução Informal	- . Já é capaz de fazer a inclusão de classes; - Acompanha uma prova formal, mas não é capaz de construir outra.
Nível 4 - Dedução Formal	- É capaz de fazer provas formais; - Raciocina num contexto de um sistema matemático completo.
Nível 5 – Rigor	- É capaz de comparar sistemas baseados em diferentes axiomas; - É neste nível que as geometrias não euclidianas são compreendidas.

Fonte: Alves e Sampaio, s.d p.3.

2.3 Fases de aprendizagens

Segundo o modelo de Van Hiele durante o processo de aprendizagem, o aluno deve passar por cinco fases sequenciais de aprendizado para cada um dos níveis. E as fases são as seguintes: *interrogação ou informação, orientação dirigida, explicitação, orientação livre e integração.*

Fase 1: interrogação ou informação; é onde o professor e o aluno tem um diálogo sobre o objeto de estudo e a partir disso, o professor identifica as habilidades do aluno.

Fase 2 : ***orientação dirigida****;* nesta fase o aluno é instruído a explorar o objeto de estudo por meio de materiais ordenados escolhido pelo professor e esse material deve seguir uma sequência com maior grau de dificuldades. As atividades ocorrem em uma etapa possibilitando ao aluno uma resposta específica e objetiva.

Fase 3: ***explicitação;*** nesta fase o aluno expõe através da linguagem oral ou escrita os resultados obtidos a partir de suas experiências, tornando o professor um mero observador e através disso, não são introduzidos novos conceitos.

Fase 4: ***orientação livre;*** nesta fase para realizar as atividades o aluno utilizará os conhecimentos adquiridos anteriormente para resolver a situação-problema, e com a mínima interferência do professor com isso o aluno busca de sua forma individual resolver as tarefas.

Fase 5: integração; nesta última fase o aluno faz uma análise e resume o que aprendeu. Nesse momento o professor tem papel fundamental, pois ajuda o aluno em sua síntese para que tenha melhor compreensão do conteúdo estudado anteriormente, e é neste momento que os novos conhecimentos aparecem.

A seguir apresentaremos no quadro 2 algumas características das fases de aprendizagem do modelo.

Quadro 2- fases de aprendizagens do modelo

FASES DE APRENDIZAGENS	**CARACTERÍSTICAS**
Primeira fase: informação	- os alunos se familiarizar com o domínio do trabalho.
Segunda fase: orientação guiada	- os alunos são guiados por tarefas em diferentes relações da rede que deve ser formada.
Terceira fase: explicitação	- os alunos se tornam conscientes das relações e procuram expressá-las por meio de palavras, aprendem a linguagem técnica relacionada ao assunto.
Quarta fase: orientação livre	- os alunos aprendem tarefas gerais e encontram seu próprio caminho na rede de relações

Quinta fase: integração	- os alunos constroem uma visão geral a respeito de tudo o que aprenderam da nova rede de relações.

Fonte: Passos, 2015 p.58

As fases de aprendizagem são descritas por Van Hiele como passos para os professores orientarem os alunos no processo de aprendizagem para avançar de nível. Com isso, Van Hiele afirma que os alunos progridem de acordo com as orientações que recebem do que com sua maturidade. Como ressaltam os autores a seguir.

> Nas fases de aprendizagem o objetivo é favorecer o deslocamento do aluno para um nível imediatamente superior ao que ele se encontra, tendo as seguintes etapas: Informação: o aluno explora, discute com os colegas e professor o material a ser estudado; Orientação Dirigida: o professor fornece material sobre o objeto de estudo em função do nível de raciocínio do aluno; Explicitação: o professor conduz, orienta as discussões da turma, para que os alunos se apropriem da linguagem pertinente; Orientação Livre: o professor fornece ao aluno material com várias possibilidades de uso e dá instruções que permitam diversas formas de atuação do aluno sobre o objeto de estudo; Integração: reflexão dos alunos sobre as suas próprias ações nas etapas anteriores (WERLANG e PAZOS, 2001, p.3 - 4)

Dessa forma, compreendemos que a fase de aprendizagem não está associada a um determinado nível, mas sim que cada atividade começa em um determinado nível e continua nos níveis seguintes.

2.4 Propriedades do modelo

De acordo com Van Hiele, para compreendermos o modelo precisamos conhecer cada uma das características dos níveis de raciocínio, isto é algumas propriedades que orientam o trabalho do professor.

Propriedade 1: Sequencial; é quando o aluno deve passar por todos os níveis, ou seja, deve obedecer uma sequência, sendo que não é possível atingir o nível seguinte sem dominar os anteriores.

Propriedade 2: Localidade dos níveis; é quando há ou não progressão de um nível para outro.

Propriedade 3: Intrínseco e Extrínseco; os objetivos implícitos num nível tornam-se explícitos no nível seguinte.

Propriedade 4: Linguística; todos os níveis possuem sua linguagem e um conjunto de relações que os ligam.

Propriedade 5: Combinação Inadequada; o professor e o aluno devem se raciocinar no mesmo nível, e se não houver essa relação o aprendizado não ocorre.

A seguir no quadro 3 apresentamos algumas características particulares dessas propriedades do modelo de Van Hiele, sendo estas significativas para os educadores, pois através delas podem orientar suas decisões quanto ao ensino.

Quadro 3: propriedade do modelo

PROPRIEDADE	**CARACTERÍSTICAS**
Sequencial	- o aluno não pode está no nível 0 sem ter passado anteriormente pelo nível 1, obedecendo assim a sequência estabelecida.
Localidade dos niveis	- determina em que nível o aluno se encontra, ele não pode está num nível sem dominar todos os níveis anteriores.
Intrínseco e Extrínseco	- á medida que se avança de nível os objetos implícitos num nível tornam-se explícitos no nível seguinte
Linguística	.- Cada nível possui seus próprios símbolos e sua própria linguagem, tendo que ser apresentada de uma forma clara, especificando-se uma para cada nível, buscando sempre facilitar a compreensão dos alunos.
Combinação Inadequada	- segundo o modelo é impossível duas pessoas em níveis diferentes se compreenderem, o professor, o conteúdo, o material didático e o vocabulário devem ser compatíveis com o nível do aluno, do contrário não haverá entendimento entre ambos.

Fonte: Montenegro 2019 p.17.

Diante deste contexto essas propriedades do modelo se tornam ferramentas fundamentais no processo de aprendizagem, sendo possível utilizá-las para avaliar o processo de aprendizagem.

3 ANÁLISES DAS PRODUÇÕES ACERCA DO MODELO DE VAN HIELE

Nesta pesquisa fizemos uma análise documental que destacou alguns estudos que adotaram o modelo de Van Hiele para o ensino da geometria buscando compreender o desenvolvimento do pensamento geométrico em pesquisas com estudantes do ensino fundamental.

Foram analisadas pesquisas a respeito do modelo de Van Hiele, cujas reflexões do processo de ensino e aprendizagem da geometria se dão através de níveis de aprendizagem. Analisamos algumas publicações realizadas no Brasil, em períodos diferentes, desde 2009 até 2017.

A análise das pesquisas se deu em duas etapas: na *primeira etapa*; analisamos se as pesquisas realizadas estavam de acordo com as habilidades exigidas pelo referencial curricular e uma análise em relação ao novo documento, à BNCC, isto é, se os alunos ao responderem a questão poderia possuir habilidade prevista na BNCC. Já na *segunda etapa*: analisar se os conteúdos das pesquisas podem relacionar com as habilidades exigidas pela BNCC e com isso, analisar os níveis de Van Hiele.

Os trabalhos escolhidos para análise apresentado no quadro 4 abordam pesquisas que tratam o modelo de Van hiele como um método para o ensino e aprendizagem da geometria, evidenciando os níveis comportamentais como agente formador do conhecimento geométrico.

Quadro 4-artigos e dissertações sobre o modelo de Van Hiele

TÍTULO	AUTOR	PALAVRAS CHAVE	REVISTA/ PROGRAMA	ANO
O desenvolvimento do pensamento geométrico no estudo dos quadriláteros notáveis sob a ótica vanhieliana.	COSTA, André Pereira da; SANTOS, Marcelo Câmara dos	Pensamento Geométrico. Quadriláteros. Van-Hiele	Revista Educação matemática em foco	2017
Geometria segundo modelo de van hiele: uma análise do nível de pensamento geométrico dos alunos ao final do ensino fundamental.	SANT’ANA, Evandro Cardoso SANTOS,	Geometria. Níveis de van Hiele. Ensino Fundamental. Teste de van Hiele.	Graduação em matemática, Centro Universitário La Salle	2009

A Teoria de van Hiele no estudo de áreas de polígonos e poliedros	SANTOS, Juliana Maria Souza Rangel dos.	Geometría, Teoría de Van Hiele, Áreas de polígonos e poliedros, Aprendizagem.	Mestrado em Matemática, Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro.	2015
Os Níveis do Pensamento Geométrico no modelo Van Hiele: um estudo de caso envolvendo quadriláteros.	SILVA, Cleidison Cândido da.	Educação Matemática; Geometria; Níveis de Van Hiele	Graduação em matemática, Universidade Federal da Paraíba.	2015

Fonte: Elaborado pela autora,2021.

Foram analisados 4 trabalhos, sendo 1(um) artigo e 3(três) trabalhos de conclusão de curso. O artigo selecionado para a análise foi "**O desenvolvimento do pensamento geométrico no estudo dos quadriláteros notáveis sob a ótica vanhieliana"** de Santos e Costa (2017) e tem como objetivo identificar os níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos do 6º ano do ensino fundamental. A metodologia ocorreu através da aplicação de uma sequência didática que explorou os quadriláteros notáveis.

O trabalho de Conclusão de Curso "**Geometria segundo modelo de van hiele: uma análise do nível de pensamento geométrico dos alunos ao final do ensino fundamental**" de Sant'ana (2009) tem como objetivo analisar e detectar o nível de pensamento geométrico dos alunos ao final do Ensino Fundamental utilizando o modelo de Van Hiele, a partir de estudo de caso.

A dissertação "**A Teoria de van Hiele no estudo de áreas de polígonos e poliedros**" de Santos (2015) tem como objetivo propor uma sequência didática no estudo de áreas de polígonos baseada nas fases de aprendizagem desenvolvida pelo modelo de Van Hiele.

O trabalho de Conclusão de Curso "**Os Níveis do Pensamento Geométrico no modelo Van Hiele: um estudo de caso envolvendo quadriláteros**" de Silva (2015) tem como objetivo investigar o nível de pensamento geométrico dos alunos em relação aos quadriláteros com base nos níveis de pensamentos desenvolvido pelo modelo de Van Hiele.

3.1 Etapas de avaliação da pesquisa

A primeira etapa da pesquisa foi desenvolvida da seguinte maneira: primeiramente analisamos as questões que foram exigidas nas pesquisas. Como as pesquisas analisadas foram realizadas em Estados distintos, em seguida buscamos analisar o Referencial Curricular de cada Estado, com o objetivo de averiguar quais os conteúdos de determinado ano/ série e averiguar se as competências e habilidade exigida estavam sendo desenvolvidas.

Após a análise dos currículos, apresentamos a BNCC onde define as competências gerais, sendo analisados se os conteúdos exigidos nas pesquisas estão de acordo com as unidades temáticas do documento e com isso examinar se os objetivos de conhecimento e habilidade estão exigidos de acordo com o ano/ série das turmas.

Primeira etapa da análise: identificar se as questões aplicadas aos alunos estão de acordo com as habilidades exigidas pelo referencial curricular e uma análise em relação ao novo documento, à BNCC.

A BNCC do Ensino Fundamental está organizada em cinco unidades temáticas: números, álgebra, geometría, grandezas e medidas, probabilidade e estatísticas. Cada uma destas áreas de conhecimento deixa claro qual é o seu papel na formação dos alunos do ensino fundamental, e através dessas áreas são estabelecidas dez competências gerais que devem ser desenvolvidas pelos alunos durante o ano da educação básica. As competências gerais não são componentes curriculares, mas uma forma que articular todas as áreas de conhecimento e as etapas da educação básica.

Esses campos de conhecimentos no componente curricular de Matemática por ***unidades temáticas.*** Para a etapa do ensino fundamental as habilidades que referem as aprendizagens esperadas durante esse período são apresentadas pelas seguintes **unidades temáticas**: ***Geometria, Estatística e Probabilidade, Álgebra, Grandezas e Medidas e Números.***

De acordo com BNCC (2018, p.266) "o componente curricular de matemática deve garantir aos alunos o desenvolvimento de competências específicas". Essa afirmação demonstra que o processo de aprendizagem matemática se desenvolve por meio de conhecimentos (conceitos e procedimentos) e habilidades. É por meios de habilidades específicas que desenvolveram as competências.

A BNCC possui dez competências gerais articuladas para o desenvolvimento dos cursos da Educação Infantil ao Ensino Médio. No geral essas competências são a mesma para o extensão para todo ensino básico, porém o ensino possui sua particularidade.

Quadro 5: competências gerais da BNCC

COMPETÊNCIAS	CARACTERÍSTICAS
Conhecimento	Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.
Pensamento científico , crítico e criativo	Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.
Repertório cultural	Valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e culturais, das locais às mundiais, e também participar de práticas diversificadas da produção artístico-cultural.
Comunicação	Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos, além de produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.
Cultura digital	Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e Disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.
Trabalho e projeto de vida	Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais, apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade.
Argumentação	Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.
Autoconhecimento e autocuidado	Conhecer-se, apreciar-se e cuidar de sua saúde física e emocional, compreendendo- se na diversidade humana e reconhecendo suas emoções e as dos outros, com autocrítica e capacidade para lidar com elas.
Empatia e cooperação	Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, suas identidades, suas culturas e suas potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.
Responsabilidade e cidadania	Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários.

Fonte: Elaborado pela autora,2021.

Com relação às competências gerais a BNCC deixa compreensível o que deve ser aprendido pelos alunos em cada etapa da educação básica e para que. E em sua estrutura a competências específicas estão divididas por área de conhecimento e pelos seus componentes curriculares.

3.2 Avaliação do cenário da pesquisa 1

A primeira pesquisa analisada foi o artigo "***O desenvolvimento do pensamento geométrico no estudo dos quadriláteros notáveis sob a ótica vanhieliana"*** de Costa e Santos (2017) que busca identificar os níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos do 6º ano do ensino fundamental de uma escola pública do Recife-PE. A pesquisa perpassa pela aplicação de uma sequência didática que explora os quadriláteros notáveis.

Os autores informam que a sondagem dos alunos ocorreu através da aplicação de uma sequência didática. Para a coleta de dados a pesquisa se desenvolveu em dois momentos: o primeiro os autores denominam de "pré-sequência" no qual ocorreu a aplicação de um teste de sondagem antes da sequência didática. Esse teste foi realizado 60 dias antes da aplicação da sequência e tinha como objetivo averiguar os conhecimentos prévios dos alunos em relação ao conteúdo. No segundo momento os autores chamam de pós-sequência, momento em que um teste de sondagem foi aplicado 15 dias após a aplicação da sequência, cujo objetivo foi averiguar se o aluno obteve o conhecimento em relação ao conteúdo aplicado de acordo com o modelo de Van Hiele. De acordo com os pesquisadores, o estudo assumiu uma metodologia de enfoque quantitativo com o objetivo de haver uma melhor compreensão do objeto de investigação. Para a realização da pesquisa participaram 30 alunos do 6ºano do ensino fundamental da rede pública de Pernambuco, sendo metade do sexo feminino e outra metade do sexo masculino e com idades entre 10 e 11 anos.

Durante a pesquisa, Costa e Santos (2017) chegaram ao resultado de que os alunos possuem diferentes níveis de escolaridade e apresentam grandes dificuldades em relação à aprendizagem do conteúdo dos quadriláteros notáveis.

De acordo com o Referencial Curricular de Pernambuco

> A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) contribuiu para o desenvolvimento do ensino fundamental indicando um conjunto de aprendizagens essenciais que todos os estudantes brasileiros devem desenvolver ao longo da educação básica, orientando a elaboração dos currículos e ao que deve ser ensinado em âmbito nacional, resguardando as características sociais e regionais. (BNCC, 2019, p. 53).

De acordo com o Referencial Curricular do Ensino Fundamental ressalta que currículo das escolas públicas do Estado de Pernambuco procura estar em harmonia com a BNCC na busca de garantir os direitos que todos os alunos tenham uma aprendizagem com qualidade.

O Currículo de matemática do ensino fundamental com base nos parâmetros curriculares do estado de Pernambuco ressalta que o conteúdo apresentado na pesquisa é aplicado no 2º bimestre do 6º ano do ensino fundamental. Como demonstra o quadro abaixo.

Quadro 6-Conteúdos do eixo geométrico

CAMPOS OU EIXOS	CONTEÚDOS	EXPECTATIVAS DE APRENDIZAGEM - 2º BIMESTRE
GEOMETRIA	Classificação dos triângulos quanto à medida dos lados e dos ângulos	Classificar triângulos quanto às medidas dos lados (escaleno, equilátero e isósceles) e dos ângulos (acutângulo, retângulo e obtusângulo)
	Classificação dos quadriláteros quanto à suas propriedades específicas	Conhecer as propriedades dos quadriláteros e utilizá-las para classificá-los.
	Ampliação e redução de figuras planas	Reconhecer em situações de ampliação e redução, a conservação dos ângulos e proporcionalidade entre os lados de figuras planas.

Fonte: Referencial Curricular de Pernambuco (2012)

Analisamos o conteúdo que foi abordado dos alunos, bem como as habilidades e competências, que era observar as semelhanças e diferenças dos quadriláteros, construir esses triângulos e aplicar suas propriedades conforme denomina o currículo que são expectativas de que o aluno domine essas habilidades.

O novo currículo de Pernambuco de 2019 passou por algumas alterações com o objetivo de se adequar às exigências da BNCC. Nota-se que o conteúdo dos quadriláteros foi removido pela BNCC, enquanto os demais continuam presentes no currículo em outros eixos ou em outro ano escolar.

Quadro 7- Unidade temática geométrica 6º ano

UNIDADES TEMÁTICAS	OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
	Propriedades da igualdade	*(EF06MA14)* Reconhecer que a relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número e utilizar essa noção para determinar valores desconhecidos na resolução de problemas.
	Problemas que tratam da partição de um todo em duas partes desiguais, envolvendo razões entre as partes e entre uma das partes e o todo.	*EF06MA15)* Resolver e elaborar problemas que envolvam a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, envolvendo relações aditivas e multiplicativas, bem como a razão entre as partes e entre uma das partes e o todo.
	Plano cartesiano: associação dos vértices de un polígono a pares ordenados	*(EF06MA16)* Associar pares ordenados de números a pontos do plano cartesiano do 1º quadrante, em situações como a localização dos vértices de um polígono.
	Prismas e pirâmides: planificações e relações entre seus elementos (vértices, faces e arestas)	(*EF06MA17)* Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do seu polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial.
	Polígonos: classificações quanto ao número de vértices, às medidas de lados e ângulos e ao paralelismo e perpendicularismo dos lados	*EF06MA18)* Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e classificá-los em regulares e não regulares, tanto em suas representações no plano como em faces de poliedros.

		*(*EF06MA19) Identificar características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas dos lados e dos ângulos.
		(EF06MA20) Identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação à lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles
	Construção de figuras semelhantes: ampliação e redução de figuras planas em malhas quadriculadas	*(EF06MA21)* Construir figuras planas semelhantes em situações de ampliação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais
	Construção de retas paralelas e perpendiculares, fazendo uso de réguas, esquadros e *softwares.*	*(EF06MA22)* Utilizar instrumentos, como réguas e esquadros, ou softwares para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros. *(EF06MA23)* Construir algoritmos para resolver situações passo a passo (como na construção de dobraduras ou na indicação de deslocamento de um objeto no plano segundo pontos de referência e distâncias fornecidas, etc.)

Fonte: BNCC, 2018 p.300-302

Segunda etapa da análise da pesquisa Atividade de ensino nível 1

Nesta pesquisa nas atividades de nível 1 o pesquisador procurou explorar a capacidade dos alunos em analisar/construir/classificar/identificar os quadriláteros notáveis. Após seu desenvolvimento o aluno deveria expor qual fundamento a figura do seu colega possuía para que não fosse considerado um retângulo. Assim, o objetivo da questão era fazer com que os alunos representem a imagem global da figura para a compreensão dos conceitos geométricos.

Questão 1: Você desenhou um retângulo. Seu colega desenhou uma figura de quatros lados que não é um retângulo. Nos espaços abaixo, desenhe como poderia ser a sua figura e a figura de seu colega. Justifique por quê:

Com o objetivo de analisar as respostas dos alunos foi disponibilizado uma folha A4 com dois quadros. O primeiro quadro o aluno deveria desenhar um retângulo e no quadro seguinte era para ser comentado que a figura de seu colega não um retângulo e qual tipo de figuras de quatro lados foi o desenhado

Após aplicação do teste, Costa e Santos (2017) em sua pesquisa chegaram aos seguintes resultados demonstrados pelos alunos.

Tabela 1- Figuras geométricas consideradas como "não retângulo" por quantidade de aluno.

	ANTES DA SEQUÊNCIA	**DEPOIS DA SEQUÊNCIA**
Trapézio	01	08
Paralelogramo	01	02
Losango	04	04
Quadrado	24	16

Fonte: Costa e Santos, 2017 p.13.

Observando a tabela acima podemos notar que os alunos tanto antes como depois da aplicação do teste apresentam conhecimentos acerca dos polígonos simples de quatro lados, os quadriláteros. A figura do quadrado foi a mais representada entre os alunos, enquanto a do paralelogramo foi a que menos apresentou.

Com isso o quadrado foi a figura mais conhecida pelos alunos com sendo uma retangular, tendo sido informado por cerca de 80% dos alunos durante a pré-sequência. Decorrido a aplicação da sequência, já na pós-sequência 53,33% exporam suas propriedades. Um aluno concluiu *"por causa que tem todos os seus lados iguais"*. Por outro lado, tanto na pré como pós-sequência 13,33% alunos disseram que a figura do losango é um não retângulo.

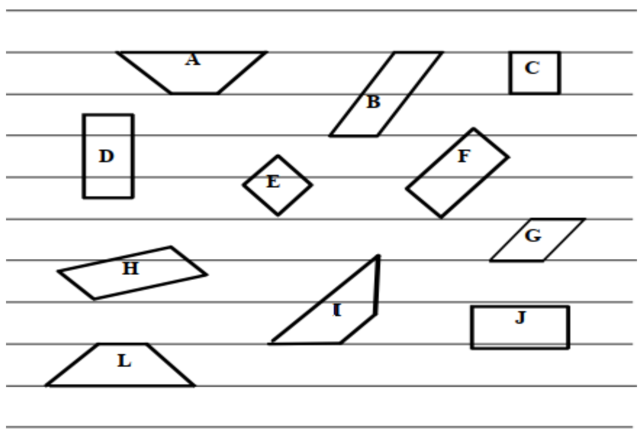
Como podemos perceber antes da aplicação da sequência na "pré-sequência" somente 3 % dos alunos afirmaram que o trapézio é uma figura não retangular, entretanto durante a "após-sequência" esses índice aumentou para 26,66 %. Costa e Santos (2017) destacou a confusão na falta de conhecimento dos alunos, conforme se observa em uma das respostas ainda na pré-sequência "*porque ele desenhou em circo, e circo tem trapézio e o trapezista usou o trapézio"*.

Analisando a resposta deste aluno podemos perceber que em sua percepção o trapézio citado na questão faz referência a um aparelho utilizado por acrobatas de circo e não uma figura geométrica, tanto é que faz relação do trapezista com trapézio. Esta relação em seu ponto de vista possui fundamentação, em virtude o aluno não conhece o objeto estudado, assim, busca em seu cotidiano pontos de ancoragem para propor uma solução à questão.

Atividade de ensino nível 2

Na segunda questão é pedido por Costa e Santos (2017) que os alunos classifiquem os onze quadriláteros notáveis de acordo com as "famílias", e através disso poderia classificar cada figura: retângulos, trapézios, quadriláteros, quadrados, paralelogramos e losangos.

Imagem 2: Quadriláteros



Fonte: Costa e Santos, 2017, p.10.

Em seguida, foi disponibilizado o seguinte quadro para que o aluno realizasse suas classificações.

Imagem 3: Quadro utilizado na classificação das figuras

	FIGURAS
Retângulos:	
Trapézios:	
Quadriláteros:	
Quadrados:	
Paralelogramos:	
Losangos:	

Fonte: Costa e Santos, 2017, p.10.

Costa e Santos (2017) analisaram a questão classificaram as respostas dos alunos em três classes: a primeira de *pragmática*, quando o aluno cita a forma da figura em sua resposta; a segunda *aplicativa*, onde o aluno utiliza a definição usual da figura como justificativa; e a terceira *relacional*, quando o aluno cita as propriedades das figuras produzidas.

Tabela 2- Categorização das respostas

CLASSE	**ANTES DA SEQUÊNCIA**	**DEPOIS DA SEQUÊNCIA**
Pragmática	05	-
Aplicativa	23	23
Relacional	02	07

Fonte: Costa e Santos, 2017, p.15.

De acordo com a tabela acima percebemos que durante a pré-sequência 76,66% dos alunos estavam no nível 2 do modelo de Van Hiele .Os autores classificaram de aplicada, pois os alunos utilizaram a definição da figura para construir sua solução. Cerca de 16,66 % dos alunos permanecem no nível 1, e foram classificados na classe pragmática. Somente 6,68% dos alunos estavam no nível 2, citando as propriedades das figuras ,assim os autores denominam como classe relacional.

Após a aplicação da sequência houve uma pequena mudança em relação ao aspecto da aprendizagem dos alunos, 76,66% alunos permaneceram na classe aplicativa ou nível 2, utilizando as definições das figuras em suas argumentações. No entanto, sete alunos se encontravam na classe relacional, ou seja, através dos conhecimentos adquiridos os alunos começaram a citar as propriedades das figuras geométricas construindo assim uma aprendizagem significativa e na classe prágmática não havia nenhum aluno.

Essa questão teve como objetivo identificar/classificar os quadriláteros de acordo com sua família. Como foi pedido na questão que o aluno classifica as figuras em família, nossa análise também seguirá nessa observação. Segundo Costa e Santos (2017) antes da aplicação da sequência didática 76,66 % dos alunos identificaram o retângulo no grupo das figuras retangulares, após a aplicação da sequência esse percentual subiu para cerca de 96,66 % .

No caso do paralelogramo cerca de dois alunos antes da aplicação da sequência, o determinaram como retângulo e após a sequência apenas um o considerou, esse fato ocorreu devido o paralelogramo e o retângulo possuírem propriedades comuns e visualmente serem parecidos. Ao solicitar a identificação do losango, antes da sequência, apenas um aluno o considerou como uma figura retangular, após a aplicação seis alunos passaram a classificá-lo como uma figura retangular. Já em relação ao quadrado antes da aplicação da sequência apenas 3,33 % dos alunos o reconheceu como retângulo, mas após a sequência houve um crescimento passando para 23,33 %.

Assim podemos dizer que segundo o modelo de Van Hiele esses “saltos” determinam a passagem de um nível para outro, em que o aluno assimila o que aprendeu em um nível anterior e com o que vai adquirir posteriormente.

Na terceira questão do teste, foi pedido aos alunos que produzissem dois quadrados diferentes. O objetivo com essa questão foi identificar os critérios utilizados pelos alunos na diferenciação entre as figuras.

Para Costa e Santos (2017) esta questão teve como objetivo averiguar os critérios utilizados pelos alunos para diferenciar os dois quadrados e assim analisar os níveis de pensamento geométrico segundo a perspectiva de Van Hiele e os níveis de pensamento geométrico do aluno.

Quadro 8: Categorização das respostas

FIGURAS	**ANTES DA SEQUÊNCIA**	**DEPOIS DA SEQUÊNCIA**
Quadrado	18	16
Losango quadrado	09	14
Retângulo	02	-
Paralelogramo	01	-

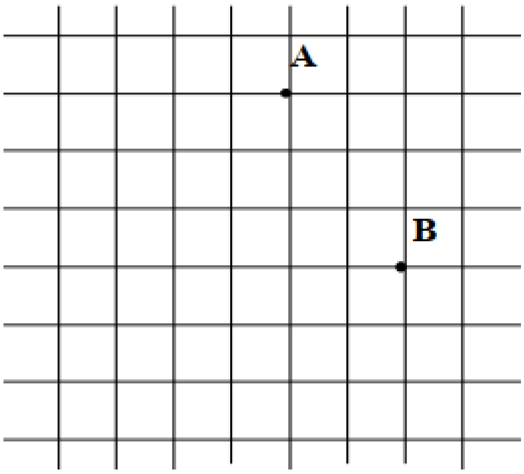
Fonte: Costa e Santos, 2017, p.22.

No quadro acima apresenta as respostas dadas pelos alunos em referência a figuras quadradas diferentes. De acordo com Costa e Santos (2017) durante a aplicação da pré-sequência cerca de 60% dos alunos diferenciam suas construções apenas pelo tamanho das figuras, isto é, desenharam quadrados de tamanhos diferentes. Entretanto, após a aplicação da sequência menos alunos consideraram o tamanho das figuras com justificativa sendo 53,33% desses alunos. Em seguida temos o losango como a figura mais representada como quadrática, durante a pré-sequência 30% dos alunos o desenharam destacando suas propriedades, e em seguida conseguiram diferenciar as características do losango e do quadrado. A partir disso o aluno conseguiu classificar o losango como pertencente à classe quadrática. Após a aplicação da sequência esse índice aumentou para 46,66 % dos alunos que conseguiram classificar o losango como uma figura quadrática.

Segundo Costa e Santos (2017) durante a aplicação da pré-sequência, 6,66% dos alunos não reconheceram que o quadrado e o retângulo possuem características semelhantes. Já no pós-sequência nenhum aluno representou o retângulo como sendo uma figura de propriedade quadrática. Esse fato nos leva a considerar que após o desenvolvimento e o conhecimento adquiridos em relação a classificação dos quadriláteros, os alunos conseguiram compreender que todo quadrado é um retângulo, mas nem todo retângulo é um quadrado. E com isso esses alunos estão em transição para o nível 2.

Na quarta questão os estudantes foram orientados a construírem um losango *ABCD* a partir de dois pontos dados em uma malha quadriculada.

Imagem 4: Construção de losango a partir de dois pontos



Fonte: Costa e Santos, 2017, p.12.

Segundo Costa e Silva (2017) o objetivo desta questão é analisar as estratégias dos alunos para a resolução do problema. Para isso, tomamos como base as três categorias já apresentadas: *perceptiva* é quando o aluno faz referência apenas à aparência global do losango em sua construção; *reflexiva* é quando o aluno aplica as propriedades do losango em sua produção; e *divergente* é quando o aluno produz outro tipo de quadrilátero que diverge do losango. Como podemos perceber, no quadro 8, a seguir.

Quadro 9: Categorização das construções

CLASSE	**ANTES DA SEQUÊNCIA**	**DEPOIS DA SEQUÊNCIA**
Perceptiva	17	12
Reflexiva	11	17
Divergente	-	01
Não respondeu	02	-

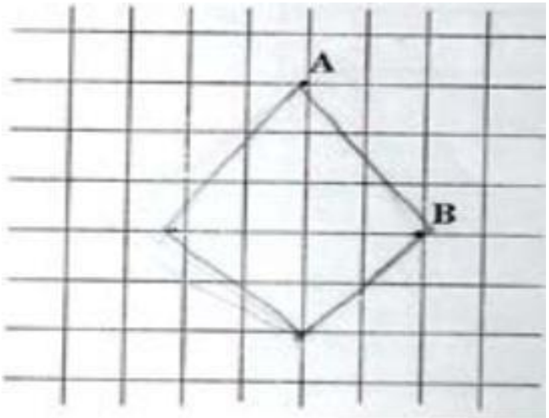
Fonte: Costa e Santos, 2017, p.24.

De acordo com o quadro 8 acima , durante a aplicação da pré-sequência 56,66 % dos alunos construíram o losango na perspectiva perceptiva, em relação ao modelo de Van Hiele, sendo que a construção se baseou no aspecto visual não se atentando as propriedades da figura, estando classificada no nível 1, contudo após a aplicação da sequência 40% dos alunos ainda permaneceram no nível 1.

A pesquisa revelou que 36,66 % dos alunos ainda na pré-sequência utilizaram as propriedades do losango para a construção da sua figura, estando classificada na classereflexiva, conforme determinada pelo pesquisador. Pela análise do modelo de Van Hiele estes alunos estão no nível 2 de aprendizagem, pois conseguem demonstrar as propriedades das figuras. Durante a aplicação da pós-sequência houve um crescimento para de 56,66 % dos alunos que utilizaram as propriedades em suas construções, alcançando assim o nível 2.

Antes da aplicação da sequência nenhum aluno produziu outro tipo de quadrilátero que não seja um losango, ou seja, não divergiu do que foi pedido, mas após a aplicação da sequência um aluno produziu outro tipo de quadrilátero que não era um losango, e segundo os autores da pesquisa a figura construída por este aluno foi um paralelogramo (não losango), como pode ser observado na imagem 4, abaixo.

Imagem 5: Resposta do aluno

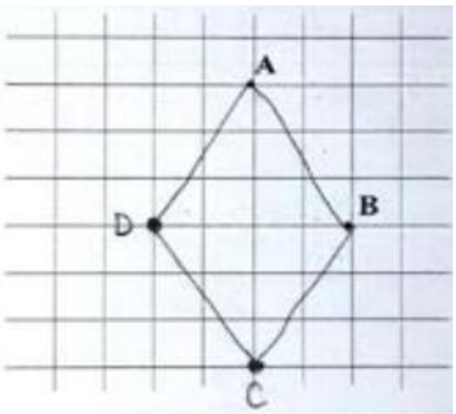


Fonte: Costa e Santos, 2017, p.24.

Após análise da questão e resposta dada por este aluno concluímos sua permanência no primeiro nível de pensamento geométrico de Van Hiele. O nível 1 do modelo de Van Hiele possibilita os alunos a construir as figuras geométricas através da representação global da figura, com isso não conhece as definições e nem as propriedades, se preocupa apenas em representá-la. De acordo com a imagem acima, durante a aplicação da pré-sequência o aluno representa medidas dos lados do losango de maneira que não é congruente, isto é, suas medidas e ângulos são diferentes. E a condição para que uma figura seja um losango é que todos os seus quatro lados devem ser congruentes e seus ângulos que sejam postos também

Em relação ao nível 2, do modelo de Van Hiele ,destacamos a seguinte resposta do aluno ao responder a atividade .

Imagem 6: Resposta do aluno

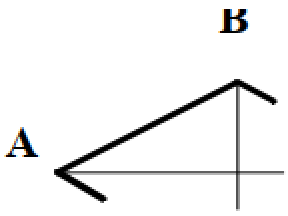


Fonte: Costa e Santos, 2017, p.25.

Após a aplicação da sequência didática, segundo os autores, o aluno passa a construir a figura usando as definições e propriedades. Com isso, de acordo com o modelo de Van Hiele. O aluno já sabe analisar determinadas figuras geométricas e com isso pode seguir do nível 2 para o seguinte.

A quinta questão do teste apresenta um losango *ABCD*, que teve sua parte apagada, e a função do aluno é averiguar se é possível ou não reconstruir esse quadrilátero, e em seguida deveria justificar sua resposta.

Imagem 7:Construa o losango



Fonte: Costa e Santos, 2017, p.12.

O losango é uma figura quadrilátera formada por segmentos de retas. Por ser considerada um quadrilátero possui quatro lados iguais e opostos, com isso seus ângulos são congruentes. Notamos que na imagem apresentada acima, uma pequena parte dos segmentos do losango está apagada e a partir dessa situação o aluno é questionado se é ou não possível reconstruir essa figura. Diante desta situação problemática, Costa e Silva (2017) analisam as justificativas dos alunos e classificaram em três categorias:

- ***Primeira categoria***: *referência ao aspecto global* é quando o estudante faz uso da aparência física do losango em sua justificativa;
- ***Segunda categoria:*** *uso implícito das diagonais do losango* é quando o aluno menciona as diagonais do losango de forma implícita em sua explicação;
- ***Terceira categoria***: *apelo à ideia de simetria* é quando, na justificativa, o aluno menciona o conceito de simetria.

Segundo os autores, antes da aplicação da sequência didática 86,66 % dos alunos disseram que era possível construir o losango baseando-se em seu aspecto global, na percepção desses alunos bastaria apenas ligar os pontos e o losango estava representado. Considerando o modelo de Van Hiele esses alunos estariam no nível 1. Entretanto, 10% dos alunos não acreditaram que era possível construir o losango, pois sua parte estava apagada e 3,33 % do aluno não expôs sua opinião.

Após a aplicação da sequência esses dados mudaram e 93,33% dos alunos disseram que era possível construir o losango, justificando que era necessário determinar as medidas dos segmentos de reta que formam a diagonal dada para determinar as seguintes, com isso aluno procura partir das propriedades poder construir suas deduções, com isso está passando para o nível 2, onde procura estabelecer as definições e propriedades da figura para construí- la. E de acordo com o autor, 6,66% dos alunos disseram que não era possível construir a figura.

3.3 Avaliação do cenário da pesquisa 2

.

Primeira etapa da análise:

A segunda pesquisa analisada é do trabalho de conclusão de curso de Evandro Cardoso Sant'ana intitulada: ***Geometria segundo modelo de van hiele: uma análise do nível de pensamento geométrico dos alunos ao final do ensino fundamental.*** O objetivo da pesquisa é verificar em que nível de pensamento geométrico estavam os alunos no final do ensino fundamental.

De acordo com o Sant'ana (2009) a pesquisa foi realizada no bairro de Niterói na cidade de Canoas-RS. Esse bairro possui oito escolas na quais quatro concordaram em participar da pesquisa sendo todas da rede pública, com a participação de 219 alunos da 8ª série do ensino fundamental.

Conforme o autor deixa claro os testes que foram aplicados aos alunos é o mesmo que consta no livro ***Geometria Segundo a Teoria de van Hiele 1997 de Nasser***. O teste apresenta 15 questões distribuídas em três blocos: ***primeiro bloco;*** são apresentadas questões de 1 a 5, referentes ao "nível básico" determinado por Sant'ana que exige do aluno a habilidade de visualização (reconhecer as figuras), ou nível 1 ; ***segundo bloco*****:** é apresentadas questões de 6 a 10, onde o autor referente como "nível 1" (análise) do modelo de Van Hiele. Neste nível exige do aluno a habilidade de descrever as propriedades de uma figura ; ***terceiro bloco***: apresenta questões de 11 a 15 , que o autor representa como sendo do nível 2, assim exige que o aluno possua habilidade lógica. Neste nível o aluno começa sua demonstração de maneira informal.

Como podemos notar o autor denomina aos níveis de pensamento de Van Hiele da maneira antiga, ou seja, a representação de início de sua formulação: nível 0, ou básico até chegarmos ao nível 4. Como sabemos esta classificação foi criticada pelos pesquisados e para ganhar mais representatividade o modelo sofreu alteração em seu aspecto estrutural, ou seja, os níveis passaram a ser apresentados de 1 a 5.

O conteúdo abordado na pesquisa de Sant'ana (2009) foi determinado pelo antigo Referencial curricular do Estado do Rio Grande do Sul, contudo não o encontramos para que fosse feito uma relação com o novo referencial que foi reestruturado de acordo com a BNCC. Com a BNCC alguns conteúdos foram realocados em outras séries ou até mesmo excluídos da grade curricular. Com isso temos que alguns conteúdos ministrados pelo pesquisador atualmente se inicia nas séries iniciais do fundamental e vai até os anos finais. Vejamos o quadro a seguir.

Quadro 10: Conteúdos do eixo geométrico

UNIDADES TEMÁTICAS	OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
GEOMETRIA	Congruência de triângulos e demonstrações de propriedades de quadriláteros.	*(EF08MA14)* Demonstrar propriedades de quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos
	Construções geométricas: ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares.	(*EF08MA15)* Construir, utilizando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares. *(EF08MA16)* Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um hexágono regular de qualquer área, a partir da medida do ângulo central e da utilização de esquadros e compasso
	Mediatriz e bissetriz como lugares geométricos: construção e problemas	*(EF08MA17)* Aplicar os conceitos de mediatriz e bissetriz como lugares geométricos na resolução de problemas.
	Transformações geométricas: simetrias de translação, reflexão e rotação.	*EF08MA18)* Reconhecer e construir figuras obtidas por composições de transformações geométricas (translação, reflexão e rotação), com o uso de instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica..

Fonte: BNCC, 2018 p.314-315

Analisamos que conteúdo abordado durante a pesquisa, percebemos que de acordo com o quadro acima, a BNCC exige que alunos da 8ª série ou qualquer outra deve possui alguma habilidade em relação ao objeto de estudo.

A base de pesquisa do autor se desenvolve através de questões criadas pela esquipe do Projeto Fundão, onde pegam alguns conteúdos do ensino fundamental e montaram uma lista de questões com objetivo de analisar o conhecimento dos alunos acerca da geometria. Com isso, um dos conteúdos aplicado nesta lista de acordo com a BNCC é a Congruência de triângulo, objeto de estudo possui a como habilidade demonstrar as propriedades de um quadrilátero por meio da congruência de um triângulo.

A seguir procuramos analisar o referencial curricular do Estado do Rio Grande do Sul, entretanto, não foi encontrado o referencial que foi utilizado no ano da pesquisa. Todavia, decidimos expor o referencial atual com as habilidades exigidas pela BNCC.

Quadro 11-Conteúdo geométrico

UNIDADES TEMÁTICAS	CONTEÚDOS	SÉRIE	HABILIDADE BNCC	HABILIDADE RS
	Figuras geométricas planas	2º ano ,série iniciais	**(EF02MA15)** Reconhecer, comparar e nomear figuras planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo), por meio de características comuns, em desenhos apresentados em diferentes disposições ou em sólidos geométricos.	**(EF02MA15RS-1)** Reconhecer a nomenclatura das figuras planas apontando algumas de suas propriedades e identificando-as em sólidos ou desenhos nos diferentes ambientes e espaços percorridos cotidianamente
	Figuras geométricas planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo): reconhecimento e análise	3º ano, série iniciais.	**(EF03MA15)** Classificar e comparar figuras planas (triângulo, quadrado, retângulo, trapézio e paralelogramo) em relação a seus lados (quantidade, posições relativas e comprimento) e vértices.	**(EF03MA15RS-1)** Observar, conhecer Utilizar propriedades das figuras planas, tais como: quantidade de lados e vértices em situações cotidianas Utilizar propriedades das figuras planas, tais como: quantidade de lados e vértices em situações cotidianas e de sala de aula.

GEOMETRIA	Polígonos: classificações quanto ao número de vértices, às medidas de lados e ângulos e ao paralelismo e Perpendicularismo dos lados.	6º ano ensino fundamental	**(EF06MA18)** Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e classificá-los em regulares e não regulares, tanto em suas representações no plano como em faces de poliedros. **(EF06MA20)** Identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação a lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles.	**(EF06MA18RS)**Nomear e Comparar polígonos, considerando o número de lados, vértices e ângulos, observando o paralelismo e perpendicularidade dos lados. **(EF06MA18RS-4)** Identificar, nomear e representar polígonos regulares e seus elementos, através da exploração e observação de figuras expostas nos contextos locais e regionais. **EF06MA20RS-1)** Analisar e compreender as características dos quadriláteros, para classificá-los em relação à lados e a ângulos e ao paralelismo e perpendicularidade dos lados.

Fonte: Referencial Curricular de RS 2018, p.75-214

Analisando o quadro acima, temos que o novo referencial curricular do Rio Grande do Sul além de procurar relacionar seus conteúdos com a proposta da BNCC, também determina algumas habilidades estaduais, isto é, procura desenvolver o que é pedido nacionalmente que tenha no referencial não deixando de lado seus parâmetros estaduais. Temos que o professor deve exigir do aluno habilidades com base no documento nacional e também estadual.

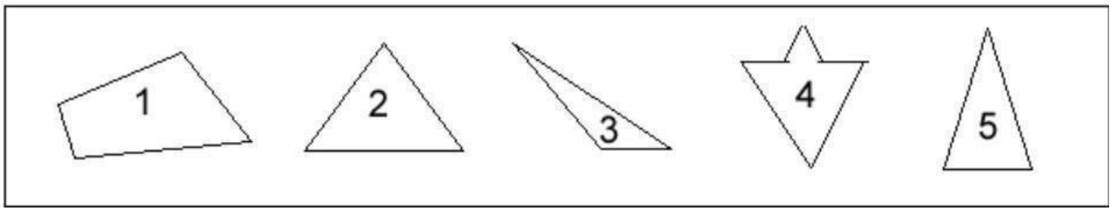
Segunda etapa da análise da

pesquisa Primeiro bloco nível 1:

questões de 1 a 5 **Análise da questão 1**

Imagem 8:Referente à primeira questão do teste

Questão 1. Assinale o(s) triângulo(s):



Fonte: Sant'ana, 2009, p.30

De acordo com o Sant'ana (2009) das quatros escolas pesquisadas cerca de 100 alunos acertaram a questão marcando corretamente as figuras 2,3 e 5.Contudo, cerca de 119 alunos erraram a questão de modo que confundiram e não conseguiram identificar os triângulos na questão. Em sua análise o autor percebeu que alguns alunos marcaram a figura 4,pois em sua visão isso ocorreu pelo fato dos alunos não associarem as quantidades de lados da figura. O autor ainda destaca que alguns alunos que não marcaram a figura 3 demonstram a imagem acima como resposta correta.

Tabela 3- Questão 1

Questão 1					
	Escola A	Escola B	Escola C	Escola D	Total de alunos
Nº de acertos	12	29	30	29	100
Nº de erros	20	32	35	32	119

Fonte: Sant'ana ,2009, p.30

Conforme se observa nos dados da tabela 3, acima, podemos perceber que das quatros escolas onde o teste foi aplicado a ***Escola A*** teve cerca de 37,5% dos acertos da questão, enquanto que cerca de 62,5% dos alunos erram. Na ***Escola B*** a história foi um pouco diferente, cerca de 47,5% acertaram a questão e 52,5% erraram . A ***Escola C*** teve 46,15% dos acertos , enquanto 53,85% dos alunos erraram . E a ***Escola D*** teve cerca de 47,5% dos acertos e 52,5% dos erros. Assim, analisamos que num total de 219 alunos pesquisados cerca de 45,66 % acertaram a questão e 54,33% não acertaram a questão.

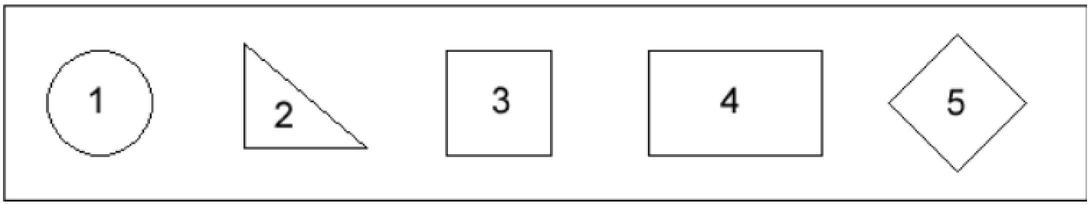
Após averiguar esses dados constatamos de início que são alarmantes, pois menos da metade dos alunos pesquisados não reconheceram a figura do triângulo. A Pesquisa foirealizada em 2009, os dados se confundem com os citados por Pavanello (1993) que revelam que revelam que, ao longo do tempo, o ensino da geometria vem sendo abandonado e para preencher suas lacunas os parâmetros foram criados.

De acordo com o modelo de Van Hiele o nível 1 o aluno visualiza a figura, mas não reconhece suas propriedades. Como a questão refere ao triângulo é um polígono conhecido por possuir três lados, e de acordo com os dados fornecidos por Sant'ana (2009) há alunos que não sabem que qualquer figura que possui três lados é um triângulo. Isso nos leva a acreditar que os alunos ainda não reconhecem a representação do triângulo e muito menos suas características, deixando assim explícitos as lacunas existentes no ensino da geometria. Seguindo, analisaremos a segunda questão do teste a fim de que haja uma mudança nos dados.

Análise da questão 2

Imagem 9:Segunda questão do teste

Questão 2. Assinale o(s) quadrado(s):



Fonte: Sant'ana , 2009, p.31

De acordo com o Sant'ana (2009) das quatros escolas pesquisadas cerca de 115 alunos acertaram a questão marcando corretamente as figuras 3.Contudo, cerca de 104 alunos erraram a questão de modo que não conseguiram identificar os quadrados. Em sua análise o autor percebeu que alguns alunos marcaram a figura 4,pois em sua visão isso ocorreu pelo fato de alguns alunos não perceberem a propriedade 4 lados iguais ser condição necessária para um polígono ser quadrado, com isso alguns alunos não marcaram a figura 5.

Tabela 4-Questão 2

Questão 2					
	Escola A	*Escola B*	*Escola C*	*Escola D*	*Total de alunos*
Nº de acertos	8	41	32	34	115
Nº de erros	24	20	33	27	104

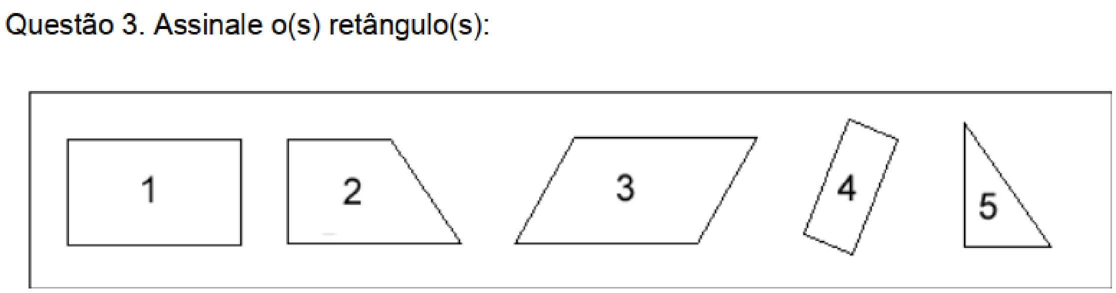
Fonte: Sant’ana, 2009 p.31

Como constam os dados da tabela 4 percebemos o seguinte resultado: ***Escola A*** teve cerca de 25% dos acertos e 75% dos erros. ***Na escola B*** a história foi um pouco diferente, cerca de 67,21% acertaram a questão e 32,79% erram . A ***Escola C*** teve 49,23% dos acertos e 50,77% dos erros . E a ***Escola D*** teve 55,73% acertos e 44,27% de erro. Assim, analisamos que num total de 219 alunos pesquisados cerca de 52,52 % dos alunos acertaram a questão e 44,48% não acertaram.

Comparando os dados desta questão com a anterior podemos perceber que a figura do quadrado é mais conhecida do que a do triângulo, pois cerca de mais da metade dos alunos pesquisados o reconheceram. Acredito que isso ocorre pelo fato da figura estar presente no cotidiano do aluno, como por exemplo, num jogo que necessita o uso de um dado e compreende que as suas faces são quadradas.

Análise da questão 3

Imagem 10:Referente à terceira questão do teste



Fonte: Sant’ana, 2009, p.32

De acordo com o Sant’ana (2009) das quatros escolas pesquisadas cerca de 81 alunos acertaram a questão marcando corretamente as figuras 1.Contudo, cerca de 138 alunos erraram a questão de modo que não conseguiram identificar todos os retângulos na questão, ou seja, não marcaram a figura 4.Em sua análise o autor percebe que alguns alunos marcaram a figura 2,pois isso deve ter ocorrido pelo fato de alguns alunos não terem percebido que a figura possui apenas dois lados iguais. O autor ainda expressa de forma aliviada que nenhum aluno marcou a figura 5 deixando claro que o aluno sabe distinguir um retângulo de um triângulo.

Tabela 5-Questão 3

Questão 3					
	Escola A	Escola B	Escola C	Escola D	Total de alunos
Nº de acertos	7	25	28	21	81
Nº de erros	25	36	37	40	138

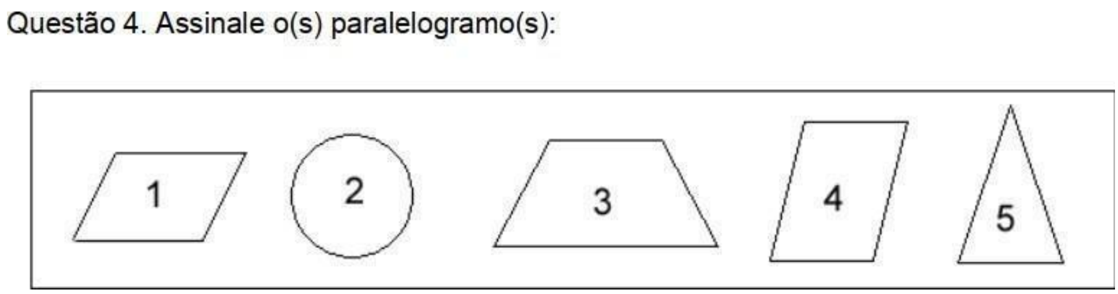
Fonte: Sant’ana, 2009, p.32

Como consta os dados da tabela acima podemos perceber que das quatros escolas onde o teste foi aplicado a ***Escola A*** teve cerca de 27,87% dos acertos e 78,13% dos erros. Na ***Escola B*** a história foi um pouco diferente, cerca de 40,98% acertaram a questão e 59,02% erram . A ***Escola C*** teve 43,07% dos acertos e 56,93% dos erros . E a ***Escola D*** teve 34,23% acertos e 65,57% de erro. Assim, analisamos que num total de 219 alunos pesquisados cerca de 36,98 % dos alunos acertaram a questão e 63,02% dos alunos não acertaram a questão.

Analisando os dados desta questão com os dados das questões anteriores percebemos que em relação ao triângulo, os alunos conhecem o retângulo, mas o quadrado continua sendo a figura geométrica com mais representatividade nas distinções. Em nossa percepção o retângulo é a figura que o aluno mantém mais contato em seu cotidiano, por exemplo, semelhança da porta de seu quarto, ou até mesmo quando pega seu caderno para realizar uma atividade. Através dos dados percebemos que os professores não estão explorando as situações-problemas do cotidiano do aluno em suas explicações e demonstrações, com isso o aluno sem evidenciar que aquele objeto de estudo que está inserido em sua realidade.

Análise da questão 4

Imagem 11: referente à quarta questão do teste



Fonte: Sant’ana, 2009, p.32

De acordo com o Sant’ana (2009) das quatros escolas pesquisadas cerca de 89% dos alunos acertaram a questão marcando corretamente as figuras 1 e 4.Contudo, cerca de 130 alunos erraram a questão de modo que não conseguiram identificar os paralelogramos na questão. Em sua análise o autor expressa que a maioria dos alunos não conhecem a forma da figura sendo que a maioria nem sabia o que era uma paralelogramo e muito menos ouvir dizer sobre.

Tabela 6- Questão 4

Questão 4					
	Escola A	Escola B	Escola C	Escola D	Total de alunos
Nº de acertos	5	41	19	24	89
Nº de erros	27	20	46	37	130

Fonte : Sant’ana, 2009, p.32

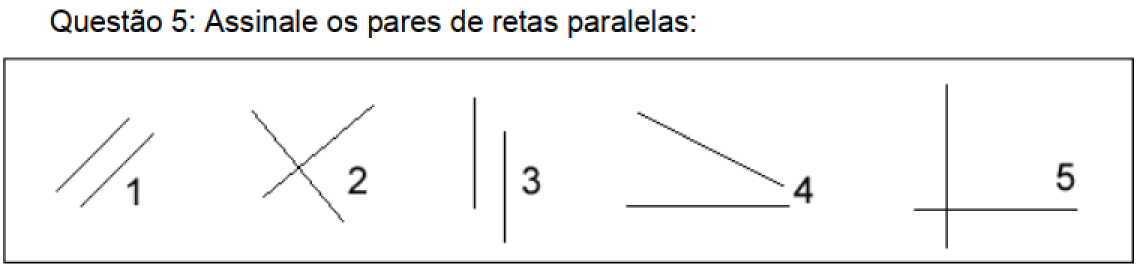
De acordo com os dados da tabela acima decidimos utilizar a porcentagem para apresentar os resultados obtidos da pesquisa, isso porque é uma medida que representa parte de algo inteiro, sendo uma grandeza que pode estimar o crescimento ou não de algo. Com isso, podemos perceber que das quatros escolas onde o teste foi aplicado a ***Escola A*** teve cerca de 15,62% dos acertos e 84,38% dos erros. Na ***Escola B*** os índices de acertos aumentaram cerca de 67,21 % acertaram a questão e 32,79% erram . Já na ***Escola C*** os dados são inversos: cerca de 29,23% acertaram a questão e 70,77% erraram . E a ***Escola D*** teve 39,34% acertos e 60,66% de erro. Assim, analisamos que num total de 219 alunos pesquisados cerca 40,64 % dos alunos acertaram a questão e 59,36% dos alunos não acertaram a questão.

Analisando os dados percebemos que os dados só não foram piores devido ao grande número de acertos da questão ocorridos na Escola B, mas em contrapartida na Escola A o número de acerto é alarmante nem 16% dos alunos acertaram a questão, e isso deixa claro que o conteúdo geométrico não está sendo ensinado de forma que o aluno construa uma aprendizagem significativa, ou até mesmo não está sendo abordado nesta escola, pois até agora, pelos dados, esta escola é a pior em relação ao ensino de geometria e desenvolvimento do pensamento geométrico devido aos grandes índices negativos.

Observando os dados desta questão com as questões anteriores percebemos que o triângulo e o paralelogramo são figuras geométricas poucos ou até mesmo não conhecidas na maioria dos alunos, sua simples “representação física” não conseguem ser distinguidas no meio de outras figuras.

Análise da questão 5

Imagem 12: Referente a quinta questão do teste



Fonte: Sant'ana, 2009, p.33

De acordo com o Sant'ana (2009) das quatros escolas pesquisadas cerca de 92 alunos acertaram a questão marcando corretamente as figuras 1 e 3.Contudo, cerca de 127 alunos erraram a questão de modo que não conseguiram identificar que a figura 3 também é um par de retas paralelas não apenas a figura 1.Em sua análise o autor percebeu que alguns alunos marcaram a figura 4,expondo que o aluno tivesse tido a possibilidade de ter pensado que pelo fato das retas não se tocarem, elas poderiam ser paralelas.

Tabela 7-Questão 5

Questão 5					
	Escola A	Escola B	Escola C	Escola D	Total de alunos
Nº de acertos	14	21	23	34	92
Nº de erros	18	40	42	27	127

Fonte: Sant'ana, 2009, p.33

Como consta os dados da tabela acima podemos perceber que das quatros escolas onde o teste foi aplicado a ***Escola A*** teve cerca de 43,75% dos acertos da questão e 56,25% dos erros.Já na ***Escola B*** cerca de 34,43% acertaram a questão e 65,57% erram . A ***Escola C*** teve 35,39% dos acertos e 46,61% dos erros . E a ***Escola D*** obteve cerca de 55,73% acertos e 44,27% de erros. Assim, analisamos que num total de 219 alunos pesquisados cerca de 42 % dos alunos acertaram a questão e 58 % dos alunos não acertaram.

De acordo com os dados apresentados percebemos que de forma geral a maioria dos alunos não conhece a noção de retas paralelas. Comparando esta questão com as anteriores vimos que os dados estão mais divididos, ou seja, alguns alunos erraram em função da sua visão intuitiva, se duas retas não se tocarem são paralelas.

Notamos também que nas questões anteriores os alunos possuíam grande dificuldade de identificar/diferenciar uma figura geométrica da outra. No nível 1 do modelo de Van Hiele a característica é que o aluno consigarealizar esse processo de visualizar a figura para que avance para o nível seguinte.

Questões de bloco do nível 2: questões de 6 a 10

Como foi demonstrado na análise anterior das questões fazem referência ao nível 1 de desenvolvimento pensamento geométrico proposto por Van Hiele .A seguir analisaremos a transição das questões e desenvolvimento para o nível 2 ,no qual o aluno deve visualizar as figuras e aplicar/conhecer suas definições e propriedades.

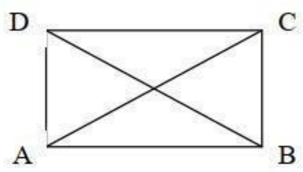
Análise da questão 6

Imagem 13: Referente à sexta questão do teste.

Questão 6. No retângulo ABCD, as linhas AC e BD são chamadas diagonais.

Assinale a(s) alternativa(s) verdadeira(s) para todos os retângulos:

a) Têm 4 ângulos retos.
b) Têm lados opostos paralelos.
c) Têm diagonais do mesmo comprimento.
d) Têm os quatro lados iguais.
e) Todas são verdadeiras.



Fonte : Sant'ana, 2009, p.36

Segundo Sant'ana (2009) das quatros escolas pesquisadas cerca de 23 alunos acertaram a questão marcando corretamente as opções A,B e C .Contudo, cerca de 196 alunos erraram a questão de modo a não ter marcado a alternativa b. Em sua análise o autor expressa que os alunos certamente não conhece a propriedade de "*lados opostos paralelos"* , Isto significa que os alunos não reconhecem um quadrilátero de lados opostos que são paralelos. O erro mais comum dos alunos foi marcar a opção de "têm *quatro lados iguais",* assim percebemos que o aluno ainda não sabe distinguir a propriedade dos quadrados com a propriedade dos retângulos.

Tabela 8- Questão 6

Questão 6					
	Escola A	Escola B	Escola C	Escola D	Total de Alunos
Nº de acertos	2	11	3	7	23
Nº de erros	30	50	62	54	196

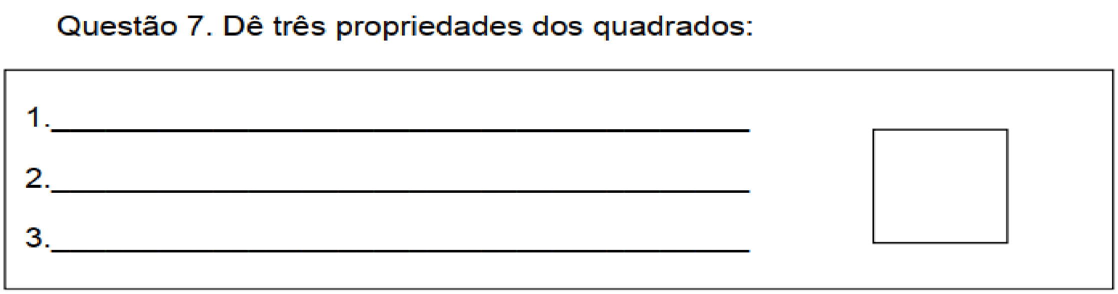
Fonte: Sant'ana, 2009, p.36

Como consta os dados da tabela acima podemos perceber que das quatros escolas onde o teste foi aplicado a ***Escola A*** teve cerca de 6,25% dos acertos e 93,75% dos erros.Na ***Escola B*** cerca de 18,03% acertaram a questão e 81,97% erram . A ***Escola C*** teve 4,61% dos acertos e 95,39% dos erros . E a ***Escola D*** teve cerca de 11,47% acerto da questão e 88,53% de erro. Assim, analisamos que num total de 219 alunos pesquisados cerca de 1,37 % dos alunos acertaram a questão e 89,49% dos alunos não acertaram a questão.

Os dados apresentados nesta questão enfatizam que os alunos não compreenderam significativamente o "visualizar" uma figura geométrica, assim para demonstrar ou verificar a propriedade de uma figura e sentem muitas dificuldades.

Análise da questão 7

Imagem 14:Referente à sétima questão do teste.


Questão 7. Dê três propriedades dos quadrados:

1.________________________________

2.________________________________

3.________________________________

Fonte: Sant'ana ,2009, p.37

De acordo com o Sant'ana (2009) das quatros escolas pesquisadas cerca de 15 alunos acertaram a questão respondendo corretamente "*todos lados são iguais"ou "tem quatro ângulos retos".* Contudo, cerca de 204 alunos não souberam responder a questão de modo quea maioria a deixou em branco. Em sua análise o autor destaca que os alunos que tentaram responder a questão utilizaram as propriedades dos quadrados para chegar a resposta ,como porexemplo, "*Quadrado perfeito", "Quadrado retangular*", e "*4 lados elevados ao quadrado"*. Assim o autor deixa claro que estes alunos ainda não estudaram as propriedades de algumas figuras geométricas.

Tabela 9- Questão 7

Questão 7					
	Escola A	Escola B	Escola C	Escola D	Total de Alunos
Nº de acertos	4	6	4	1	15
Nº de erros	28	55	61	60	204

Fonte: Sant'ana, 2009, p.37

Como constam os dados da tabela acima podemos perceber que das quatros escolas onde o teste foi aplicado a ***Escola A*** obteve cerca de 12,5% dos acertos e 87,5% dos erros. Já a ***Escola B*** teve cerca de 9,83% de acertos da questão e 90,17% dos erros . A ***Escola C*** teve cerca de 6,15% dos acertos e 93,85% dos erros . E a ***Escola D*** teve 1,64% acertos da questão e 98,36% de erros. Assim, analisamos que num total de 219 alunos pesquisados cerca de 6,85 % dos alunos acertaram a questão e 93,15% dos alunos não acertaram a questão.

De acordo com os dados anteriores percebemos que o quadrado era a figura mais conhecida pelos alunos, mas de acordo com esse novo dado vimos que a maioria dos alunos não conhecem suas propriedades, e assim numa tentativa de acerto eles se amparam em algumas referências intuitivas que possuíam.

Análise da questão 8

Imagem 15:Referente a oitava questão do teste

Questão 8. Todo triângulo isósceles têm dois lados iguais. Assinale a afirmativa verdadeira sobre os ângulos do triângulo isósceles:

a) Pelo menos um dos ângulos mede 60º.
b) Um dos ângulos mede 90º.
c) Dois ângulos tem a mesma medida.
d) Todos os três ângulos tem a mesma medida.
e) Nenhuma das afirmativas é verdadeira.

Fonte: Sant'ana, 2009, p.38

De acordo com o Sant'ana (2009) das quatros escolas pesquisadas cerca de 58 alunos acertaram a questão marcando corretamente na questão a letra c .Contudo, cerca de 161 alunos erraram a questão de modo que reconhecem a figura de um triângulo, mas não conhecem a figura de um triângulo isósceles. Em sua análise o autor expressa que a maioria dos alunos se confundiram em relação às propriedades dos triângulos isósceles com a do equilátero, motivo pelo qual os levaram a marcar a alternativa , e muitos responderam a alternativa .

Tabela 10- Questão 8

Questão 8					
	Escola A	Escola B	Escola C	Escola D	Total de Alunos
Nº de acertos	14	20	11	13	58
Nº de erros	18	41	54	48	161

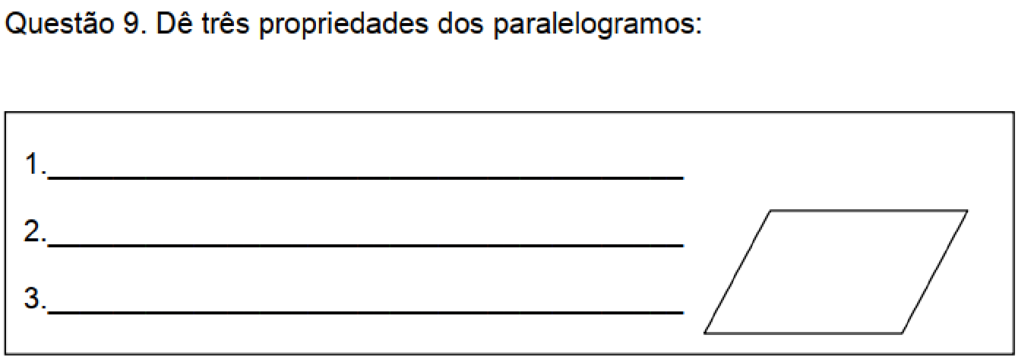
Fonte: Sant'ana, 2009, p.38

Como consta os dados da tabela acima podemos perceber que das quatros escolas onde o teste foi aplicado na ***Escola A*** cerca de 43,75% dos alunos acertaram e 56,25% dos alunos erram. Na ***Escola B*** cerca de 32,78% acertaram a questão e 67,22% erram . A ***Escola C*** cerca de 16,92% dos alunos acertaram e 83,08% erram . E a ***Escola D*** teve cerca de 21,31% dos acertos e 78,69% dos erros. Assim, analisamos que num total de 219 alunos pesquisados cerca de 26,48 % dos alunos acertaram a questão e 73,52% dos alunos não acertaram a questão.

Após a análise da questão podemos concluir que os dados apontam que a maioria dos alunos sabe que o triângulo é uma figura geométrica que possui três ângulos e três lados, contudo não conhecem os tipos de triângulos, como o triângulo isósceles. Para reconhecer os tipos de triângulo os alunos devem saber suas classificações e isso depende de seus ângulos e comparação de seus lados.

Análise da questão 9

Imagem 16:Referente à nona questão do teste


Questão 9. Dê três propriedades dos paralelogramos:

1.__________

2.__________

3.__________

Fonte : Sant'ana, 2009, p.39

De acordo com o Sant’ana (2009) das quatros escolas pesquisadas cerca de 3 alunos acertaram a questão citando as seguintes propriedades: *“Tem 4 lados”, “tem lados opostos paralelos”, “tem quatro ângulos”* Contudo, cerca de 216 alunos não acertaram a questão de modo de não conhecerem as propriedades do paralelogramo, chegando a deixar a questão em branco. Em sua análise o autor expressa que os alunos certamente não conhecem a figura do paralelogramo e sua propriedade, pois em algumas de suas respostas o aluno respondeu: *“O paralelogramo tem as laterais „tortinhas"*, *"paralelo quê?"* etc.

Tabela 11-Questão 9

Questão 9					
	Escola A	Escola B	Escola C	Escola D	Total de Alunos
Nº de acertos	0	1	2	0	3
Nº de erros	32	60	63	61	216

Fonte : Sant’ana, 2009, p.40

Como consta nos dados da tabela acima podemos perceber que das quatros escolas onde o teste foi aplicado a ***Escola A*** teve cerca de 0% dos acertos e 100% dos erros. Na ***Escola B*** a história foi um pouco diferente, cerca de 1,64% dos alunos acertaram a questão e 98,36% erram . A ***Escola C*** teve 3,07% dos acertos e 96,93% dos erros . E a ***Escola D*** teve 0% acertos e 100% de erro. Assim, analisamos que num total de 219 alunos pesquisados cerca de 1,37% dos alunos acertaram a questão e 98,63% dos alunos não acertaram a questão.

Ao exibir estes dados e comparamos com os dados das questões anteriores, percebemos que a maiorias dos alunos não conhecem o paralelogramo, mas chegarmos ao dado que demonstram que menos de 2% dos alunos não conhecem sequer uma de suas propriedades mostra as lacunas existentes no processo de ensino e aprendizagem da geometria são maiores do que imaginamos. Um dos motivos que podemos citar disso ocorrer é devido o aluno não entrar em contato com a figura do paralelogramo em seu dia a dia, ou seja, não ter algo que o oriente a designar que tal figura é a representação de um paralelogramo e através desta forma conseguir compreender/ desenvolver suas propriedades.

Análise da questão 10

A décima questão da pesquisa pede para o aluno dar um exemplo de quadriláteros cujas diagonais não tem o mesmo comprimento.

Segundo Sant'ana (2009) das quatros escolas pesquisadas cerca de 10 alunos acertaram a questão desenhando figuras de quatro lados e que não continha diagonais de mesmo tamanho. Contudo, cerca de 209 alunos erraram a questão de modo que deixaram a questão em branco. Em sua análise o autor expõe que alguns alunos desenharam figuras, como por exemplo, pentágonos, hexágonos e triângulos deixando assim claro que os alunos não conhecem o significado da palavra quadrilátero.

Tabela 12-Questão 10

Questão 10					
	Escola A	Escola B	Escola C	Escola D	Total de Alunos
Nº de acertos	2	5	1	2	10
Nº de erros	30	56	64	59	209

Fonte: Sant'ana, 2009, p.41

Como consta nos dados da tabela acima podemos perceber que das quatros escolas onde o teste foi aplicado a ***Escola A*** teve cerca de 6,25% dos acertos e 93,75% dos erros.Na ***Escola B*** cerca de 8,20% acertaram a questão e 91,80% erram . A ***Escola C*** teve 1,54% dos acertos e 98,46% dos erros . E a ***Escola D*** teve 3,28% acertos e 96,72% de erros. Assim,

analisamos que num total de 219 alunos pesquisados cerca de 4,56% dos alunos acertaram a questão e 95,44% dos alunos não acertaram a questão.

De acordo com os dados da questão e com análises de questões anteriores percebemos a grande dificuldades dos alunos em relação a representação das figuras, representar e apresentar suas propriedades são ainda maiores levando o aluno na maioria das vezes, deixando em branco. Vimos que sua dificuldade se estende ainda mais quando falamos do paralelogramo, sendo que alguns não o conhecem e às vezes ainda nem ouviu falar.

Essa dificuldade encontrada pelo aluno se dá na maioria das vezes pela falta de compreensão em relação ao conteúdo devido aos motivos. Algum momento a não representação da figura em sua realidade faz com que esse aluno não a assimile ,e com isso não consiga desenvolver seu raciocínio lógico. Quando o aluno associa as figuras geométricas com objetos de seu cotidiano, inicia-se a construção de uma teia significados e através disso, o aluno compreende suas definições e propriedades. O professor deve ensinar o aluno o que são os quadriláteros, suas características e propriedades que os definem como paralelogramo fazendo com que o aluno desenvolva o conhecimento do objeto de estudo.

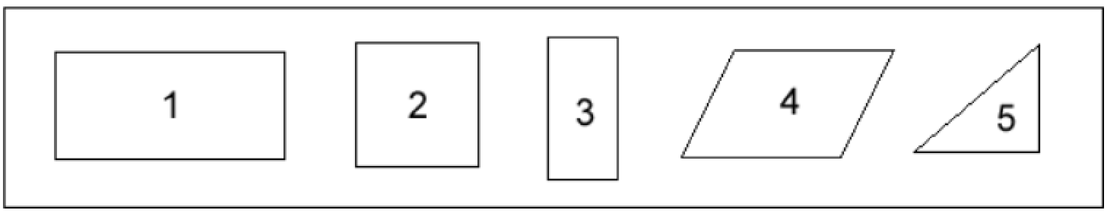
Terceiro bloco nível 3: questões de 11 a 15

Como foi demonstrado a análise anterior fez referência ao nível 2 do pensamento geométrico desenvolvido pelo modelo de Van Hiele. A seguir, analisaremos a transição do aluno para o nível 3,onde o aluno através de suas experiência anteriores começam a expressare desenvolver seu raciocínio dedutivo por meios da observação de estruturas que o possibilitea fazer inclusões de classes e construir provas, que neste caso de maneira informal.

Análise da questão 11

Imagem 17: Referente a décima-primeira questão do teste

Questão 11. Assinale a(s) figura(s) que pode(m) ser considerada(s) retângulos:



Fonte : Sant'ana, 2009, p.42

De acordo com o Sant'ana (2009) das quatros escolas pesquisadas nenhum dos alunos acertaram a questão. Todos os alunos erraram a questão de modo que não conseguiram identificar todas as figuras que são consideradas retângulo na questão, ou seja, muitos apenas marcaram a figura 1 .Em sua análise o autor percebeu que os alunos não conhecem as classes dos quadriláteros, evidenciando ainda que todos os alunos não conhecem o quadrado como um retângulo.

Tabela 13- Questão 11

Questão 11					
	Escola A	Escola B	Escola C	Escola D	Total de Alunos
Nº de acertos	0	0	0	0	0
Nº de erros	32	61	65	61	219

Fonte: Sant'ana, 2009, p.42

Como consta nos dados da tabela acima podemos perceber que nas quatros escolas onde o teste foi aplicado todas tiveram o mesmo resultado, ou seja, tanto a ***Escola A, B ,C*** e ***D*** nenhum aluno conseguiu responder a questão.

De acordo com os dados, os alunos não conhecem a classificação de uma figura retangular, ou seja, não sabem que a figura para ser considerada retângulo deve possuir ângulos internos congruentes, ou seja, a mesma medida e possuir ângulo retos. E uma de suas características é ser figuras poligonais fechadas e com segmentos de reta que não se cruzam. Percebemos que os alunos não possuem a noção básica de uma figura retangular, ou seja, conhecem apenas sua representação, mas não sua classificação.

Análise da questão 12

Imagem 18: Referente à décima-segunda questão do teste

Questão 12. Os quatro ângulos A, B, C e D de um quadrilátero ABCD são todos iguais.:

a) Pode-se afirmar que ABCD é um quadrado?
____

b) Porquê? __________________________________

c) Que tipo de quadrilátero é esse? ______________________

Fonte : Sant'ana,2009, p.43

De acordo com o Sant'ana (2009) das quatros escolas pesquisadas apenas 1 aluno acertou a questão respondendo que a figura formada pelos lados ABCD é um retângulo. Em sua análise o autor ainda destaca que vários alunos deixaram a questão em branco, mas teve alunos que deram respostas do seguinte tipo: "*Sim, é um quadrado porque os ângulos são iguais"* etc.

Tabela 14: Questão 12

Questão 12					
	Escola A	Escola B	Escola C	Escola D	Total de Alunos
Nº de acertos	0	1	0	0	1
Nº de erros	32	60	65	61	218

Fonte : Sant'ana, 2009, p.43

Como consta nos dados da tabela acima podemos perceber que nas quatros escolas onde o teste foi aplicado três escolas tiveram o mesmo resultado, ou seja, a ***Escola A,C*** e ***D*** nenhum aluno conseguiu responder a questão. Entretanto tivemos um aluno que conseguiu acertar a questão e este aluno pertence à ***Escola B***.

De acordo com o resultado obtido na pesquisa compreendemos que os alunos confundem as características de um quadrado com um retângulo, pois são figuras que possuem quatro lados iguais e seus ângulos internos são todos retos, contudo não compreendem que as figuras se diferenciam pelo fato de terem as medidas diferentes, ou seja, enquanto o quadrado tem todas as medidas iguais, o retângulo por sua vez possui apenas dois lados iguais e paralelos. E através desta percepção o aluno foi levado ao erro da questão.

Se analisarmos a questão foi perguntado se tal figura era um quadrado e em seguida pergunta que tipo de quadrilátero poderia ser de acordo com as características dadas. Já interpretando as informações da questão os alunos poderiam afirmar que a figura não é quadrada, pois se fosse não estaria questionando que tipo de quadrilátero era a figura. Percebemos que interpretando a questão e dos dados sabemos que a figura não era um quadrado a única figura que contém a mesma característica é o retângulo. E assim supomos que esta foi a maneira do aluno raciocinar para resolver a questão.

Análise da questão 13

A décima-terceira questão da pesquisa, pergunta ao aluno se pode afirmar que todo retângulo é um paralelogramo e explicar o porquê de sua resposta.

De acordo com o Sant'ana (2009) das quatros escolas pesquisadas nenhum aluno acertou a questão. E ainda ressalta que os alunos deram resposta absurda, como por exemplo, *"Não, paralelogramos são linhas paralelas, retângulo não!", "Não, um retângulo tem três lados"* etc.

Tabela 15- Questão 13

Questão 13					
	Escola A	Escola B	Escola C	Escola D	Total de Alunos
Nº de acertos	0	0	0	0	0
Nº de erros	32	61	65	61	219

Fonte : Sant'ana, 2009, p.44

Como consta nos dados da tabela acima podemos perceber que nas quatros escolas onde o teste foi aplicado todas tiveram o mesmo resultado, ou seja, tanto a ***Escola A, B ,C*** e ***D*** nenhum aluno conseguiu responder corretamente a questão.

De acordo com os dados percebemos que nenhum aluno soube responder se todo triângulo é um paralelogramo, e isso se dá pelo fato dos alunos não terem compreendido ou até mesmo não saber o que é um paralelogramo como foi expresso em questões anteriores. Sabemos que todos os retângulos são paralelogramo devido possuir a mesma característica, mas os alunos são levados a confundir que todo paralelogramo é um retângulo, e isso não é verdade, pois paralelogramo não possui ângulo reto e o retângulo sim. São essas peculiaridades das figuras que confundem os alunos, se por um lado a informação é verdadeira, por outro lado, sua recíproca é falsa. E nesta situação, de acordo com os dados fornecidos, o aluno ainda não é capaz de distinguir uma figura com a mesma característica, mas com propriedade diferente.

Análise da questão 14

Imagem 19: Referente a décima-quarta questão do teste

Questão 14. Considere as afirmativas:
(I) A figura X é um retângulo.
(II) A figura X é um triângulo.

Assinale a afirmativa verdadeira:

a) Se I é verdadeira, então II é verdadeira.
b) Se I é falsa, então II é verdadeira.
c) I e II não podem ser ambas verdadeiras.
d) I e II não podem ser ambas falsas.
e) Se II é falsa, então I é verdadeira.

Fonte : Sant'ana,2009, p.45

De acordo com o Sant'ana (2009) das quatros escolas pesquisadas cerca de 14 alunos acertaram a questão marcando corretamente a letra, contudo, cerca de 205 alunos erraram a questão de modo que eles não conhecem as propriedades de um triângulo e de um retângulo. Em sua análise o autor expressa que nesta questão exigia dos alunos habilidades geométricas, raciocínio lógico e até mesmo a interpretação do enunciado da questão.

Tabela 16- Questão 14

Questão 14					
	Escola A	Escola B	Escola C	Escola D	Total de Alunos
Nº de acertos	6	5	2	1	14
Nº de erros	26	56	63	60	205

Fonte: Sant'ana, 2009, p.45

Como consta nos dados da tabela acima podemos perceber que das quatros escolas onde o teste foi aplicado a ***Escola A*** teve cerca de 18,75% dos acertos e 81,25% dos erros. Na ***Escola B*** a história foi um pouco diferente, cerca de 8,20% acertaram a questão e 91,80% erram . A ***Escola C*** teve 3,07% dos acertos e 96,93% dos erros . E a ***Escola D*** teve 1,64 % acertos e 98,36% de erro. Analisamos que num total de 219 alunos pesquisados cerca de 6,40% dos alunos acertaram a questão e 93,60% dos alunos não acertaram a questão.

Nesta questão podemos analisar que foi dada a afirmação de duas figuras, o triângulo e o retângulo e foi questionado quanto às afirmativas dadas, e muitos alunos marcaram a alternativa errada como cita os dados. Esse erro ocorre pelo fato do aluno não saber distinguir as figuras e não conhecer suas propriedades. Se analisarmos a questão em si podemos perceber sua complexidade, pois uma resposta depende da outra e reque do aluno um raciocínio lógico e conhecimentos relacionados à figura.

Análise da questão 15

Imagem 20: Referente a décima-quinta questão do teste

Questão 15. Assinale a afirmativa que relaciona corretamente as propriedades dos retângulos e dos quadrados:

a) Qualquer propriedade dos quadrados também é válida para os retângulos.
b) Uma propriedade dos quadrados nunca é propriedade dos retângulos.
c) Qualquer propriedade dos retângulos também é válida para os quadrados.
d) Uma propriedade dos retângulos nunca é propriedade dos quadrados.
e) Nenhuma das afirmativas anteriores.

Fonte : Sant'ana, 2009, p.46

De acordo com o Sant'ana (2009) das quatros escolas pesquisadas somente 5 alunos acertaram a questão marcando corretamente a alternativa c contudo, 214 alunos deixaram a questão em branco. Através desses dados podemos afirmar que a maioria dos alunos não possuem domínio sobre as propriedades dos retângulos e dos quadrados.

Tabela 17- Questão 15

Questão 15					
	Escola A	Escola B	Escola C	Escola D	Total de Alunos
Nº de acertos	1	2	0	2	5
Nº de erros	31	59	65	59	214

Fonte: Sant'ana, 2009, p.46

Como consta nos dados da tabela acima podemos perceber que das quatros escolas onde o teste foi aplicado a ***Escola A*** teve cerca de 3,13% dos acertos da questão e 96,87% dos erros. Na ***Escola B*** segue-se o mesmo caminho, cerca de 3,28% acertaram a questão e 96,72% erram. A ***Escola C*** obteve 0% dos acertos e 100% dos erros . E a ***Escola D*** teve 3,28 % acertos e 96,72% de erro. Analisamos que num total de 219 alunos pesquisados cerca 2,29% dos alunos acertaram a questão e 97,71% dos alunos não acertaram a questão.

Como percebemos esta questão exige do aluno o conhecimento das propriedades do retângulo e do quadrado. Percebemos ao longo do teste que grande parte dos alunos não conhecem determinadas propriedades de certas figuras geométricas e neste caso não foi diferente. De acordo com os dados, nem 3% dos alunos pesquisados souberam identificar as propriedades do retângulo e do quadrado, sendo que estas figuras possuem propriedades peculiares que podem levar os alunos a se confundirem, pois todo quadrado também é um triângulo, mas nem todo retângulo é um quadrado, sendo que todo quadrado possui todos os ângulos retos, mas nem todo retângulo possui os quatro lados congruentes.

Após a análise da pesquisa Sant'ana (2009) procurou estabelecer qual nível de pensamento geométrico segundo o modelo de Van Hiele permaneciam cada aluno de acordo com o seu desenvolvimento em relação às questões propostas. A análise do autor ocorreu da seguinte forma: analisou os dados fornecidos pelos alunos de acordo com sua escola, isto é, o resultado de cada aluno entrava na súmula da escola que frequentava. Com isso obteve os seguintes dados.

Ao final da pesquisa ocorreu a análise dos dados e verificação de qual nível de pensamento geométrico do modelo de Van Hiele estavam os alunos das quatros escolas pesquisadas. Através dos dados recolhidos o autor além de citar os níveis formulados pelo modelo, criou um novo nível fora da estrutura dos Van Hieles no qual o atribuiu de "sem nível". Para o autor os alunos que não se enquadraram em nenhum dos níveis apresentado pelo modelo de Van Hiele não possuíam níveis, contudo não apresentou características sobre este nível, apenas evidenciou que nestas escolas o ensino de geometria não foi devidamente trabalhado, porém não demonstrou fatos para que isso tenha ocorrido.

Como a pesquisa foi desenvolvida em quatro escolas diferentes, as análises dos dados finais ocorreram separadamente, cada escola teve seus dados revelados onde demonstraram em qual nível de pensamento geométrico estavam seus alunos em relação ao modelo de Van Hiele. A seguir, mostraremos os dados finais de cada escola.

Tabela 18- Escola A

Escola A – Total: 32 alunos	
Nível	**Número de alunos**

Nível básico	08
Nível 1	01
Nível 2	0
Sem nível	23

Fonte: Sant'ana, 2009, p.24

De acordo com a tabela acima o autor da pesquisa chega à conclusão de que a maior parte dos alunos pesquisados não está em nenhum dos cinco níveis de pensamento geométrico determinado pelo modelo de Van Hiele, isto significa que em sua visão o aluno não consegue reconhecer uma figura geométrica, não sabe suas propriedades ou definições, não é capaz de construir demonstrações e de demonstrá-la de maneira informal, não consegue elaborar prova formais e de maneira alguma conseguiria construir provas de postulado acerca de qualquer conteúdo geométrico.

Podemos perceber que o autor utiliza a nomenclatura antiga do modelo na elaboração dos dados. Como nossa pesquisa é realizada após a reformulação dessa nomenclatura onde utilizamos os níveis de 1 a 5, decidimos analisar os dados através dos níveis atuais. Com isso chegamos a conclusão de que apenas oito alunos conseguiram alcançar o nível 1 do modelo, onde conseguem visualizar e representar uma figura geométrica . Enquanto isso, apenas um aluno conseguiu alcançar o nível 2, isso porque já dominou o nível 1 e consegue analisar e reconhecer as propriedades de uma determinada figura.

A seguir demonstramos os dados obtidos pela Escola B em relação aos níveis de pensamento do modelo de Van Hiele.

Tabela 19- Escola B

Escola B – Total: 61		
Nível	**Turma 1**	**Turma 2**
Básico	20	15
Nível 1	0	0
Nível 2	0	0
Sem Nível	12	24
	Total: 32 alunos	Total: 29 alunos

Fonte: Sant'ana, 2009, p.25

A tabela acima refere a escola B onde participaram da pesquisa duas turmas da 8ª série A (turma 1 e turma 2).Na turma 1 foram pesquisados 32 alunos e na turma 2 foram pesquisados 29 alunos, com isso na escola B teve um total de 61 alunos pesquisados.

De acordo com a tabela acima doze alunos não possuem habilidades suficientes para estar inseridos em um dos cinco níveis de pensamento geométrico desenvolvido pelo modelo de Van Hiele, assim o autor da pesquisa os classificou como "sem nível", não demonstrando nenhum argumento para essa categorização. Esse argumento segue na turma 2, mas com o aumento mais expressivo em relação a quantidade de alunos que são 24 classificados como sem nível. Em relação ao nível 1(básico), a turma 1 possui vinte alunos que permanecem nesse nível, enquanto na turma 2 esse número diminui para 15 alunos. E por fim tanto na turma 1 quanto na turma 2 nenhum dos alunos conseguiram alcançar os demais níveis do modelo.

A seguir demonstramos os dados obtidos pela Escola C em relação aos níveis de pensamento do modelo de Van Hiele.

Tabela 20- Escola C

Escola C – Total: 65		
Nível	**Turma 1**	**Turma 2**
Básico	10	13
Nível 1	0	0
Nível 2	0	0
Sem Nível	24	18
	Total: 34 alunos	Total: 31 alunos

Fonte: Sant'ana, 2009, p.26

De acordo com a tabela acima, na escola C participaram da pesquisa duas turmas da 8ª série (turma 1 e turma 2).Na turma 1 foram pesquisados 28 alunos e na turma 2 foram pesquisados 29 alunos, com isso na escola C teve um total de 65 alunos pesquisados.

Ao analisarmos a tabela podemos perceber que o autor do estudo determinou que na turma 1 em um total de 34 alunos pesquisados 14 estão sem nível, sendo estes não possui conhecimentos suficientes para ser inseridos em um dos cincos níveis do modelo de Van Hiele, e na turma 2 de 31 alunos pesquisados 18 encontra-se nesta mesma situação. Em relação ao nível 1(básico), a turma 1 possui 10 alunos que permanecem nesse nível enquanto na turma 2 esse número sobe para 13 alunos. E por fim tanto na turma 1 quanto na turma 2nenhum dos alunos conseguiram alcançar os demais níveis do modelo.

A seguir demonstramos os dados obtidos pela Escola D em relação aos níveis de pensamento do modelo de Van Hiele.

Tabela 21- Escola D

Escola D – Total: 61		
Nível	**Turma 1**	**Turma 2**
Básico	13	19
Nível 1	0	0
Nível 2	0	0
Sem Nível	15	14
	Total: 28 alunos	Total: 33 alunos

Fonte: Sant'ana, 2009, p.27

Conforme a tabela acima referente a escola D onde participaram da pesquisa duas turmas da 8ª série a (turma 1 e turma 2).Na turma 1 foram pesquisados 28 alunos e na turma 2 foram pesquisados 33 alunos, com isso na escola D teve um total de 61 alunos pesquisados.

De acordo com a tabela, após a análise em relação ao estudo o autor determina que na turma 1 num total de 28 alunos pesquisados 15 não possui conhecimento suficiente para ser inseridos em um dos cinco níveis do modelo de Van Hiele, e na turma 2 de 33 alunos pesquisados 14 possui as mesmas características. Em relação ao nível 1(básico), a turma 1 possui 13 alunos que permanecem nesse nível, enquanto na turma 2 esse número são 19 alunos. E por fim tanto na turma 1 quanto na turma 2 nenhum dos alunos conseguiram alcançar os demais níveis do modelo.

3.4 Avaliação do cenário da pesquisa 3

Primeira etapa da análise:

A terceira pesquisa analisada é do trabalho de conclusão de curso de Juliana Maria Souza Rangel dos Santos, intitulado de: ***A Teoria de van Hiele no estudo de áreas de polígonose poliedros***. De acordo com a autora foi proposta uma sequência didática envolvendo a área dos poliedros e polígonos. A sequência foi baseada nos níveis de pensamentos geométricos desenvolvidos pelos van Hiele , sendo aplicada numa escola públicapara os alunos do 9º ano do Ensino Fundamental ,os quais submetidos à pré-teste e pós-teste.

De acordo com Santos (2015), a pesquisa foi realizada na Escola Estadual Doutor Barros Barreto, na cidade de Campos dos Goytacazes, Rio de Janeiro-RJ, trata-se de um distrito com características rurais, que fica distante aproximadamente 30 km da cidade. A escola pesquisada é onde a pesquisadora leciona.

Segundo Santos (2015) a sequência didática foi dividida em quatro etapas: ***1ª Etapa:*** identificação por meio dos pré-testes dos Van Hiele, do nível de maturidade geométrica dos alunos; ***2ª Etapa*:** aplicação de pré-testes sobre áreas; ***3ª Etapa*:** intervenção pedagógica; ***4ª Etapa*:** aplicação de pós-testes sobre áreas das figuras geométricas.

De acordo com Santos (2015), o teste aplicado foi elaborado pela equipe do Projeto Fundão e contém 15 questões distribuídas em três blocos, e cada um dos blocos corresponde a um dos níveis de Van Hiele. O ***1º bloco***; são de questões que pautam-se no nível 1; ***2º bloco;*** são questões de 6 a 10 referem-se ao nível 2 e o ***3º bloco;*** são questões que procuram avaliar habilidades do nível 3.

> A pesquisa foi realizada nas turmas 901 e 902 do Colégio Estadual Doutor Barros Barreto, no turno da manhã. Na turma 901, estão matriculados 24 alunos, porém cinco não frequentavam. Na 902, são 23 matriculados com apenas 17 frequentando. Totalizando 36 alunos como sujeitos desta pesquisa, com idades entre 16 e 19 anos. (SANTOS, 2015, p.57)

De acordo com Santos (2015) os dados da pesquisa foram coletados no final do ano de 2014, nos meses de outubro a dezembro, e foram realizados 7 encontros de 2 horas/aula cada, como demonstra o quadro abaixo.

Imagem 21:Cronograma dos encontros com os alunos

Data	Tarefa	Participantes
24/10	Aplicação do teste de Van Hiele	35 alunos
31/10	Aplicação do teste sobre áreas	36 alunos
07/11	Atividade I- estudo dos poliedros com o auxílio do software Poly;	35 alunos
14/11	Atividade II - Deduzindo fórmulas de áreas de figuras planas com o Geoplano	36 alunos
21/11	Atividade III - Triângulos com bases congruentes e alturas congruentes e Atividade IV - Calculando a quantidade de papelão necessária para produção de embalagens	34 alunos
28/11	Atividade V - Calculando a área dos ambientes da escola e Confecção do cartaz	35 alunos
05/12	Reaplicação do teste sobre áreas	36 alunos

Fonte: Santos, 2015, p.59

Como podemos perceber a pesquisa foi realizada em duas turmas do 9º ano do ensino fundamental de uma escola pública de um pequeno distrito do Estado do Rio de Janeiro. Ao todo participaram da pesquisa 36 alunos, sendo 19 da turma 901 e 17 alunos da turma 902. Pelo fato da pesquisadora já lecionar nas turmas ficou mais fácil desenvolver um cronograma para a aplicação dos testes referente à pesquisa. Pelo cronograma percebemos como a aplicação do teste foi organizado sendo divididos em 7 encontros e cada um com suas atividades propostas.

As Orientações Curriculares do ensino fundamental do Rio de Janeiro tem como objetivo levar o ensino da matemática ao aluno de maneira que seja capaz construir de passo a passo seu conhecimento através de problemas reais e contextualizados, com isso um do seu propósito é de desenvolver o raciocínio lógico.

Os conteúdos curriculares possuem habilidades que devem ser trabalhadas diariamente nas salas de aulas com o objetivo de identificar se o aluno possui alguma dificuldade em relação ao conteúdo abordado.

As orientações curriculares do ensino da matemática do Estado do Rio de Janeiro procurou desenvolver características específicas em cada área de ensino. A estrutura do documento está separada por eixos (números e operações, tratamento da informação, espaço e forma, grandezas e medidas), objetivos, conteúdos, habilidades e algumas sugestões de atividades em relação ao conteúdo.

Em relação ao conteúdo de *áreas polígonos e poliedros* desenvolvidos pela pesquisa o currículo do Rio de Janeiro destaca o seguinte:

Objetivo

- Compreender o conceito de forma de uma figura geométrica e reconhecer as relações entre elementos de figuras semelhantes, na identificação das medidas que não se alteram (ângulos) e das que se modificam (dos lados, das superfícies e do perímetro) em ampliações e reduções de figuras planas, estendendo ao estudo de triângulos retângulos e de noções de trigonometria.

Habilidade

- Identificar os polígonos regulares

Sugestão de atividades

Através do traçado de polígonos, cujos vértices são pontos da circunferência, o aluno poderá perceber que os polígonos são regulares. Propor situações problema que envolvam triângulos, quadrados e hexágonos inscritos numa circunferência, para que o aluno possa perceber a relação entre raio, apotema e lado.

Quadro 12- Matemática 9ºano

UNIDADES TEMÁTICAS	OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
GEOMETRIA	Demonstrações de relações entre os ângulos formados por retas paralelas interceptadas por uma transversal	*(EF09MA10)* Demonstrar relações simples entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal.
	Relações entre arcos e ângulos na circunferência de um círculo	*(EF09MA11)* Resolver problemas por meio do estabelecimento de relações entre arcos, ângulos centrais e ângulos inscritos na circunferência, fazendo uso, inclusive, de softwares de geometria dinâmica.
	Semelhança de triângulos	*(EF09MA12)* Reconhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes.
	Relações métricas no triângulo retângulo Teorema de Pitágoras: verificações experimentais e demonstração Retas paralelas cortadas por transversais: teoremas de proporcionalidade e verificações experimentais.	*(EF09MA13)* Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos. *(EF09MA14)* Resolver e elaborar problemas de aplicação do teorema de Pitágoras ou das relações de proporcionalidade envolvendo retas paralelas cortadas por secantes

	Polígonos regulares	*(EF09MA15)* Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular cuja medida do lado é conhecida, utilizando régua e compasso, como também softwares.
	Distância entre pontos no plano cartesiano	*(EF09MA16)* Determinar o ponto médio de um segmento de reta e a distância entre dois pontos quaisquer, dadas as coordenadas desses pontos no plano cartesiano, sem o uso de fórmulas, e utilizar esse conhecimento para calcular, por exemplo, medidas de perímetros e áreas de figuras planas construídas no plano.
	Vistas ortogonais de figuras espaciais	*(EF09MA17)* Reconhecer vistas ortogonais de figuras espaciais e aplicar esse conhecimento para desenhar objetos em perspectiva.

Fonte: BNCC, 2018, p.318-320

As orientações curriculares do Rio de Janeiro deixam claro o objetivo que o cada conteúdo deve abordar, através dessa meta espera-se que o aluno consiga construir seu conhecimento em relação ao assunto abordado. Um dos pontos que podemos destacar nestas orientações são as sugestões que o documento oferece ao professor para elaborar ou desenvolver suas atividades em relação ao conteúdo, cabe ele querer ou não desenvolver essas sugestões, contudo suas atividades não podem fugir dos objetivos e habilidade exigida neste documento.

Em seguida analisamos o que a BNCC exige em relação ao conteúdo de *áreas polígonos e poliedros*.

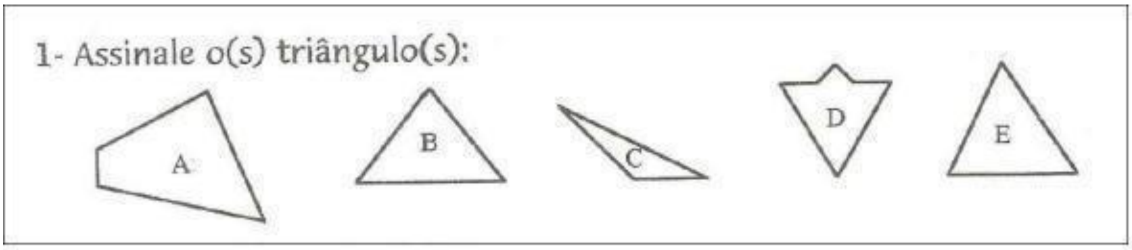
Analisamos que as orientações curriculares do Rio de Janeiro trás o elemento a sugestão de atividades que possam ser trabalhadas em determinada turma. Já a BNCC por outro lado não oferece esse elemento, apenas demonstra os objetos de conhecimento de cada unidade temática que devem possuir habilidades para cada conteúdo. Assim notamos que a BNCC tem como objetivos algo que se espera alcançar e o currículo define como alcançar os objetivos.

Segunda etapa da análise da pesquisa

3.4.1 Aplicação do teste

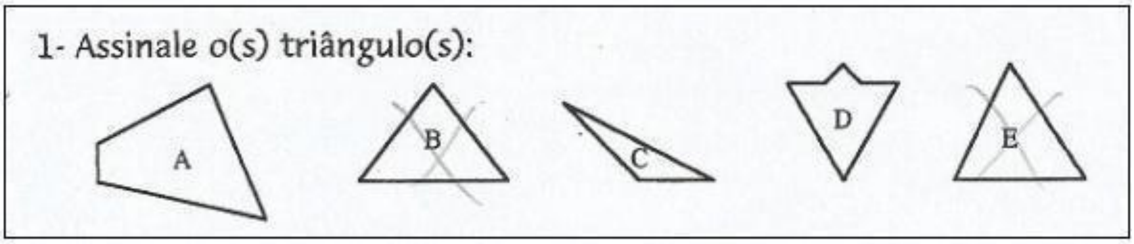
Questão 1

Imagem 22: Questão 1



Fonte: Santos, 2015, p.61

Imagem 23: Respostas de um aluno a questão 1

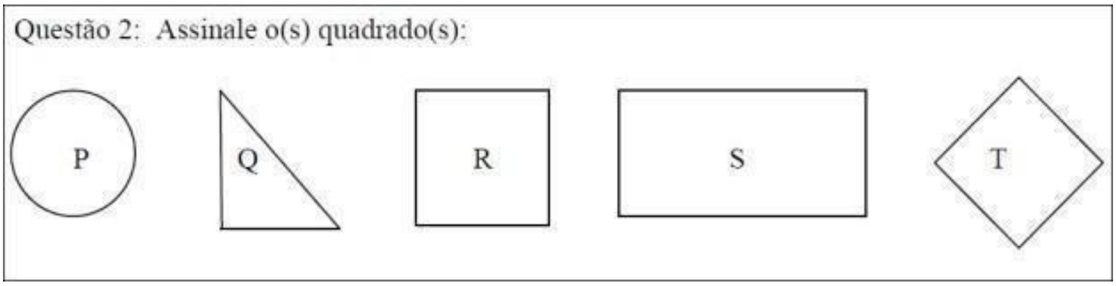


Fonte: Santos, 2015, p.61

De acordo com essa questão foram dadas cinco figuras geométricas e o aluno deveria marcar qual (is) figura(s) representa(m) um triângulo. E segundo a autora apenas 15 alunos acertaram a questão. Sendo 36 alunos pesquisados podemos perceber que 21, ou seja, 58,33 % alunos erraram a questão. Não sabemos o motivo dos erros dos alunos, pois a autora da pesquisa não fornece nenhum dado para o leitor, disse apenas que 15 alunos acertaram. Mas de acordo com os dados podemos compreender que a maioria dos alunos não conhece a figura do triângulo. Eles conhecem, mas quando representado de outra maneira, como no caso C,pensam que não seja triângulos.

Questão 2

Imagem 24:Questão 2



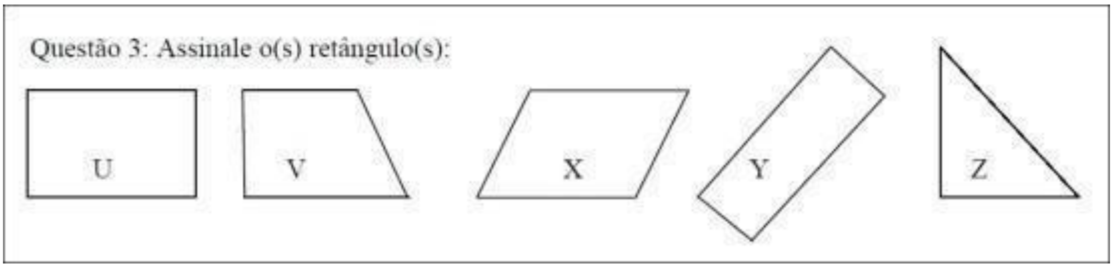
Fonte: Santos, 2015, p.62

Analisando a questão foram dadas cinco figuras geométricas onde o aluno deveria marcar qual das figuras representa um quadrado. De acordo Santos (2015) somente 17 alunos acertaram as respostas marcando a figura *R*, como sendo um quadrado, desconsiderando a figura *T*. Dois alunos erraram a questão, marcando *R* e *S* sem justificativa.

De acordo com a análise da autora ela considerou que dois alunos erraram a questão pelo fato deles não justificarem sua resposta, sendo que na questão não é pedido nenhuma justificativa, apenas que seja marcada a figura que representa um quadrado. Como esse teste se refere ao nível básico do modelo de Van Hiele, ela não deveria exigir do aluno que justificasse o aluno em sua resposta, isto é, expor as propriedades da figura, isso só deveria ser cobrado no nível seguinte.

Questão 3

Imagem 25: Questão 3



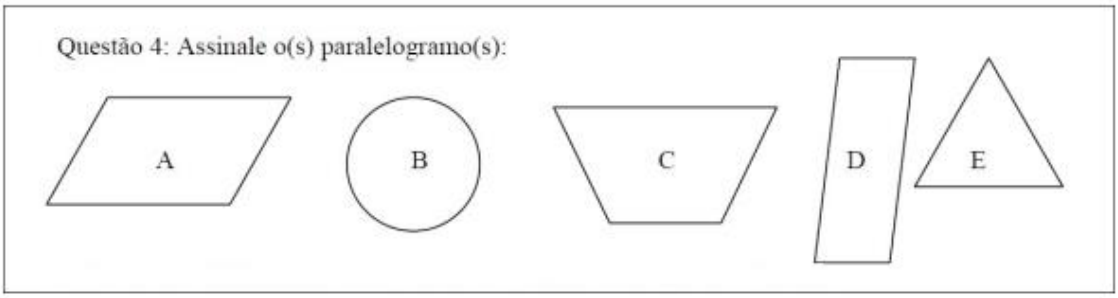
Fonte: Santos, 2015, p.61

Na terceira questão foi pedido para que o aluno dentre as cinco figuras marcasse a que representava a figura de um retângulo. De acordo com Santos (2015) dos 36 alunos pesquisados, cerca 21 marcaram a figura *U* e 6 marcaram a Figura X como sendo retângulo e apenas 9 alunos acertaram a resposta.

Percebemos que a maioria dos alunos não conhecem a classificação dos quadriláteros, isto é, não conseguem compreender que determinadas figuras geométricas possuem as mesmas propriedades que outras. Na questão podemos notar que as figuras U e X possuem a mesma classificação, isto é, o paralelogramo possui lados opostos paralelos e o retângulo possui lados paralelos. Notamos que 75% dos alunos erram por não ter marcado as duas figuras U e X como sendo figuras retangulares à questão. E nenhum aluno marcou a opção Y como sendo uma figura retangular.

Questão 4

Imagem 26: Questão 4



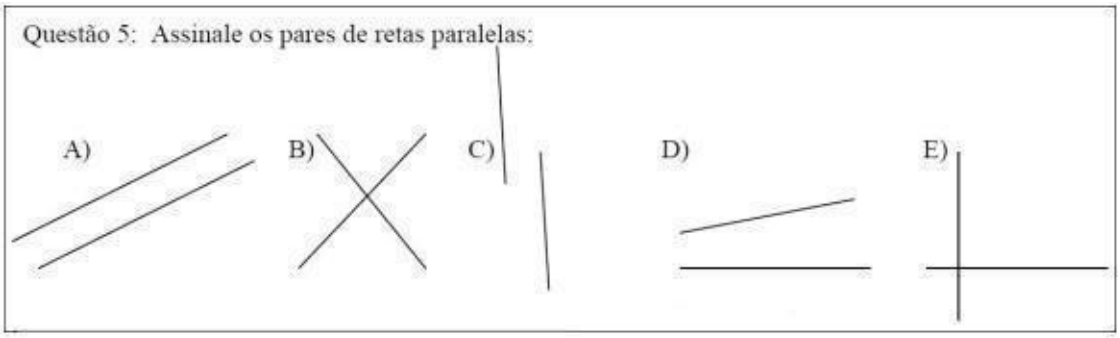
Fonte: Santos, 2015, p.62

Nesta questão foi pedido para que os alunos marcassem qual das cinco figuras representa um paralelogramo. De acordo com Santos (2015) dos 36 alunos pesquisados, 16 alunos acertaram a resposta, contudo não deram justificativas. Cerca de 3 alunos não marcaram nenhuma das alternativas justificando que não sabiam o que era um paralelogramo.17 alunos erraram a questão, sendo que 9 deles marcaram a figura C e 8 marcaram apenas a Figura A.

Percebemos de acordo com os dados que 44,45 % dos alunos acertaram a questão marcando corretamente a letra A e D. Contudo, 55,55% dos alunos erraram a questão marcando a figura C ou a figura A. Notamos assim, que alguns alunos não conhecem as propriedades de um paralelogramo, chegando a confundir com um trapézio. O trapézio é quadrilátero que possui apenas um par de lados opostos paralelos, enquanto um paralelogramo possui lados opostos paralelos e congruentes.

Questão 5

Imagem 27: Questão 5



Fonte: Santos, 2015, p.62

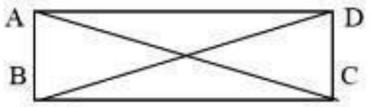
Nesta questão foi pedido ao aluno que assinalasse qual das figuras representa um par de retas paralelas. De acordo com Santos (2015) dos 36 alunos pesquisados, 25 acertaram os pares de retas paralelas marcando a alternativa A e C. Contudo, 6 alunos marcaram a alternativa B e E que expressam as retas concorrentes confundindo os conceitos de retas paralelas com de retas concorrentes. E 5 alunos marcaram as alternativas A,C e D, no qual justificaram que “retas paralelas não se cruzam”, porém não se atentou que na alternativa D se o desenho fosse prolongado as retas se cruzam deixando assim de ser retas paralelas.

Analisando a questão percebemos que 69,44 % dos alunos acertaram a questão, deixando claro que conhecem o conceito de retas paralelas. Contudo 16,66% dos alunos ainda não assimilou o conceito de retas paralelas, sendo que marcaram alternativas que correspondiam ao conceito de retas concorrentes, deixando evidente que há uma confusão no domínio desses conceitos. E 13,90 % erram a questão por intuição, ou seja, percebeu que a representação dada "parecia ser de retas paralelas", não percebendo que uma reta é ilimitada e infinita que poderiam ser cruzar.

Questão 6

Imagem 28: Questão 6

Questão 6: No retângulo ABCD (Figura 8), as linhas AC e BD são chamadas de diagonais. Assinale a(s) afirmativa(s) verdadeira(s) para todos os retângulos:



a) Têm 4 ângulos retos.

b) Têm lados opostos paralelos.

Figura 8- Figura constante da questão 6 do teste dos níveis de van Hiele.

c) Têm diagonais de mesmo comprimento.

d) Têm os 4 lados iguais.

e)Todas são verdadeiras.

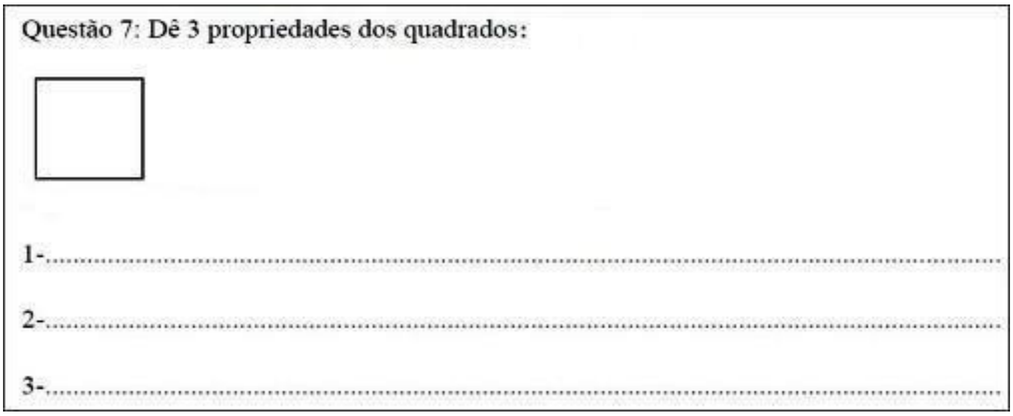
Fonte: Santos, 2015, p.63

De acordo com Santos (2015) dos 36 alunos pesquisados, 12 alunos acertaram a questão marcando corretamente as opções A,B e C .Contudo, cerca de 15 alunos erraram a questão, como justificativa, disseram que não compreenderam o termo "diagonais" . Sendo que apenas 2 alunos acertaram questão sem justificativa e 7 marcaram a opção A, que diz que "tem 4 ângulos retos", a única afirmativa verdadeira em relação aos retângulos

Percebemos que alguns alunos não aprenderam o conceito de diagonais ou não viu por algum motivo como foi expresso em suas respostas. Sendo assim, 41,66 % dos alunos utilizaram o argumento de não compreender o termo diagonal ao não responder a questão, e às vezes também não conhece as propriedades do retângulo, pois nem tentaram responder a questão, por outro lado, apenas 33,33% dos alunos compreenderam o conceito de diagonal e através disso pressupomos que o aluno conhece as propriedades de um retângulo. Cerca de 5,55% dos alunos acertaram a questão sem nenhuma justificativa, nos deixando considerar que seu acerto foi através de um chute aleatório. O mesmo ocorreu quando 19,46% dos alunos marcaram a opção A.

Questão 7

Imagem 29: Questão 7


Questão 7: Dê 3 propriedades dos quadrados:

1-..

2-..

3-..

Fonte: Santos, 2015, p.64

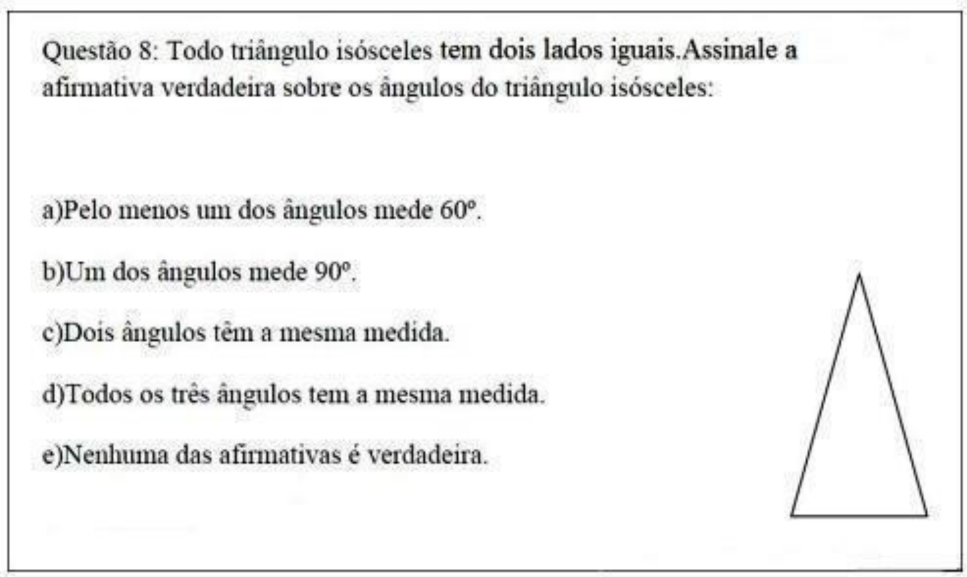
Como podemos perceber esta questão faz parte do avanço de um nível para nível seguinte, segundo o desenvolvimento do pensamento geométrico a partir do modelo de Van Hiele. Notamos que nesta questão é pedido ao aluno que exponha três propriedades doquadrado. De acordo com Santos (2015) de 36 alunos pesquisados 13 não responderam a questão, justificando que não conheciam o termo “propriedades”. 10 alunos acertaram as duas propriedades: “*tem 4 lados iguais”* e *“tem 4 ângulos retos”*. 3 acertaram somente uma propriedade: *“tem 4 lados iguais”*, e 10 acertaram as três propriedades.

Cerca de 27,77% dos alunos acertaram duas propriedades do quadrado, enquanto 8,34% acertaram pelo menos uma propriedade e 27,77% acertaram as três propriedades.

De acordo com os dados analisados percebemos que 36,12% dos alunos não responderam a questão e isso nos leva a acreditar que estes alunos não conhecem as propriedades do quadrado. Supomos que parte dos motivos dos alunos não responderem é devido não terem assimilado a representação das figuras do quadrado e suas propriedades, definição. Isso se apresenta quando expõem que não conhecem, entendemos que não há como estudar os quadriláteros sem dizer o que são suas propriedades, sendo o papel do professor orientar esses alunos sobre o que determina uma propriedade de uma figura.

Questão 8

Imagem 30: Questão 8



Questão 8: Todo triângulo isósceles tem dois lados iguais.Assinale a afirmativa verdadeira sobre os ângulos do triângulo isósceles:

a)Pelo menos um dos ângulos mede 60º.

b)Um dos ângulos mede 90º.

c)Dois ângulos têm a mesma medida.

d)Todos os três ângulos tem a mesma medida.

e)Nenhuma das afirmativas é verdadeira.

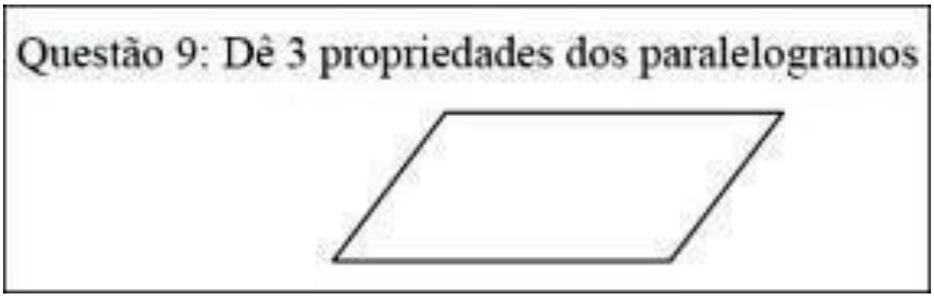
Fonte: Santos, 2015, p.65

Analisamos a questão dos tipos de triângulos em que foi pedido que os alunos marcassem a alternativa que faz referência ao ângulo de um triângulo isósceles com base em sua definição. Assim, percebemos que esta questão se baseia na interpretação e raciocínio lógico do aluno. De acordo com Santos (2015) dos 36 alunos pesquisados 16 acertaram a questão marcando a alternativa C como correta, afirmando que "*dois ângulos de um triângulo isósceles têm a mesma medida*". E de acordo com o autor os alunos justificaram que só conseguiram responder a questão por ter utilizado o desenho como referência, assim afirmando que talvez, sem a figura não tivessem acertado. Contudo, os 20 alunos restantes não foram citados nas análises, assim não podemos considerar que estes alunos erraram a questão e por algum motivo o autor não quis expor as respostas desses alunos em suas análises.

Como foi exposto anteriormente nesta pesquisa, o desenho geométrico é uma ferramenta importante para que o aluno consiga expor seus conhecimentos sobre determinadas figuras, de modo que o auxilie em sua representação tornando o objeto de estudo de fácil compreensão. Um aluno deixou claro que ao desenhar uma figura ele consegue "ver e visualizar" ao mesmo tempo.

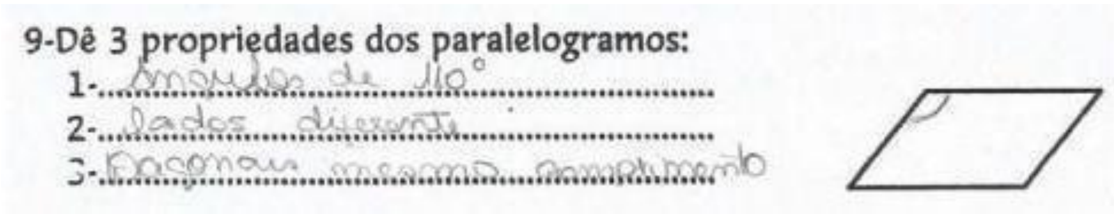
Questão 9

Imagem 31: Questão 9



Fonte: Santos, 2015, p.65

Imagem 32- Resposta de um aluno a questão 9



Fonte: Santos, 2015, p.65

Examinando a questão percebemos que segue o mesmo intuído da questão anterior, isto é, por se referir ao nível 2 do modelo de van Hiele exige do aluno o conhecimento de propriedades. De acordo com Santos (2015) dos 36 alunos pesquisados, 25 não responderam a questão, e em seu argumento expressou que não sabiam o que era o termo “propriedades”. Temos que 8 alunos escreveram como propriedade *“tem lados diferentes”*. E apenas 3 alunos citaram duas propriedades corretas, apesar de não conseguirem usar termos adequados. Segundo a autora, eles responderam da seguinte forma: *“tem ângulos iguais (dois a dois)” e “tem lados iguais (dois a dois)”.* Vimos que 8,33% dos alunos escreveram pelo menos duas propriedades do paralelogramo, deixando assim exposto que conhecem a figura e algumas de suas propriedades.

Percebemos que 69,44 % dos alunos não conhecem o termo propriedade e isso nos leva a acreditar que os alunos não tiveram contato com este termo e o estudo e classificação dos quadriláteros permanecem com lacunas que precisam ser superadas para que o aluno possa compreender e adquirir de fato uma aprendizagem significativa do conteúdo. Conforme aponta o modelo, se o professor saltar etapas deixará o aluno sem direção, pois não conhecem os termos básicos necessários para desenvolver pensamento matemático.

Questão 10

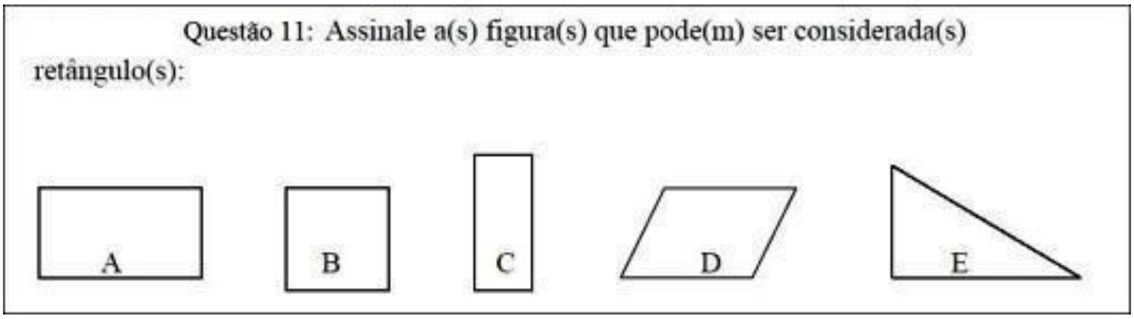
A décima questão da pesquisa pede que seja dado um exemplo de quadrilátero cujas diagonais não tenham o mesmo comprimento. E o aluno deve desenhar esse quadrilátero.

De acordo com Santos (2015) dos 36 alunos que participaram da pesquisa apenas 12 alunos tentaram responder, e desses 12 apenas 5 acertaram a questão. Os outros 24 nem tentaram responder utilizaram o argumento de que não conheciam o termo "diagonais".

Percebemos que novamente os alunos utilizam o argumento de não conhecer determinado termo, nos levando a compreender que os alunos ainda não são capazes de associar as características de uma determinada figura com linguagem matemática, não sabendo assim o que significa tais termos. Na geometria para que o aluno tenha compreensão do que são quadriláteros é necessário que assimile os termos utilizados na construção de sua situação-problema e isso não está ocorrendo. O aluno não sabe o que significa tal termo quando é cobrado.

Questão 11

Imagem 33: Questão 3



Fonte: Santos, 2015, p.66

Examinando a questão vimos que são dadas cinco figuras geométricas pedindo ao aluno que marcasse a alternativa que pode ser considerada retângulo. De acordo com Santos (2015) dos 36 alunos pesquisados 24 marcaram as figuras A e C como sendo retângulos justificando que um retângulo é uma figura que *"possui lados de medidas diferentes"*. Tendo
7 alunos marcaram corretamente as letras A, B e C, e apenas 5 deles justificaram corretamente. E apenas 5 alunos marcaram somente a letra A e não justificaram.

Percebemos após uma análise que a maioria dos alunos conhece o retângulo e suas classificações, pois estes alunos marcaram as alternativas corretas, bem verdade que alguns não marcaram a figura B, pois acreditamos que ficaram confusos, sendo que todo quadrado é também um retângulo, mas nem todo retângulo pode ser considerado um quadrado. Assim concluímos que 66,67 % dos alunos marcaram a figura A e C e pode ter se confundido em relação ao quadrado. Em relação ao acerto da questão, 19,44% dos alunos responderam corretamente a questão, e 13,89% dos alunos marcaram apenas a letra A. Assim, vemos que os alunos sabem que o triângulo e o paralelogramo não possuem características que possam tornar-se uma figura retangular.

Questão 12

Imagem 34: Questão 12 do teste de Van Hiele

Questão 12: Os quatro ângulos A, B, C e D de um quadrilátero ABCD são todos iguais.

a)Pode-se afirmar que ABCD é um quadrado?..

b)Por quê? ....

c) Que tipo de quadrilátero é ABCD? ....

Fonte: Santos, 2015, p.67

Nesta questão espera-se que o aluno possua um conhecimento mais avançado acerca dos quadriláteros, ou seja, foi dada a propriedade de uma figura geométrica ao qual o aluno deve responder qual figura possui tal propriedade. De acordo com Santos (2015) dos 36 alunos pesquisados 13 responderam corretamente os três itens da questão. Contudo, 8 alunos não responderam o item b e c sendo que apenas 5 alunos responderam o item a, e não justificaram corretamente o item b, nem souberam classificar o quadrilátero no item c. E por fim 10 alunos não responderam a questão.

Percebemos nesta questão que 36,11% dos alunos acertaram a questão respondendo que a figura é um retângulo e suas justificativas foram plausíveis. Mas enquanto 22,22% dos alunos conheciam a figura, por outro lado eles não conseguiam dizer o porquê aquela característica determinava tal figura, isso nos indica que o aluno não aprendeu significativamente sua propriedade e sim que outro momento que foi cobrado seu conhecimento apenas tinha somente memorizado.

E 13,89% dos alunos soube determinar que as características citadas eram de umretângulo, mas não conseguiram responder os itens seguintes. Assim, chegamos à conclusão deque todos os alunos questionados sobre tal figura souberam dizer qual era, contudo, suas características e propriedades não foram consolidadas.

Questão 13

Imagem 35: Questão 13 do teste de Van Hiele

Questão 13:
13-Pode-se afirmar que todo retângulo é também um paralelogramo?...............................
Por quê?...
....

Fonte: Santos, 2015, p.67

Nesta pergunta foi questionado ao aluno se todo retângulo era paralelogramo e foi solicitado que sua resposta estivesse seguida de uma justificativa. De acordo com Santos (2015) dos 36 alunos pesquisados 19 não responderam a questão e desses 17 justificaram que não sabiam o que é um paralelogramo. Teve 4 dos alunos que responderam apenas “sim” não justificando. E 13 alunos responderam “não” sendo que 4 deles tentaram justificar, mas não conseguiram.

Percebemos a partir de pesquisas anteriores que a maioria dos alunos não conhecem a figura do paralelogramo. E isso faz com que o aluno não consiga conhecer e explicar propriedades de uma figura que não conhece. Não conhecemos de fato o motivo que esse aluno não conhece essa figura, contudo, acreditamos que eles tenham estudado em sala de aula, mas não a assimilou, pois é uma figura que possui pouca representatividade em sua vida cotidiana não criando assim pontos de ancoragem para se assegurar. E essa situação é deixada clara quando 52,78% dos alunos afirmam não conhecer a figura do paralelogramo.

Questão 14

Imagem 36: Questão 14 do teste de Van Hiele

Questão 14: Considere as afirmativas:

I)A figura X é um retângulo.
II)A figura X é um triângulo.
Assinale a afirmativa verdadeira:

a)Se I é verdadeira, então II é verdadeira.
b) Se I é falsa, então II é verdadeira.
c)I e II não podem ser ambas verdadeiras.
d)I e II não podem ser ambas falsas.
e)Se II é falsa, então I é verdadeira.

Fonte: Santos, 2015, p.67

Nessa questão foram dadas duas figuras, onde uma representava um retângulo e a outra um triângulo. Foi pedido ao aluno que marcasse a alternativa que representasse a hipótese verdadeira. De acordo com Santos (2015) dos 36 alunos pesquisados 11 marcaram a alternativa C como correta e os outros 25 alunos erraram a questão, pois o autor revela que os alunos alegaram que não entenderam o enunciado da questão.

Como percebemos na justificativa dos 69,44% dos alunos que erram citaram que o enunciado foi o que se confundiram. Assim, percebemos que o aluno possui uma imensa dificuldade na interpretação de uma situação-problema e isso o leva ao erro. Contudo, o professor deve ter cuidado nas questões que escolhem, pois ao não contextualizar o aluno não sabe em que direção seguir.

Questão 15

Imagem 37: Questão 15 do teste de Van Hiele

Questão 15: Assinale a afirmativa que relaciona corretamente as propriedades dos retângulos e dos quadrados:

a)Qualquer propriedade dos quadrados é também válida para os retângulos.

b)Uma propriedade dos quadrados nunca é propriedade dos retângulos.

c)Qualquer propriedade dos retângulos é também válida para os quadrados.

d)Uma propriedade dos retângulos nunca é propriedade dos quadrados.

e)Nenhuma das afirmativas anteriores.

Fonte: Santos, 2015, p.68

Nesta questão é pedido que o aluno marcasse a alternativa que expressa às propriedades dos retângulos e quadrados onde foram dadas cinco alternativas. De acordo com Santos (2015) dos 36 alunos pesquisados, 9 acertam a opção correta, marcando a alternativa c. Contudo, 19 alunos erraram a questão e 8 nem tentaram respondê-la.

Percebemos que 54,78% dos alunos conhecem a figura do retângulo e do quadrado, mas não conhecem suas propriedades. Deixando claro que o aluno segundo o modelo de Van Hiele não adquiriu conhecimento suficiente para avançar de nível. Por outro lado, esperamos que não seja chute, que 25% dos alunos acertaram a questão, e isso nos demonstra que conhecem as figuras e suas propriedades.

Após análises chegamos ao resultado de que a pesquisa deixa evidente o baixo nível de rendimento dos alunos em relação às atividades, que foram desenvolvidas para verificar em quais dos níveis de pensamento geométrico estavam. Em seguida, é aplicado o pré-teste sobre Áreas de Polígonos e Poliedros.

3.4.2 Pré-Testes sobre Áreas

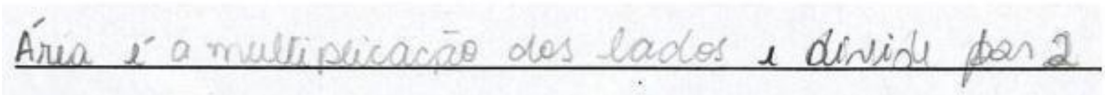
O pré-teste foi aplicado em duas aulas com o objetivo de investigar o conhecimento dos alunos acerca da Área de um Polígono e Poliedros.

Questão 1

Segundo os anexos da pesquisa, na primeira questão do pré-teste é pedido ao aluno que defina com suas palavras o que é área de uma figura.

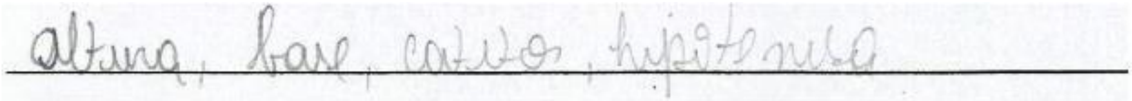
A seguir vemos algumas respostas dadas pelos alunos destacadas por Santos (2015).

Imagem 38: Resposta do sujeito K à questão 1


Área é a multiplicação dos lados e divide por 2

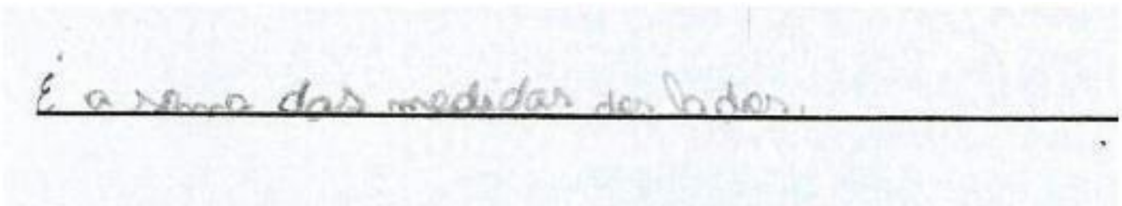
Fonte: Santos, 2015, p.70

Imagem 39: Resposta do sujeito N à questão 1


altura, base, cateto, hipotenusa

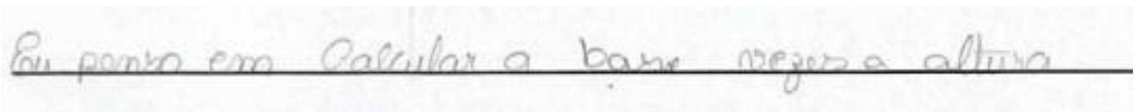
Fonte: Santos, 2015, p.71

Imagem 40: Resposta do sujeito R à questão 1


É a soma das medidas dos lados.

Fonte: Santos, 2015, p.71

Imagem 41: Resposta do sujeito Z à questão 1


Eu penso em Calcular a base vezes a altura

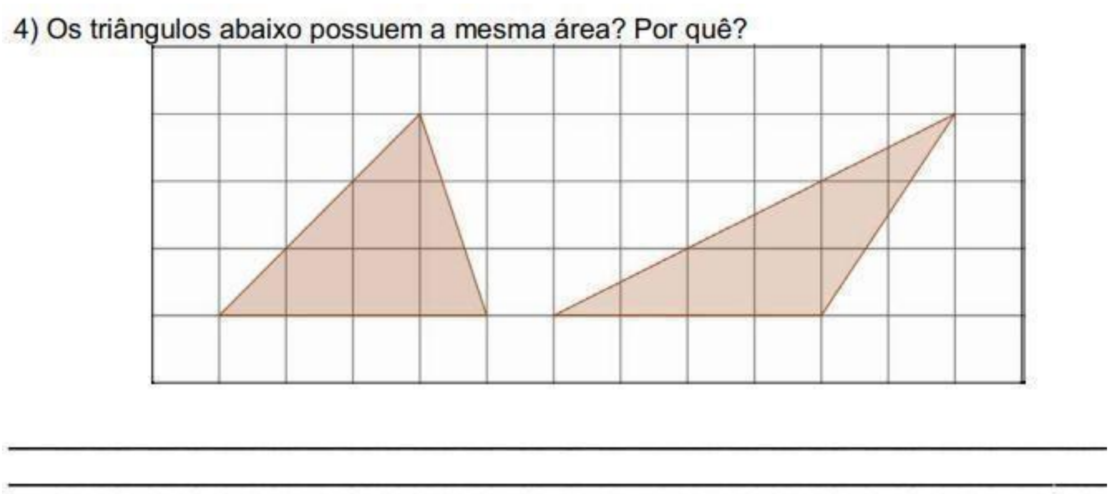
Fonte: Santos, 2015, p.71

Nesta questão foi exigido do aluno na sua percepção o que era área de uma figura. E de acordo comSantos (2015) aproximadamente 84% dos alunos não tem conceito de área claramente definido.

Percebemos que na maioria das respostas dos alunos cita a área de uma determinada figura geométrica, ou até mesmo confundindo a definição de área com a de perímetro. Eles ainda não compreenderam que a área é a medida da superfície de uma figura.

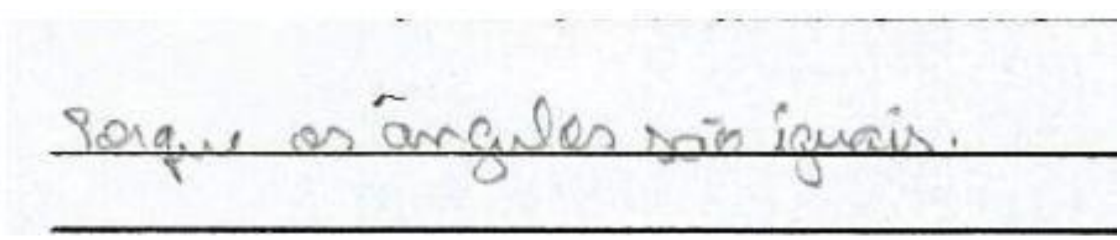
Questão 4

Imagem 42: Questão 4 do teste sobre áreas



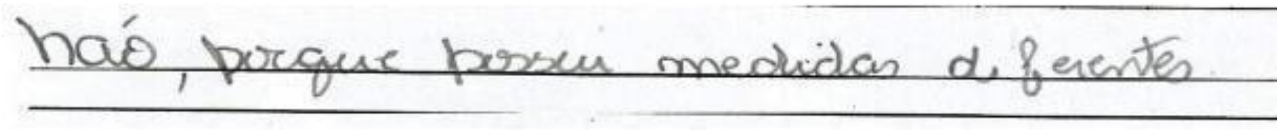
Fonte: Santos, 2015, p.71

Imagem 43: Resposta do sujeito T à questão 4



Fonte: Santos, 2015, p.72

Imagem 44: Resposta do sujeito Y à questão 4



Fonte: Santos, 2015, p.72

De acordo com os dados fornecidos por Santos (2015), nenhum aluno acertou a questão, sendo que 80,56% dos alunos erram e 19,44% nem tentaram resolver a questão deixando-a em branco. E como foi demonstrado acima os alunos tentaram resolver utilizando alguma propriedade do triângulo e acredito que tenha chegado a este ponto devido eles acreditarem que na questão faltem informações, por exemplo dados numéricos. Quando esses dados estão implícitos não conseguem chegar a solução do problema dado.

Observação: as questões 2 ,3 ,5 , 6 ,7,8 ,9 ,10 ,11, 12 e 13 não foram fornecidos dados pelo autor após a aplicação da pesquisa. Apenas foi fornecida a questão e a quantidade de acertos dos alunos. Assim temos a seguinte relação abaixo:

Imagem 45: Relatório de Acertos, Erros e Omissões no pré-teste sobre Áreas

Questões	acertos	erros	em branco
1	6	25	5
2	13	23	0
3	17	19	0
4	0	29	7
5	14	14	8
6	9	24	3
7	0	27	9
8	2	28	6
9	19	15	2
10	21	10	5
11	7	23	6
12	3	25	8
13	4	23	9

Fonte: Santos, 2015, p.72

3.4.3 Intervenção Pedagógica

De acordo com Santos (2015) após a aplicação do pré-teste foi aplicado um sequência didática que chama de intervenção pedagógica, onde deixa claro que as atividades elaboradas procuraram desenvolver as competências e habilidades prevista no currículo do ensino fundamental, cujo intuito é permitir que os alunos possam transitar de um nível para outro.

Segundo um quadro de atividades fornecido pela pesquisadora foram realizados 4 encontros que duraram em média 100 minutos cada. A turma foi dividida em grupos ou duplas e para seu desenvolvimento foram fornecidos materiais e recursos didáticos, tais como o software geoplano, embalagens e fita métrica. E as atividades foram elaboradas e executadas de acordo com as fases de aprendizagem segundo o modelo de Van Hiele. Vejamos a imagem abaixo.

Imagem 46: Atividades de acordo com as fases de aprendizagem

Fase 1	Interrogação/Informação	Atividades com Poly. Quais são os polígonos das faces? O que é um retângulo? O que é um paralelo-gramo?
Fase 2	Orientação Dirigida	Atividades com o Geoplano.
Fase 3	Explicação	Demonstração da área do retângulo na lousa.
Fase 4	Orientação Livre	Cálculo de superfície de embalagens e ambientes da escola.
Fase 5	Integração	Organização do cartaz com as fórmulas de área dos principais polígonos.

Fonte: Santos, 2015, p.73

Atividade utilizando o Geoplano

O Geoplano é um recurso didático que é utilizado no ensino da geometria proporcionando ao aluno a construção do conhecimento matemático através de atividades práticas.

O Geoplano é construído através de uma placa de madeira com forma quadrada ou retangular onde são colocados 70 pregos formando uma malha quadriculada. A distância entre os pregos, tanto na horizontal, quanto na vertical, é sempre a mesma, isto é, a partir de dois pregões consecutivos se considera o comprimento e cada quadradinho formado representa a área. As representações geométricas são feitas utilizando elásticos coloridos e seu objetivo é explorar a construção de figuras e suas classificações.

De acordo com Santos (2015) os recursos utilizados para o desenvolvimento dessa intervenção foram o Geoplano retangular e alguns elásticos coloridos. O objetivo desta atividade foi investigar as contribuições do Geoplano no desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem do conteúdo de polígonos e poliedros através de aplicação de atividades que fazem referência ao modelo de van Hiele.

Segundo Santos (2015) a turma foi dividida em grupos de três componentes onde cada grupo recebeu um geoplano retangular e elásticos coloridos. No primeiro momento a autora explicou um pouco sobre o geoplano e em seguida com o objetivo do aluno manipula o material foi pedido desenhasse qualquer desenho que conhecessem .No segundo momento foi entregue as atividades aos alunos para ser realizada com o uso do geoplano e em seguida o aluno deveria calcular a área de figuras.

De acordo com Santos (2015), quando os alunos foram questionados do que é área para responder a questão, utilizaram as seguintes respostas: "*área é um lugar", "área é um terreno", "área é base às vezes altura"*.

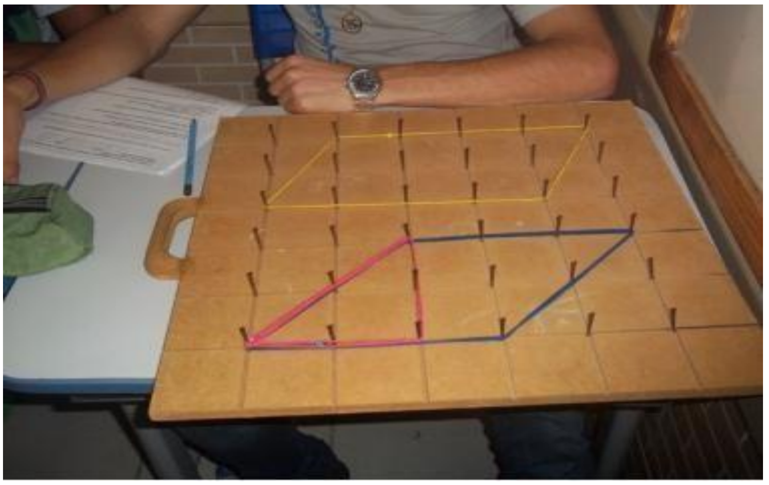
Percebemos que as respostas dadas pelos alunos não definem o conceito de área ,e suas respostas são baseadas na sua intuição e alguns especificam a fórmula de uma determinada figura. Logo em seguida a pesquisadora expõe formalmente o conceito de área, conforme se segue:

> No caso de uma figura plana F qualquer, a área é a medida da porção do plano ocupada por F. Para calcular essa medida, tomamos uma certa unidade de área, a qual é comparada com F, verificando quantas vezes a figura F contém a unidade de área. O número assim obtido é a medida conhecida como área da figura (SANTOS, 2015, p.76).

De acordo com a pesquisadora os alunos sentiram dificuldades em compreender esta maneira como foi explicado e isso os deixou ainda mais confusos e assim foram desenvolvidas atividades na prática com o intuído que aprendessem fazendo.

Analisando essa intervenção aplicada pela pesquisadora percebemos que na hora de demonstrar os dados referentes a cada atividade desenvolvida pelos alunos não foi divulgado. A pesquisadora fez suas análises de forma geral, não detalhando nenhum aspecto em relação a aplicação das atividades. Apenas foram demonstradas a construção do aluno de determinadas figuras, como é apresentado a seguir.

Figura 1: Alunos em atividades com Geoplano



Fonte: Santos, 2015, p.76

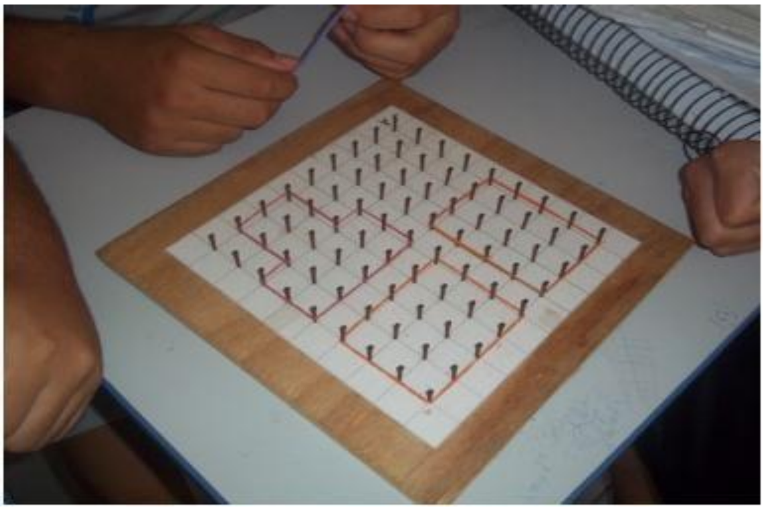
De acordo com Santos (2015) essa atividade tem como objetivo demonstrar ao aluno que a figura de qualquer paralelogramo pode ser transformada em um paralelogramo retângulo e a partir disso pode desenvolver a fórmula do paralelogramo a partir da fórmula de um retângulo. Nessa atividade foi exigido do aluno o aspecto dedutivo que segundo o modelo de van Hiele se desenvolve a partir do terceiro nível.

A seguir a pesquisadora demonstra como os alunos desenvolveram algumas atividades com o auxílio do geoplano.

Figura 2: Alunos em atividades com Geoplano

Fonte: Santos, 2015, p.77

Figura 3: Figuras construídas pelos participantes, no Geoplano



Fonte: Santos, 2015, p.78

Segundo Santos (2015) o objetivo destas atividades é investigar as contribuições do geoplano para a aprendizagem do conteúdo de áreas de polígonos e poliedros. Essas atividades têm como intuito proporcionar ao aluno a dedução das a áreas de uma figura plana através do geoplano.

3.4.4 Calculando áreas dos ambientes da escola

Após o desenvolvimento de algumas atividades utilizando o geoplano, foi proposta uma segunda atividade envolvendo o cálculo de área, dessa vez próprio ambiente escolar se tornou recurso para desenvolver tal atividade. O objetivo dessa nova proposta foi permitir que o aluno aplique o conceito de área e perceba a sua importância no cotidiano.

De acordo com Santos (2015) os recursos utilizados para o desenvolvimento desta atividade foi necessário à utilização da fita métrica e cartolina, cujo objetivo é permitir que o aluno aplique o conceito de área em seu cotidiano.

Segundo Santos (2015) para a realização desta atividade a turma foi dividida em duplas onde cada uma ficou livre para escolher um ambiente do espaço escolar, no qual deveria calcular a área. Foi dada uma fita métrica a cada grupo para que medissem o espaço escolhido. Após o processo de medição a pesquisadora ressalta que os alunos possuíam dificuldades na hora de realizar os cálculos da área, pois em suas medidas havia casas decimais, embora tenha conseguido chegar aos resultados.

Após este processo seguiu-se para resolver os cálculos na lousa cujo objetivo era apresentar à turma diferentes cálculos de áreas da escola. Logo após a correção a pesquisadora pediu para que o aluno expusesse seu trabalho na cartolina demonstrando a fórmula que foi encontrada de acordo com o ambiente que escolheu para calcular a área.

Figura 4: Atividade de dedução da fórmula de área do paralelogramo.

Fonte: Santos, 2015, p.79

Como percebemos na figura 4, acima, o cálculo da área foi feito com a utilização do Geoplano para que o aluno tivesse mais contato com esse recurso de modo que pudesse desenvolver seu raciocínio e despertasse o interesse em resolver problemas de uma forma mais lúdica. Assim, o aluno pode conhecer mais recursos de material e também desenvolver o cálculo de perímetro de determinada figura.

3.4.5 Calculando a quantidade de papelão necessária para fabricar embalagens

Depois mediram a área de um espaço da escola, foi proposto aos alunos calcular a quantidade de papelão que é necessário para fabricar uma embalagem. Com isso, essa atividade possui como objetivo calcular a área da superfície de diferentes embalagens. Cada aluno poderia escolher uma embalagem que faz parte de seu cotidiano para desenvolver os cálculos.

Segundo Santos (2015) os recursos necessários para o desenvolvimento desta atividade são embalagens e régua. E o objetivo desta atividade é proporcionar ao aluno o cálculo de área de superfície de diferentes embalagens.

Figura 5: Medindo a área

Fonte: Santos, 2015, p.80

Aqui percebemos o momento que é realizado a medida de um determinado espaço que foi escolhido, onde a fita métrica foi utilizada como recurso para calcular a área. Essa atividade nos demonstra que quando o aluno entra em contato com recursos podem auxiliá-lo a desenvolver seu raciocínio, pois constrói uma rede de conhecimento sobre determinado objeto de estudo. E com seu desenvolvimento o professor pode exigir mais, por exemplo, sabendo a área da figura e as medidas.

Figura 6: Exemplos de embalagens

Fonte: Santos, 2015, p.80

De acordo com Santos (2015) para a realização desta atividade a turma foi dividida em duplas em que cada uma recebeu duas embalagens de formatos diferentes e réguas. Os alunos neste caso deveriam identificar o polígono de cada face da embalagem e usar a régua para medir suas arestas e com a utilização do Geoplano calcular a área de cada polígono e em seguida calcular a área da embalagem.

Em sua análise, a pesquisadora destacou que os alunos não chegaram a generalizar fórmulas durante a atividade, mas conseguiram desenvolver a área de cada face da embalagem e também sua área total.

A seguir a imagem 47, traz expresso o total de acertos e erros dos alunos de maneira geral em relação às questões aplicadas a respeito do conteúdo de áreas de polígonos e poliedros durante o desenvolvimento da pesquisa por Santos (2015), porém a autora não fornece esses dados através dos níveis de pensamento geométrico do modelo de Van Hiele.

Imagem 47: Índice de acertos no pré e pós-teste sobre áreas

Questões	Pré-teste	Pós-teste
1	27,7%	77,7%
2	36,1%	52,7%
3	47,2%	88,9%
4	0%	63,9%
5	38,9%	80,5%
6	25 %	33,3%
7	0 %	44,4%
8	5,6%	25%
9	52,8%	83,4%
10	58,4%	94,4%
11	19,4 %	44,4%
12	8,3 %	19,4%
13	11,1%	47,2 %

Fonte: Santos, 2015, p.84

De acordo com a tabela podemos perceber que houve uma evolução dos alunos em relação ao processo de ensino e aprendizagem da geometria, e isso podemos notar quando averiguamos os resultados das atividades de antes e depois da realização dos testes. Essa situação demonstra o quanto o modelo de van Hiele teve sua contribuição neste crescimento significativo do pensamento do aluno, pois cada atividade segue as orientações de cada um dosníveisespecificados pelo modelo em que nenhuma etapa foi saltada.

3.5 Avaliação do cenário da pesquisa 4

Primeira etapa da análise:

A Quarta pesquisa analisada é um trabalho de conclusão de curso de Cleidison Cândido da Silva intitulado ***Os Níveis do Pensamento Geométrico no modelo Van Hiele: um estudo de caso envolvendo quadriláteros***. A pesquisa foi realizada com estudantes do 9º ano do ensino fundamental de duas escolas, sendo uma pública e outra particular da cidade de Rio Tinto – PB, localizada a 60 km de João Pessoa. De acordo com Silva (2015), o instrumento de pesquisa utilizado foi questionário semiestruturado composto de questões abertas e fechadas. Após esse diagnóstico foi elaborado e aplicado uma sequência didática com o objetivo de identificar os níveis de pensamento geométrico segundo o modelo de Van Hiele.

Silva (2015) destaca que a instituição privada não possui laboratórios específicos para as disciplinas e nem bibliotecas para os alunos. Na escola possui dois professores de matemática responsáveis pelas turmas do Ensino Médio, sendo que um professor trabalha especificamente com os conteúdos de Geometria. Através disso, o autor aponta que um ponto negativo desta distribuição de horários é quando os alunos concluíram a Educação Básica acreditando que a Geometria é outra disciplina e não uma área dentro da Matemática. Com isso foi aplicado o questionário para dezessete alunos da turma do 9º ano. Já a escola pública possui biblioteca e laboratório de informática com alguns computadores, porém não possui um laboratório específico para alguma disciplina. Foram pesquisados 11 alunos, pois o questionário foiaplicado no mês de dezembro de 2014 e poucos alunos estavam frequentando as aulas e segundo informações a turma não possuía muitos alunos.

Segundo Silva (2015) o questionário aplicado foi composto de seis questões abertas e fechadas. Tais questões procura trabalhar os três primeiros níveis de pensamento apresentados pelo modelo de Van Hiele, sendo este o nível da visualização, da análise e da dedução informal.

A coleta de dados ocorreu através das análises das questões onde foi analisada separadamente. Segundo Silva (2015) às questões aplicadas no questionário complementava uma a outra, isto é, se a primeira questão exigia do aluno o reconhecimento da figura, a segunda questão exigia também suas propriedades, e assim consequentemente. As questões complementam uma à outra seguindo o nível de pensamento de Van Hiele.

A seguir, apresentamos algumas orientações curriculares do Estado da Paraíba em relação ao conteúdo de geometria do 9ºano do ensino fundamental.

Quadro 13- Orientações curriculares 9º ano

Eixo Espaço e Forma	
Conteúdos	Capacidades específicas
Corpos redondos: O número Pi ; a circunferencia; polígono regular inscrito ; circunferência inscrita e circunscrita em um triângulo. Aplicação do Teorema de Pitágoras. **Espaço**: Áreas de figuras quaisquer; Volume de prismas, cilindros e paralelepípedos; Isometrias: translação associadas a um vetor, propriedades. Aplicação do Teorema de Tales. **Forma**: Trigonometria no triângulo retângulo; razões e relações trigonométricas.	- Estabelecer a razão aproximada entre a medida do comprimento de uma circunferência e seu diâmetro; - Desenvolver o conceito de congruência de figuras planas a partir de transformações (reflexões em retas, translações, rotações e composições destas); -Identificar as medidas invariantes dos lados, dos ângulos e da superfície de um triângulo; -Estabelecer relações entre os diversos elementos de um triângulo retângulo, compreendendo as definições trigonométricas centrais.

Fonte: Referencial Curricular da Paraíba 2010, p.153.

A seguir, temos o novo currículo da Paraíba seguindo as orientações da BNCC, pois não encontramos o referencial que foi utilizado para servir como base para a elaboração das questões da pesquisa

Quadro 14- Orientações curriculares 9º ano

UNIDADE TEMÁTICA: GEOMETRIA	
OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM / HABILIDADES	**CONTEÚDOS**
(EF09MA10)/ Demonstrar relações simples entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal.	Demonstrações de relações entre os ângulos formados por retas paralelas interceptadas por uma transversal
(EF09MA11)/Resolver problemas por meio do estabelecimento de relações entre arcos, ângulos centrais e ângulos inscritos na circunferência, fazendo uso, inclusive, de softwares de geometria dinâmica.	Relações entre arcos e ângulos nacircunferência de um círculo

(EF09MA12)/ Reconhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes.	Semelhança de triângulos
(EF09MA13)/ Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos. (EF09MA14)/ Resolver e elaborar problemas de aplicação do teorema de Pitágoras ou das relações de proporcionalidade envolvendo retas paralelas cortadas por secantes.	Relações métricas no triângulo retângulo Teorema de Pitágoras Retas paralelas cortadas por transversais. Razões trigonométricas no triângulo retângulo

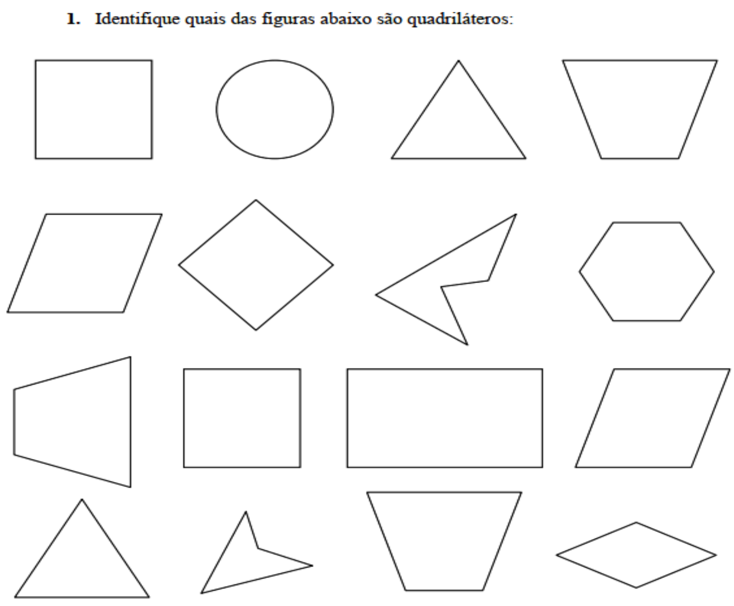
Fonte: Referencial Curricular da Paraíba 2018, p.319.

Segunda etapa da análise da pesquisa

Análise da primeira questão

Segundo Silva (2015) a primeira questão foi dada com dezesseis figuras, todas planas, entre elas onze são quadriláteros e, entre essas onze, uma é quadrilátero não convexo. Nessa questão foi trabalhado o primeiro nível do modelo do pensamento geométrico dos Van Hiele, o nível da visualização.

Imagem 48: Quadriláteros



Fonte: Silva ,2015, p.68

Silva (2015) organiza os dados obtidos da questão da seguinte forma: como a pesquisa foi realizada em duas escolas distintas, sendo uma pública e outra particular, decide-se por organizar os dados das questões do questionário separadamente. Assim, temos um dado referente à escola pública e outro à escola particular. As questões são analisadas separadamente juntamente com a escola referente e como os alunos não podem ser identificados o pesquisador enumera os alunos de 01 até 11. E os acertos das questões foram dados em porcentagem.

Tabela 22- Resultados obtidos na primeira questão com os alunos da escola pública.

Alunos	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11
Acertos	91%	0 %	55%	73%	55%	91%	91%	82%	82%	91%	91%

Fonte: Silva 2015, p.45

Analisando os dados obtidos podemos perceber que os índices de acertos dos alunos em relação a questão esteve acima de 50% , podemos notar que nenhum aluno conseguiu acertar todos os quadriláteros da questão. Segundo Silva (2015) os alunos que reconheceram a maioria dos quadriláteros erraram a mesma coisa, não assinalaram o quadrilátero não convexo como quadrilátero, deixando evidente que assinalaram a figura através de sua visualização.

Silva (2015) destaca que o aluno 02 não respondeu o questionário e com isso não pode classificá-lo de acordo com os níveis de Van Hiele.

Tabela 23- Resultados obtidos na primeira questão com os alunos da escola privada

Aluno	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Acertos	82%	73%	100%	100%	91%	100%	91%	55%	91%
Aluno	21	22	23	24	25	26	27	28	
Acertos	100%	100%	91%	46%	100%	100%	91%	91%	

Fonte: Silva 2015, p.46

Analisando os dados obtidos da escola particular, podemos observar que o índice de acertos é maior que o da escola pública, destacando que sete alunos conseguiram marcar os onze quadriláteros que a questão possui, inclusive o não convexo, enquanto na escola pública nenhum aluno acertou todos os quadriláteros.

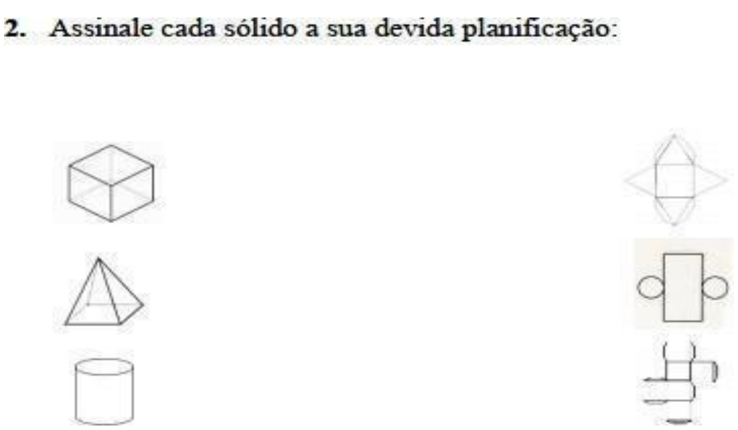
Diante desta análise em relação ao nível 1 (visualização) do modelo de Van Hiele, os dados revelaram que parte dos alunos da escola particular já consolidaram os conhecimentos exigidos neste nível e com isso pode seguir para o seguinte nível.

Análise da segunda questão

Segundo Silva (2015) a segunda questão do questionário complementa o resultado da questão anterior, cujo objetivo da questão se refere à análise em relação ao nível 2 do modelo de Van Hiele. Foi dado três figuras sólidas e suas respectivas planificações, e o objetivo desta questão é trabalhar a habilidade de visualização (nível 1) e a habilidade de análise (nível 2) do modelo de Van Hiele.

De acordo com Silva (2015) os dados obtidos nessa questão podem ser identificados através de quatro casos: *primeiro caso;* onde o aluno acertou todas as possibilidades da questão do nível 1 e todas questões. Com isso, afirma com base no resultado, os alunos dominam o primeiro nível de pensamento geométrico segundo o modelo, assim passam a utilizar as habilidades do segundo nível para resolver a questão. *Segundo caso;* aqui os alunos acertaram todas as possibilidades na primeira questão, porém não conseguiram acertar todas na segunda questão. *Terceiro caso*; neste caso os alunos que não acertaram todas as possibilidades de acerto na primeira questão, mas conseguiram acertar todas as possibilidades da segunda questão. *Quarto caso;* são aqueles alunos que não conseguiram obter um bom resultado em ambas as questões.

Imagens 49: sólidos geométricos



Fonte: Silva, 2015, p.69

Tabela 24- Resultados obtidos na segunda questão com os alunos da escola pública

Alunos	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11
Acertos	33%	0%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	0%

Fonte: Silva 2015, p.48

De acordo com Silva (2015) a tabela acima possibilita observar que os alunos da escola pública estão no terceiro caso, onde no nível anterior (nível 1) não acertaram todas as possibilidades de resposta à questão anterior exigia, contudo conseguiram acertar todas as possibilidade de resposta exigida na questão que faz referência ao nível 2

Tabela 25- Resultados obtidos na segunda questão com os alunos da escola privada

Aluno	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Acertos	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%
Aluno	21	22	23	24	25	26	27	28	
Acertos	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	

Fonte: Silva 2015, p.48

De acordo com Silva (2015) a tabela acima, possibilita observar que o aluno da escola privada se encontra no primeiro caso, em que o aluno acertou todas as possibilidades exigidas na questão anterior (nível 1) e já possui domínio e com isso passa a utilizar as habilidades do nível 2 para resolver a questão.

Análise da terceira questão

A terceira questão do questionário refere-se ao nível 3 (dedução informal) de pensamento geométrico do modelo de Van Hiele,. Neste nível o aluno consegue demonstrar algumas propriedades geométricas de maneira informal.

De acordo com Silva (2015) a terceira questão pede para que os alunos descrevam e identifiquem propriedades do quadrado, retângulo, losango, paralelogramo e trapézio. O autor evidencia que esta questão é aberta pelo fato dos alunos terem livre arbítrio de responder através de suas concepções, isto é, definindo de modo informal.

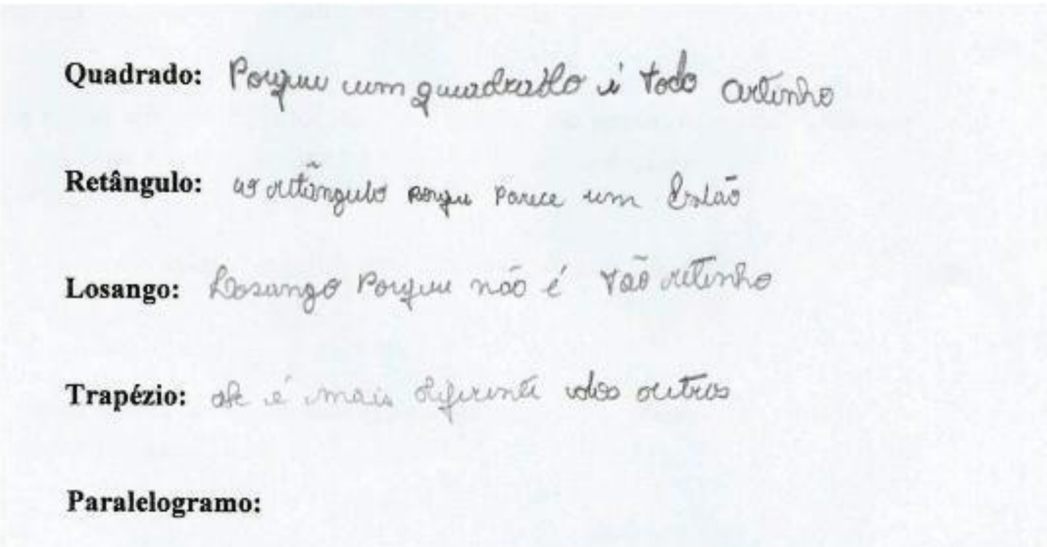
Em sua análise, Silva (2015) destaca que dos cinco quadriláteros da questão o quadrado foi a única figura quadrilátera que foi respondida de forma coerente. De acordo com sua análise o quadrado foi definido como uma figura de apenas quatro lados iguais, e suas propriedade não foram expostas é como se o quadrado tivesse apenas uma propriedade destaca .

De acordo com Silva (2015) nesta questão os alunos 01, 02, 04, 06, 07, 08, 09,10 e 11 da escola pública tentaram definir o quadrado descrevendo como um quadrilátero com apenas uma propriedade de que possui “quatro lados iguais”. Em relação ao retângulo os alunos 09 e 10 o definiram como “figuras de lados escovados" e como “figuras de lados cumpridos”. Já o aluno 11 chama a atenção, pois define o quadrado dizendo: “Quadrado: contém 4 lados e a forma de uma caixa”. Através desta resposta o autor chega a conclusão que o aluno não sabe diferenciar o que faz parte do bidimensional e do tridimensional.

Diante desta análise podemos perceber que os alunos mesmo de forma intuitiva não conseguem definir a figura do quadrado, uma vez que aqueles que tentaram citaram apenas uma de suas propriedades.

Segundo Silva (2015) dos alunos pesquisados da escola pública apenas um aluno tentou definir todos os quadriláteros da questão, porém suas respostas não foram corretas, sendo baseadas apenas em sua forma, isto é, de acordo com sua visualização tentou definir os quadriláteros sem dominar suas definições e com isso não utilizou nenhuma linguagem matemática em sua resposta.

Imagem 50: Resposta do aluno 03 na terceira questão


Quadrado: Porque um quadrado é todo retinho

Retângulo: o retângulo porque parece um colchão

Losango: Losango porque não é tão retinho

Trapézio: ele é mais diferente dos outros

Paralelogramo:

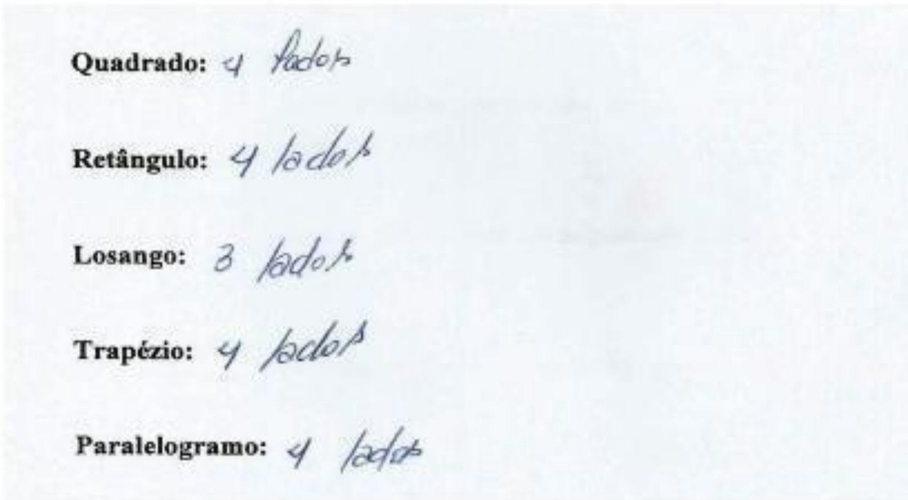
Fonte: Silva, 2015, p.50

Como podemos perceber na imagem 50, acima o aluno 03 tentou responder as figuras quadriláteras da questão associando elementos do seu cotidiano, como por exemplo, associa a

figura do retângulo com um balão, e as demais figuras tentaram defini-las de acordo com suas formas. O losango, por exemplo, possui uma forma que “não é tão certinha”. O paralelogramo por sua vez o aluno não tentou responder, não sabemos o motivo, mas podemos considerar que o aluno não associou esta figura com elemento do seu cotidiano ou até mesmo não conhece sua forma.

A imagem 51, a seguir, destacada por Silva (2015) revela respostas do aluno 05 em relação a propriedade de alguns quadriláteros, o qual destaca a figura do losango onde afirma que a figura possui de três lados.

Imagem 51: Resposta do aluno 05 na terceira questão


Quadrado: 4 lados

Retângulo: 4 lados

Losango: 3 lados

Trapézio: 4 lados

Paralelogramo: 4 lados

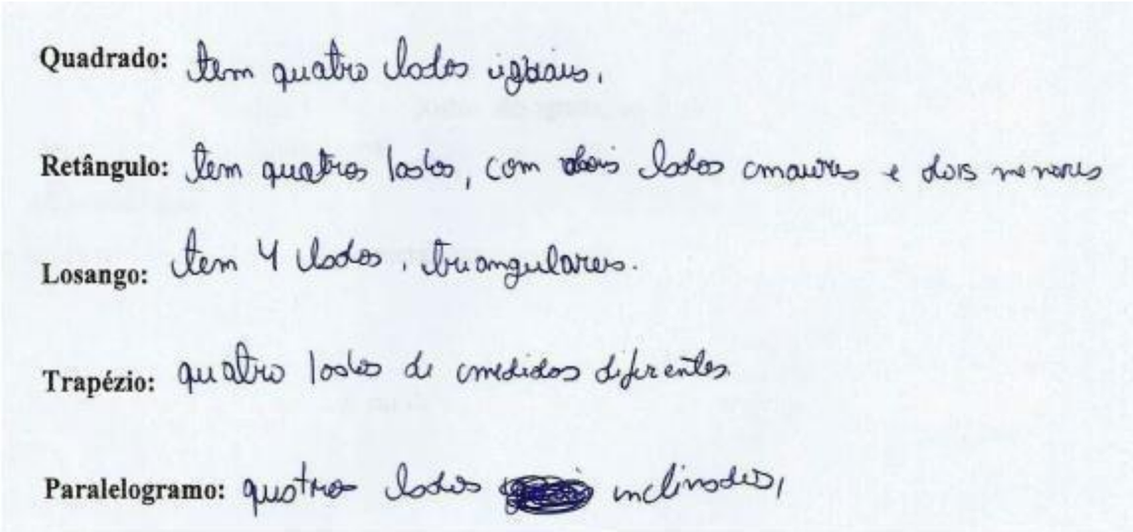
Fonte: Silva, 2015, p.50

A questão exige que o aluno tenha conhecimento de algumas propriedades de determinado quadrilátero mesmo sendo pedido que expusessem este conhecimento de maneira informal. Não se sabe que relação o aluno associou para determinar que um losango possui três lados.

Segundo Silva (20015) de acordo com suas análises a partir dos resultados da questão pode-se concluir que nenhum aluno da escola pública se encontra no nível 3 (dedução informal) do pensamento geométrico de Van Hiele.

Em relação à escola privada Silva (2015) destaca que os resultados não foram totalmente diferentes em relação a escola pública, os alunos responderam de acordo com sua percepção, porém nenhum aluno conseguiu responder corretamente a questão.

Imagem 52: Resposta do aluno 13 na terceira questão


Quadrado: tem quatro lados iguais.

Retângulo: tem quatros lados, com dois lados maiores e dois menores

Losango: tem 4 lados, triangulares.

Trapézio: quatro lados de medidas diferentes

Paralelogramo: quatro lados inclinados,

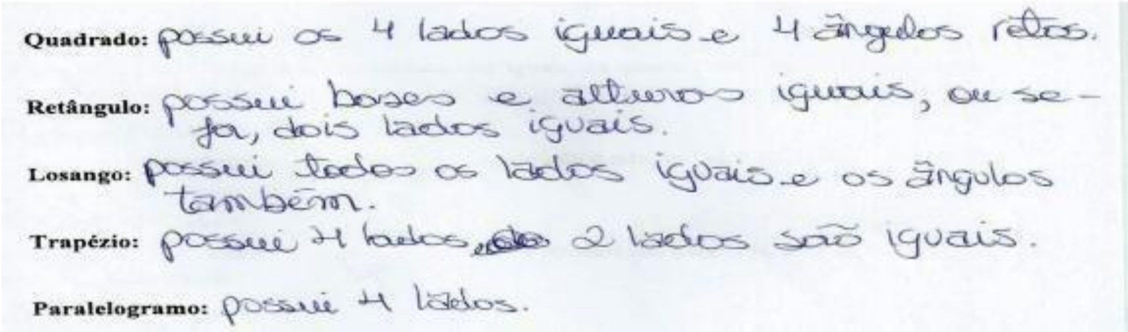
Fonte: Silva, 2015, p.51

De acordo com a resposta deste aluno percebemos que é capaz de expor algumas observações da figura, mas apenas no nível de visualização. Silva (2015) através da concepção deste aluno ao se referir o losango como uma figura quadrilátera de quatro lados iguais e que esses lados possuem formas triangulares, chega a concepção de que o aluno da escola pública quis associar que a forma dos lados do losango são triangulares, porém este aluno não soube expressar o que visualizou como o aluno da escola privada.

De acordo com Silva (2015) a resposta dos alunos da escola particular também sugere que não apresentam habilidades suficientes para permanecerem no nível 3 do pensamento geométrico do modelo de Van Hiele, pois suas respostas são consideradas matematicamente incorretas e muitas vezes incompletas.Com isso deixa claro que os alunos possui habilidades dos níveis anteriores, porém não suficientes para permanecerem no nível de dedução formal.

As análises realizadas por Silva (20150) revelaram que um aluno da escola privada se sobressaiu, o aluno 14.Segundo o autor este aluno utilizou de forma formal o vocabulário matemático em suas respostas. Com a figura a seguir.

Imagem 53: Resposta do aluno 14 na terceira questão



Quadrado: possui os 4 lados iguais e 4 ângulos retos.

Retângulo: possui bases e alturas iguais, ou seja, dois lados iguais.

Losango: possui todos os lados iguais e os ângulos também.

Trapézio: possui 4 lados, os 2 lados são iguais.

Paralelogramo: possui 4 lados.

Fonte: Silva, 2015, p.52

Fazendo uma análise desta resposta dada pelo aluno 14, percebemos que o desenvolvimento do seu raciocínio está evoluindo de acordo com o que se espera deste nível, isto é, este aluno compreende os níveis anteriores (visualização e análise) e através disto desenvolveu seu raciocínio de maneira formal, porém ainda possui alguns erros em suas respostas. De acordo com Silva (2015) este aluno não domina totalmente este nível, ou seja, ele pode está na fase de transição de um nível para outro, isto é, do nível 2 para o nível 3.

Análise da quarta questão

Segundo Silva (2015) a quarta questão do questionário trabalhou o nível 3 (dedução informal) do modelo de Van Hiele. Contudo, o próprio pesquisador considera a questão mais difícil que as anteriores, pois tem como objetivo averiguar se os alunos participantes da pesquisa dominava ou não os três primeiros níveis de pensamento geométrico do modelo de Van Hiele.Com isso, a questão foi trabalhada como uma brincadeira de adivinhação que chamou de “o que é o que é?”. Com isso os alunos deveriam adivinhar qual era a figura através de sua propriedade como expressa a imagem a seguir.

Imagem 54: o que é o que é?

4. Agora vamos brincar de adivinhar qual é a figura?

A figura tem quatro ângulos, pelo menos um ângulo não é reto, pelo menos um lado é paralelo ao seu lado oposto e os lados opostos são iguais. Que figura é essa?

A figura tem quatro lados, ângulos opostos são iguais, os quatro lados são iguais, pelo menos um ângulo é reto. Que figura é essa?

A figura tem quatro ângulos, pelo menos um ângulo não é reto, os lados são iguais. Que figura é essa?

Tenho quatro lados, somente um par de meus lados opostos são paralelos, dois de meus ângulos são retos. Quem eu sou?

Fonte: Silva, 2015, p.70

Como percebemos esta questão exige que o aluno conheça as propriedades dos quadriláteros para que consiga adivinhar a figura.Com isso, exige que tenha domínio do nível 1 (visualização) para construir tal figura e em seguida dominar o nível 2 (análise) , onde deve analisar as propriedades citadas.

Segundo Silva (2015) poucos alunos da escola pública acertaram a questão, destacando que a maioria nem tentaram responder, deixando-a em branco e os que tentaram resolver não acertaram. Destaca-se que apenas um único aluno da escola pública conseguiu acertar metade das adivinhações.

Tabela 26- Resultados obtidos na quarta questão pelos alunos da escola pública

Aluno	01	02	03	04	05	06	07	08	09	010	011
Acertos	0%	0%	50%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%

Fonte: Silva 2015, p.53

Observando a tabela 26, acima, notamos que o aluno não está acostumado com essa metodologia de reconhecer uma figura através de uma propriedade já dada. Como algumas figuras quadriláteras possuem características semelhantes, isso pode ter levado a confundir as figuras e com isso o levando a chegar numa resposta incorreta.

De acordo com Silva (2015) o resultado da escola privada foi mais satisfatório do que o da escola pública e pode ser averiguado na tabela 11 a seguir.

Tabela 27-Resultados obtidos na quarta questão pelos alunos da escola privada

Aluno	12	13	014	15	16	17	18	19	20
Acertos	25%	25%	50%	25%	0%	25%	50%	25%	25%
Aluno	21	22	023	24	25	26	27	28	
Acertos	100%	25%	0%	50%	0%	0%	0%	0%	

Fonte: Silva, 2015, p.53

Fazendo uma análise dos dados da tabela acima, notamos que o aluno 21 acertou todos os itens da quarta questão. Observamos que seis alunos não responderam ou erram os itens da questão e pelo menos dez alunos acertaram entre um e dois itens da questão.

Em relação ao aluno 21 que acertou todos os itens da questão, Silva (2015) faz uma sintetização do histórico deste aluno, destacando que também domina os níveis anteriores por permitir acertar as questões dadas. Desse fato concluiu-se que este aluno em relação aos demais encontra-se avançado, pois suas respostas demonstram um domínio em relação aos níveis de pensamento geométrico que foi cobrado.

Análise da quinta questão

De acordo com Silva (2015) a quinta questão busca compreender o que os alunos acham do questionário.

Figura 55: Questão 5

5. Responda as questões com suas palavras:

a. O que você achou das questões propostas, fáceis ou difíceis, por qual motivo?

b. Você já tinha estudado esses conteúdos antes na escola?

Fonte: Silva ,2015, p.70

Após análise das respostas dos alunos, Silva (2015) destaca as seguintes repostas: Estudante 03; *Fáceis, o negócio é prestar atenção nas figuras e saber decifrar os nomes delas;* Estudante 07; *Fáceis, motivo de ser coisa simples, porém, difícil pelo motivo que não lembro mais dos assuntos;* Estudante 17; *Fácil, por que é simples, mas eu já esqueci tudo, menos quadrado e tal*; Estudante 25; *Mais ou menos, porque já faz um bom tempo que estudei esses assuntos.*

Notamos que os alunos que participaram da pesquisa responderam que o assunto aplicado no questionário já tinha visto em algum momento durante seu processo de escolarização, porém alguns relataram que não lembravam de alguns conteúdos abordados.

Após a aplicação e análise das questões, Silva (2015) procurou determinar em que nível de pensamento geométrico segundo o modelo de Van Hiele estão os alunos do ensino público e particular conforme expressos na tabela 28, a seguir .

Tabela 28- Resultado geral dos alunos da escola pública

Estudante	Primeira questão	Segunda questão	Terceira questão	Quarta questão	Nível de Van Hiele Atribuído
1	91%	33%	0%	0%	Nível 1
2	0%	0%	0%	0%	Sem Nível
3	55%	100%	0%	50%	Transição para o 2
4	73%	100%	0%	0%	Transição para o 2

5	55%	100%	0%	0%	Transição para o 2
6	91%	100%	0%	0%	Transição para o 2
7	91%	100%	0%	0%	Transição para o 2
8	82%	100%	0%	0%	Transição para o 2
9	82%	100%	0%	0%	Transição para o 2
10	91%	100%	0%	0%	Transição para o 2
11	91%	0%	0%	0%	Nível 1

Fonte: Silva 2015, p.58

Analisando a tabela acima, percebemos que após a aplicação do questionário dois aluno da escola pública ainda permanecem no nível 1, enquanto os demais estão em processo de transição para o segundo nível de pensamento geométrico do modelo de Van Hiele .E um aluno não se encontra em nenhum dos níveis do modelo, pois segundo Silva(2015) deixou o questionário em branco e com isso não havia como determinar em que nível se encontrava após a aplicação do questionário. Notamos que nenhum aluno se encontra no nível 3 do modelo.

Tabela 29- Resultado geral dos alunos da escola particular

Estudante	Primeira questão	Segunda questão	Terceira questão	Quarta questão	Nível de Van Hiele Atribuído
12	82%	100%	0%	25%	Transição para o 2
13	73%	100%	30%	25%	Transição para o 2
14	100%	100%	50%	50%	Nível 2
15	100%	100%	0%	25%	Transição para o 2
16	91%	100%	0%	0%	Transição para o 2
17	100%	100%	0%	25%	Transição para o 2
18	91%	100%	0%	50%	Transição para o 2
19	55%	100%	0%	25%	Transição para o 2
20	91%	100%	0%	25%	Transição para o 2
21	100%	100%	0%	100%	Nível 2
22	100%	100%	0%	25%	Transição para o 2
23	91%	100%	0%	0%	Transição para o 2

24	46%	100%	0%	50%	Transição para o 2
25	100%	100%	0%	0%	Transição para o 2
26	100%	100%	0%	0%	Transição para o 2
27	91%	100%	0%	0%	Transição para o 2
28	91%	100%	0%	0%	Transição para o 2

Fonte: Silva 2015, p.60

Analisando a tabela, notamos que os alunos da escola particular estão em transição para o nível 2, numa escala mais ampliada do que os alunos da escola pública. Em termos percentuais a escola particular teve maior índices de acerto em relação à pública, porém esses percentuais não foram suficientes para considerar que esses alunos estejam predominantemente no nível 2 ou no nível 3.Entretanto,dois alunos se sobressaíram na pesquisa levando a considerá-lo no nível 2 do modelo de Van Hiele.

Segundo Silva (2015) por entender que iria aplicar o questionário apenas a alunos do Ensino Fundamental, procurou trabalhar apenas com os três primeiros níveis do modelo de Van Hiele.

Ao dar início a sua pesquisa Silva (2015) esperava que os alunos que estavam concluindo o Ensino Fundamental estivessem no nível 3, de desenvolvimento do Modelo do Pensamento Geométrico de Van Hiele, porém este fato não aconteceu, pelo contrário ficou exposto que nenhum dos alunos pesquisados tanto da escola pública, como da particular conseguiram alcançar o nível 3 do modelo, no máximo dois alunos da escola particular alcançaram plenamente o nível 2.

4 CONSIDERAÇÕES

A geometria é uma das áreas da matemática mais presente no cotidiano das pessoas, vai desde uma placa de trânsito até a construção de um prédio. A geometria é uma área da matemática que procura estudar as medidas das formas de figuras plana ou espacial. Dessa forma, procuramos compreender como está sendo desenvolvido o estudo da geometria no ensino fundamental, e para isso realizamos uma análise sistemática de literatura de pesquisas que já foram realizadas e que utilizaram o modelo de Van Hiele como recurso para compreendero desenvolvimento da aprendizagem dos conceitos geométricos. Tivemos como objetivo analisar em qual nível de compreensão do pensamento geométrico, segundo o modelo de Van Hiele, os alunos do ensino fundamental se encontram.

No desenvolvimento desse trabalho percebemos que o modelo de Van Hiele deixa evidente a lacuna que existe no processo de ensino e aprendizagem da geometria. O modelo traz cinco níveis comportamentais que os alunos devem desenvolver ao longo do ensino, e essesníveis procuram apresentar características que orientem o professor no desenvolvimento de suas atividades respeitando cada uma das fases de aprendizagem do aluno. O modelo ainda aponta que o aluno deve passar de nível para outro sem pular etapas, ou seja, deve seguir sequencialmente todos os níveis apresentado.

Para compreendermos esses níveis, analisamos quatro pesquisas que utilizaram o modelo como metodologia para investigar como está sendo desenvolvido o ensino em relação à geometria. Os dados fornecidos pelas pesquisas apontam que entre os cinco níveis apresentados pelo modelo a maior parte dos alunos sequer alcançaram o terceiro nível (dedução informal), destacando que conseguem visualizar uma figura (nível 1) e analisar (nível 2),porém não conseguem entender as demonstrações e nem realizá-la de maneira informal, com isso conclui-se que estes alunos permaneciam no nível 2.

Diante de nossas análises pudemos perceber que em uma mesma turma tivemos alunos com diferentes níveis de compreensão, conforme destaca o modelo. Em algumas turmas tinha alunos no nível 1, enquanto outros no nível 2 ou até mesmo em transição para o nível 3. Assim, podemos afirmar que o modelo de Van Hiele possibilitou aos pesquisadores identificar parte das possíveis dificuldades apresentadas pelos alunos em determinado conteúdo de geometria, e partir disso desenvolver os níveis de compreensão dos alunos, e as fases de aprendizagem, momento que o professor trabalha para suprir essas dificuldades.

Assim, chegamos a conclusão que o modelo de Van Hiele procura obter o melhor desempenho dos alunos em geometria, busca dar orientação para o professor extrair o máximo de aprendizagem dos seus alunos em relação ao seu objeto de estudo, oferece ferramentas para o professor verificar se o aluno se encontra em um nível inferior do que a turma, e procura deixar o aluno como um ser ativo que participa ativamente das aulas.

De forma geral, as pesquisas nos revelaram que a maior parte dos alunos não conhecem algumas figuras geométricas e tampouco suas características e propriedades, podendo ser destacadas as figuras do losango, paralelogramos e trapézio. E alguns alunos durante a pesquisa revelaram que não conheciam o conceito “diagonal” expondo que nunca tinham ouvido falar.

O modelo de Van Hiele não se preocupa com a idade dos alunos, uma que este pode estar em qualquer nível de comportamento, o importante para o modelo é quando inicia o estudo da geometria, por exemplo, um adulto qualquer pode esta no nível 1 enquanto um adolescente pode esta no nível 3.

De acordo com alguns pesquisadores o estudo da geometria na educação básica podem levar os alunos a alcançar no máximo o terceiro nível proposto pelo modelo de Van Hiele, os últimos níveis (dedução formal e rigor) só poderão ser alcançados se o aluno dar continuidade ao seu ensino, isto é, entrando ao no ensino superior .

As pesquisas nos revelaram que após os resultados obtidos os autores criticam que por algum motivo o ensino de geometria não vem sendo desenvolvido com a mesma prática que o pensamento algébrico, e isso se dá pelo fato dos alunos considerar a geometria difícil e muito abstrata, se veem incomodados com a postura de comodismo do professor um dos motivos pelo Pavanello (1993) revela que a geometria está ausente nas salas de aulas.

De maneira geral, os dados fornecidos pelas quatros pesquisas não foram satisfatórios em relação ao que se esperava pelo modelo de Van Hiele. De acordo com o modelo, os alunos que do ensino fundamental poderiam alcançar no máximo o terceiro nível, porém a maioria não conseguiu alcançar o segundo nível, e isso nos revelaram que o aluno não está evoluindo significativamente em relação ao conteúdo de geometria.

Deixamos aqui, uma proposta interessante para algum acadêmico do curso de licenciatura em matemática que se interessou pelo modelo de Van Hiele, descobrir os níveis de pensamento geométrico está os acadêmicos do último semestre do curso: Em qual nível de desenvolvimento do pensamento geométrico, segundo o modelo de Van Hiele se encontra os alunos concluintes do último semestre do curso de licenciatura em matemática se encontra?

REFERÊNCIAS

ALVES, A.R. **O desenho geométrico no 9º ano como estratégica didática no ensino da geometria**. Dissertação (Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT): Instituto de Matemática)) - Universidade Federal de Alagoas. 2017.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática ensino médio. Ministério da Educação. Brasília, 1998.

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular (**BNCC**). Educação é a Base. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2018.

BOCCATO, VRC. **Metodologia da pesquisa bibliográfica na área odontológica e o artigo científico como forma de comunicação**. Revista de Odontologia da Universidade Cidade de São Paulo 2006 set-dez.

CARGNIN, R. M; GUERRA, S. H .R; LEIVAS, J. C. P. **Teoria de van Hiele e investigação matemática: implicações para o ensino de Geometria.** Revista Práxis, Ano VIII, n. 15, Junho de 2016.

CONFORTO,E.C ;SILVA, S.L. **Roteiro para revisão bibliográfica sistemática: aplicação no desenvolvimento de produtos e gerenciamento de projetos.** Grupo de Engenharia Integrada (EI2)/Escola de Engenharia de São Carlos, USP, SP – BRASIL. Grupo de Estudo e Pesquisa em Qualidade/GEPEQ, UFSCar, SP – BRASIL.

COSTA, A.P; SANTOS, M.C. **O desenvolvimento do pensamento geométrico no estudo dos quadriláteros notáveis sob a ótica vanhieliana.** Revista Educação em Foco V6 - Nº 2 - julho / dezembro – 2017

EVES, Howaard. **Tópicos de história da matemática para uso em sala aula.** História da geometria . São Paulo .Atual Editora LTDA,1997.

FERREIRA, C, A, L. **Pesquisa quantitativa e qualitativa: perspectivas para o campo da educação**. Revista Mosaico, v. 8, n. 2, p. 173-182, jul./dez. 2015.

GALVÃO,M,C,B;RICARTE,I,V,M. **Revisão sistemática da literatura: conceituação, produção e publicação.** LOGEION: Filosofia da informação, Rio de Janeiro, v. 6 n. 1, p.57-73, set.2019/fev. 2020.

LORENZATO, Sergio. **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Autores Associados, 2009.

_____________(1995). **Por que não ensinar Geometria?** A educação matemática em revista. Geometria. Campinas, número 04, p.03-13, 1995. Edição especial.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. **Pesquisa em educação:** abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

MONTENEGRO, Andréa. **Uma breve revisão da literatura de van hiele Sobre a geometria no livro didático do ensino fundamental.** Trabalho de Conclusão de Curso

(Graduação em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia. 2019.

NASSER, Lílian; SANT'ANNA, Neide P. **Geometria segundo a teoria de van Hiele**. Rio de Janeiro. IM/UFRJ - Projeto Fundão. 2004.

OLIVEIRA M. **Ressignificando a geometria a geometria plana no ensino médio, com o auxilio de van Hiele**. Belo Horizonte. 2012.

PAVANELO, R. M. **O abandono de ensino de geometria no Brasil: causas e consequências**. Revista Zeteliké. n.1,ano 1, Unicamp, 1993.

PINTO, S. R. **Desenvolvimento do pensamento geométrico uma proposta para o ensino das isometrias.** 2011. Dissertação (Mestrado em Educação - Especialidade em Didática da Matemática e das Ciências) Instituto Politécnico de Vianna do Castelo.

SANT'ANNA, E. C. **Geometria segundo a teoria de Van Hiele:uma analise do nível de pensamento geométrico dos aluno do ensino fundamental.** 2009. Trabalho de Conclusão de Curso-Centro Universitário La Salle.

RÊGO, R.G; RÊGO, R.M; VIEIRA, K. M. **Laboratório de ensino de geometria**. Campinas. Autores Associados, 2012.

SANTOS, T, F; SANTOS, C, M;. **Níveis do pensamento geométrico de van-hiele com alunos do 6º ano do ensino fundamental.** Universidade Federal de Pernambuco.

RODRIGUES. Rosimeire dos Santos .SABIÃO, Roseline Martins**. A história da matemática e a importância da geometria.** Revista Cientifica Multidisciplinar Núcleo do Conhecimento. Ano 04,Ed.06,Vol.01 pp.96-110 junho 2019. ISSN:2448-0959

SANTOS, J.M.R. **A Teoria de Van Hiele no Estudo de Áreas de Polígonos e Poliedros.** 2015. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. Centro de Ciência e Tecnologia. Laboratório de Ciências Matemáticas.

SILVA, C.C. **Os Níveis do Pensamento Geométrico no modelo Van Hiele:** um estudo de caso envolvendo quadriláteros. 2015. Trabalho de Conclusão de Curso Universidade Federal da Paraíba Centro de Ciências Aplicadas e Educação Departamento de Ciências Exatas.

SILVA, Luciana; CANDIDO, Cláudia C. **Modelo de aprendizagem de geometria do casal van Hiele.**Projetolumat-Universidade de São Paulo (USP),Brasil.

VIEIRA, G; ARTEVALDO, N,S,G; **A produção de conhecimento sobre sólidos geométricos à luz do modelo van hiele.** G5 – Ensino e Aprendizagem de Matemática. UNICSUL.