UNIVERSIDADE FEDERAL DO TOCANTINS
CÂMPUS UNIVERSITÁRIO DE PALMAS
CURSO DE CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

DESENVOLVIMENTO DA PLATAFORMA ALFAGEBRA E AVALIAÇÃO DO APRENDIZADO DOS ACADÊMICOS DA DISCIPLINA DE ÁLGEBRA LINEAR - MÓDULO ESPAÇO VETORIAL E TRANSFORMAÇÕES LINEARES

JHONATAN SOUSA SANTIAGO

PALMAS (TO)
2018

JHONATAN SOUSA SANTIAGO

DESENVOLVIMENTO DA PLATAFORMA ALFAGEBRA E AVALIAÇÃO DO APRENDIZADO DOS ACADÊMICOS DA DISCIPLINA DE ÁLGEBRA LINEAR - MÓDULO ESPAÇO VETORIAL E TRANSFORMAÇÕES LINEARES

Trabalho de Conclusão de Curso II apresentado à Universidade Federal do Tocantins para obtenção do título de Bacharel em Ciência da Computação, sob a orientação da Prof.ª Dr.ª Hellena Christina Fernandes Apolinário.

Orientadora: Dr.ª Hellena Christina Fernandes Apolinário
Coorientador: Dr. Edeilson Milhomem da Silva

PALMAS (TO)
2018

JHONATAN SOUSA SANTIAGO

DESENVOLVIMENTO DA PLATAFORMA ALFAGEBRA E AVALIAÇÃO DO APRENDIZADO DOS ACADÊMICOS DA DISCIPLINA DE ÁLGEBRA LINEAR - MÓDULO ESPAÇO VETORIAL E TRANSFORMAÇÕES LINEARES

Trabalho de Conclusão de Curso II apresentado à UFT – Universidade Federal do Tocantins – Câmpus Universitário de Palmas, Curso de Ciência da Computação foi avaliado para a obtenção do título de Bacharel e aprovada em sua forma final pela Orientadora e pela Banca Examinadora.

Data de aprovação:

Banca Examinadora:

____
Prof.ª Dr.ª Hellena Christina Fernandes Apolinário

____
Prof. Dr. Rogerio Azevedo Rocha

____
Prof. Dr. Marcelo Leineker Costa

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Tocantins

S235d Santiago, Jhonatan Sousa .

Desenvolvimento da plataforma AlfaGebra e avaliação do aprendizado dos acadêmicos da disciplina de álgebra linear - módulo espaço vetorial e transformações lineares. / Jhonatan Sousa Santiago. – Palmas, TO, 2018.

95 f.

Monografia Graduação - Universidade Federal do Tocantins – Câmpus Universitário de Palmas - Curso de Ciências da Computação, 2018.

Orientadora : Hellena Christina Fernandes Apolinário

Coorientador: Edeilson Milhomem da Silva

1. Álgebra Linear. 2. Ensino e aprendizagem da matemática. 3. Espaço Vetorial. 4. Transformação linear. I. Título

CDD 004

Dedico essa conquista aos meus amados pais Vera Nubia Marinho de Sousa e Raimundo Ivanaldo Gomes Santiago e também a minha irmã Hemily Sousa Santiago, que com muito carinho e apoio, não mediram esforços para que eu chegasse até essa etapa de minha vida.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por ter me dado saúde e inteligência para superar todas as dificuldades e conseguir chegar onde hoje estou.

A Universidade Federal do Tocantins por ter dado a oportunidade de realizar este curso, seu corpo docente, direção e administração que realizam seu trabalho com dedicação, proporcionando um ensino de qualidade.

Agradeço a minha orientadora, Prof.ª Dr.ª Hellena Christina Fernandes Apolinário, pela paciência, dedicação, correções, incentivos e ensinamentos que possibilitaram que eu realizasse este trabalho.

Agradeço de forma especial à minha irmã Hemily Sousa Santiago, meu pai Raimundo Ivanaldo Gomes Santiago, e à minha mãe Vera Nubia Marinho de Sousa, pelo amor, carinho, paciência e por não medirem esforços para que eu pudesse levar meus estudos adiante.

Agradeço à Adriana Costa Alves, minha namorada, melhor amiga e companheira de todas as horas, pelo carinho, compreensão, paciência, amor e solidariedade inefável.

RESUMO

Este trabalho é parte do projeto de desenvolvimento de uma plataforma de ensino-aprendizagem para a disciplina de Álgebra Linear (AlfaGebra), permitindo assim auxiliar os acadêmicos dos curso de Ciência da Computação com o aprendizado de Álgebra Linear. A plataforma proposta aborda essencialmente três módulos: sistemas de equações lineares, espaços vetoriais e transformações lineares. O foco deste trabalho foi o desenvolvimento da plataforma e a avaliação do desempenho dos acadêmicos ao utilizá-la, sendo voltado especificamente para os módulos de espaço vetorial e transformações lineares. Cada módulo apresenta conceitos teóricos, exercícios resolvidos, videoaulas e a possibilidade do acadêmico interagir com a plataforma, dessa maneira ele será capaz de realizar os cálculos e acompanhar o passo a passo da resolução. Neste trabalho é utilizado um ciclo de vida de *software* com as seguintes fases: estudo, análise, projeto, codificação, testes e implantação. Também é aplicado a metodologia de desenvolvimento ágil *Scrum* para gestão e planejamento do projeto. Portanto o sistema tem como objetivo auxiliar os acadêmicos da disciplina de Álgebra Linear no aprendizado dos conteúdos e dessa forma avaliar os acadêmicos com a comparação de uma turma que utilizou a plataforma AlfaGebra e outra que não a utilizou. A metodologia de avaliação adotada foi a pesquisa de campo, sendo realizada com aplicação de questionários, o primeiro questionário foi aplicado a uma turma que não utilizou o sistema, já o outro com a turma que utilizou o software, assim foi possível identificar os efeitos do sistema no aprendizado dos acadêmicos.

Palavra-chave: Ensino e aprendizagem da matemática. Álgebra Linear. Espaço Vetorial. Transformação linear. *Software*. Plataforma de ensino e aprendizagem.

ABSTRACT

This work is part of the project of developing a teaching-learning platform for the Algebra Linear (AlfaGebra) discipline, thus allowing students of the Computer Science course to learn Linear Algebra. The proposed platform essentially addresses three modules: systems of linear equations, vector spaces and linear transformations. The focus of this work was the development of the platform and the evaluation of the performance of the academics when using it, being targeted specifically to the vector space modules and linear transformations. Each module presents theoretical concepts, solved exercises, videotapes and the possibility of the academic interacting with the platform, in this way he will be able to perform the calculations and follow the step by step of the resolution. In this work we use a software life cycle with the following phases: study, analysis, design, coding, testing and deployment. Also applied is the agile Scrum development methodology for project management and planning. Therefore, the system aims to help the students of the Linear Algebra discipline in the learning of the contents and thus to evaluate the students with the comparison of a group that used the platform AlfaGebra and another that did not use it. The evaluation methodology adopted was the field survey, which was carried out with the application of questionnaires, the first questionnaire was applied to a group that did not use the system, and the other to the group that used the software, so it was possible to identify the effects of the system in the learning of academics.

Keywords: Teaching and learning mathematics. Linear algebra. Spatial vector. Linear transformation. Software. Teaching and learning platform.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Na dissertação do mestrado de Celestino (2000), ele apresenta uma análise com os resultados de reprovações na UNESP e USP, que mostram índices variando entre 25% e 50% em Álgebra Linear, mostra também pesquisas realizadas em outros países confirmando assim que os alunos apresentam dificuldades na compreensão dos principais conceitos da Álgebra Linear, tendo baixo aproveitamentos tanto no estudo desta disciplina como naquelas da qual dependem de seu suporte teórico. Esse baixo índice de aproveitamento tem incentivado estudos sobre o assunto na área de educação e resultados similares em publicações cada vez mais frequentes sobre o ensino-aprendizagem da Álgebra Linear.

Na Universidade Federal do Tocantins na disciplina de Álgebra Linear do curso de Ciência da Computação, o cenário não é diferente do apresentado pelo autor supracitado. Diante desse cenário surgiu um grande interesse em ajudar os alunos a assimilar os conceitos básicos da Álgebra Linear, como transformações lineares e espaços vetoriais. Assim elegemos como nosso objeto de pesquisa o desenvolvimento de uma plataforma de ensino-aprendizagem para a disciplina de Álgebra Linear, com essa plataforma vamos avaliar o desempenho dos acadêmicos fazendo uma análise antes e depois do uso da plataforma.

A Álgebra Linear constitui parte importante dos conteúdos matemáticos ensinados em cursos iniciais no âmbito da Universidade Federal do Tocantins, sendo reconhecida como uma disciplina fundamental por matemáticos e cientistas. Todavia, atualmente é ausente o êxito de grande parte dos estudantes no estudo da Álgebra Linear. Harel (1989) acrescenta a essa dificuldade, os recursos utilizados para promover a aprendizagem dos estudantes, os quais falham em propiciar a eles uma ideia que os façam reconhecer, compreender e aperfeiçoar suas visões e habilidades concernentes ao estudo do assunto aprendido, para que assim possam atingir a construção do conhecimento em um nível mais abstrato.

Em relação às mídias tecnológicas Moran (2007) defende que:

> As tecnologias são pontes que abrem a sala de aula para o mundo, que representam, medeiam o nosso conhecimento do mundo. São diferentes formas de representação da realidade, de forma mais abstrata ou concreta, mais estática ou dinâmica, mais linear ou paralela, mas todas elas, combinadas, integradas, possibilitam uma melhor apreensão da realidade e o desenvolvimento de todas as potencialidades do educando, dos diferentes tipos de inteligência, habilidades e atitudes. As tecnologias permitem mostrar várias formas de captar e mostrar o mesmo objeto, representando-o sob ângulos e meios diferentes: pelos movimentos, cenários, sons, integrando o racional e o afetivo, o dedutivo e o

indutivo, o espaço e o tempo, o concreto e o abstrato. (p. 162-166)

Perante todas as mudanças que a educação vem apresentando e pelo amplo desenvolvimento tecnológico de nossa sociedade, percebe-se atualmente que um dos maiores desafios para os professores, diz respeito ao uso das mídias tecnológicas em sala de aula. É fato que existem inúmeras ferramentas e possibilidades para o uso dessas tecnologias nas aulas de matemática, sendo esse uso importante, pois a interação dos alunos com mídias tecnológicas no processo de ensino e aprendizagem de Álgebra Linear proporciona grandes contribuições, pautadas no aspecto visual e experimental possibilitado por *softwares*. A utilização desses *softwares* na abordagem de conceitos de Álgebra Linear não é uma condição simples, e requer que o docente conheça os recursos específicos da tecnologia a ser utilizada. Sendo assim, a proposta deste trabalho é o desenvolvimento de uma plataforma de ensino e aprendizagem que facilite o processo de assimilação do conteúdo pelos discentes, possibilitando assim fazer uma avaliação de desempenho dos acadêmico da disciplina de Álgebra Linear antes e depois do contato com o *software*. Serão utilizados os livros de Steinbruch e Winterle (1987), Boldrini et al. (1986), Leon (1999) entre outros para estudos da Álgebra Linear e Sommerville (2007), Pressman e Maxim (2011) entre outros para estudos da engenharia de software.

No trabalho de Machado e Bianchini (2012), ele enfatiza que "pesquisas em Educação Matemática, especificamente sobre o ensino e a aprendizagem de Álgebra Linear, apontam a grande dificuldade que os estudantes enfrentam em adquirir os conhecimentos básicos do assunto". A autora supracitada ainda ressalta que transformação linear entre espaços vetoriais sobre um corpo é a noção elementar mais importante da Álgebra Linear. É fato que nesse contexto se evidência a importância do desenvolvimento deste trabalho, possibilitando assim melhor desempenho dos acadêmicos na disciplina.

1.1 Objetivos

1.1.1 Geral

O objetivo principal deste trabalho foi o desenvolvimento dos módulos de espaço vetorial e transformações lineares dentro da plataforma AlfaGebra, além de avaliar o desempenho dos alunos na disciplina de Álgebra Linear antes e após a utilização da plataforma. Estes módulos contém uma parte teórica sobre os conceitos, com exercícios resolvidos e também com exercícios propostos, videoaulas referentes a cada conteúdo, além disso o usuário tem o passo a passo da resolução de problemas, interagindo com a plataforma, e não apenas o resultado final.

1.1.2 Específicos

1. Desenvolvimento dos módulos de espaço vetorial e transformações lineares na Plataforma AlfaGebra em versão *Web* e *Mobile*, acessível nos mais diversos sistemas operacionais.

2. Realização de uma avaliação do aprendizado dos acadêmicos da disciplina de Álgebra Linear com e sem a utilização do *software* AlfaGebra.

1.2 Estrutura do trabalho

Este trabalho está estruturado em seis capítulos: O Capítulo 1, esta Introdução, onde são apresentados os objetivos e a justificativa para sua realização. Neste tópico é apresentado o tema do projeto desenvolvido. O Capítulo 2 apresenta a fundamentação teórica utilizada no trabalho com os principais conceitos da Álgebra Linear como matrizes, determinantes, espaço vetorial, transformação linear, etc. No Capítulo 3 estão apresentados alguns trabalhos relacionados à este projeto, com ênfase no ensino e aprendizagem da Álgebra Linear com seus respectivos resultados. Posteriormente no Capítulo 4 é apresentado a metodologia do trabalho e os recursos que serão utilizados para o desenvolvimento. Já no Capítulo 5 apresenta os resultados parciais do desenvolvimento do projeto. Por fim, no Capítulo 6 são descritas as conclusões

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo serão abordados alguns tópicos básicos da Álgebra Linear, como matrizes, espaços vetoriais e transformações lineares, que são necessários para o entendimento do trabalho. Também será comentado sobre avaliação de aprendizado que é um tema importante para esse trabalho. Foi feita uma síntese dos principais conceitos da Álgebra Linear e da Engenharia de software de forma a propiciar ao leitor um conhecimento geral do assunto.

2.1 Ensino e História da Álgebra Linear

Para melhor entendimento dos conceitos de Álgebra Linear, é preciso primeiro conhecer um pouco de sua história.

Na educação matemática é importante questionarmos como a história pode contribuir para melhorar o ensino. A história da matemática normalmente serve de motivação, desperta o interesse, pode servir de exemplo didático se observarmos na história como era ensinada, serve para mostrar sua ligação com os problemas de uma determinada época, enfim pode ser utilizada sob diversos olhares e todos interessantes.

Segundo Andrade (2010), o movimento de constituição da Álgebra Linear, iniciou-se aproximadamente no século XVIII quando Leibniz sentiu a necessidade de uma linguagem não geométrica que possibilitasse modos de expressar, além de magnitudes e números indeterminados, ângulo, posição e direção de movimentos, a partir de representações que não fossem de natureza geométrica. Uma tentativa inicial de Leibniz para a criação desta linguagem ainda era fortemente dependente da Geometria. Assim, avançando com os estudos, Leibniz buscava um conjunto de símbolos que fosse capaz de representar simbolicamente entidades geométricas. Coimbra (2008) diz que:

> Álgebra Linear teve várias origens. Algumas delas têm ligação com a geometria e outras não têm uma ligação especial com a geometria, como o estudo dos sistemas de equações lineares. A origem mais geométrica da Álgebra Linear parece ser o trabalho de Leibniz. Ele criticou os métodos analíticos de Descartes e Fermat e tentou elaborar um cálculo geométrico que permitiria calcular diretamente dos objetos geométricos. Leibniz não alcançou seu objetivo, mas abriu uma nova linha de pesquisa. Mais de um século mais tarde, Grassmann desenvolveu uma teoria em seu livro: *Die lineali Ausdehnungslehre*, que foi sua própria pesquisa de um cálculo geométrico. Sua teoria é muito geral e abstrata, e fornece muito mais do que cálculo geométrico. Mas a despeito de sua generalidade, a origem geométrica está muito presente (p. 43).

A Álgebra Linear é um ramo da Matemática que estuda os espaços vetoriais e as transformações entre eles e está presente em vários cursos relacionado as ciências exatas, como na ciência da computação, nas engenharias e Matemática. Para os estudantes da Matemática, a Álgebra Linear representa a primeira grande incursão destes no âmbito da abstração e nem sempre se constitui em uma passagem simples.

Assim, de acordo com Andrade (2010), grande parte das dificuldades inerentes a Álgebra Linear reside no fato de os alunos desenvolverem habilidades de manipulação algébrica mas nem sempre conseguirem construir um entendimento dos conceitos pois a variedade de linguagem e símbolos presentes em seu contexto escolar requer diferentes modos de pensamento para sua compreensão.

2.2 Matrizes

Segundo Boldrini et al. (1986) chamamos de matriz uma tabela de elementos dispostos em m linhas e n colunas. O elemento da matriz A que está na linha i e coluna j é indicado por a_{ij}. Uma matriz $A_{m \times n}$ sobre o corpo dos números reais $\mathbb{R}$ é um arranjo retangular com m linhas e n colunas da forma:

$$A_{m \times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} = [a_{ij}]_{m \times n}$$

A i-ésima linha da matriz A é a matriz $1 \times n$

$$L_i = \begin{bmatrix} a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{in,} \end{bmatrix}$$

A j-ésima coluna da matriz A é a matriz $m \times \mathit{1}$

$$C_j = \begin{bmatrix} a_{1j} \\ a_{2j} \\ \vdots \\ a_{mj} \end{bmatrix}$$

Neste trabalho as matrizes aparecerão sempre entre colchetes e usaremos sempre letras maiúsculas para denotar matrizes, e quando quisermos especificar a ordem de uma matriz A (isto é, o número de linhas e colunas), escreveremos $A_{m \times n}$. O símbolo a_{ij} significa o elemento da matriz A que está na i-ésima linha e j-ésima coluna.

Em álgebra linear começamos a tratar as colunas e as linhas das matrizes como vetores. Como exemplo, podemos considerar a primeira linha da matriz A como um vetor:

$$\vec{A}_1 = (a_{11},\, a_{12},\ldots,\, a_{1n}) \in \mathbb{R}^n.$$

Igualmente, podemos considerar a última coluna da matriz como sendo um vetor:

$$\vec{A}_n = (a_{1n},\, a_{2n},\ldots,\, a_{mn}) \in \mathbb{R}^m \text{ com } m \text{ componentes.}$$

2.2.1 Tipos especiais de matrizes

De acordo com Boldrini et al. (1986) ao trabalhar com matrizes, observamos que existe algumas que, seja pela quantidade de linhas ou colunas, ou ainda, pela natureza de seus elementos, têm propriedades que as diferenciam de uma matriz qualquer. Além disso, estes tipos de matrizes aparecem frequentemente na prática e, por isso, recebem nomes especiais.

Consideremos uma matriz com m linhas e n colunas que denotamos por $A_{m \times n}$:

Matriz Quadrada

É aquela cujo número de linhas é igual ao número de colunas (m=n).

Exemplos:

$$A_{4 \times 4} = \begin{bmatrix} 5 & 6 & 5 & 4 \\ 7 & 9 & 9 & 3 \\ 3 & 1 & 2 & 1 \\ 9 & 2 & 4 & 7 \end{bmatrix} \qquad \text{e} \qquad B_{1 \times 1} = \begin{bmatrix} 5 \end{bmatrix}$$

A diagonal principal de uma matriz quadrada de ordem n é o conjunto das entradas a_{ij} com $i = j$ e a diagonal secundária é o conjunto das entradas a_{ij} com $i + j = n + 1$.

Matriz Nula

É uma matriz que possui todas as entradas nulas, ou seja em que $a_{ij} = 0$

para todo i e j.

Exemplos:

$$A_{4 \times 4} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad \text{e} \qquad B_{2 \times 3} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Matriz Linha

É uma matriz com apenas uma linha (m=1)

Exemplos:

$$L_1 = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 5 \end{bmatrix} \qquad \text{e} \qquad L_2 = \begin{bmatrix} 3 & -2 \end{bmatrix}$$

Matriz Coluna

É uma matriz com apenas uma coluna (n=1)

Exemplos:

$$C_1 = \begin{bmatrix} 7 \\ 9 \\ 2 \end{bmatrix} \qquad \text{e} \qquad C_2 = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

Matriz Diagonal

É uma matriz quadrada (m=n) onde os elementos que não pertencem a diagonal principal são nulos. ou seja $a_{ij} = 0$, para $i \neq j$.

Exemplos:

$$A_3 = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & -9 \end{bmatrix}, \qquad \text{e} \qquad B_4 = \begin{bmatrix} -5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}, \ldots$$

Matriz Identidade

É uma matriz de ordem n (denotada por I_n) onde todos os elementos são iguais a 0, exceto os da diagonal principal, que são iguais a 1.

Exemplos:

$$I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad I_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \ldots$$

2.2.2 Operações entre matrizes

As operações entre matrizes são bem parecidas com as operações entre vetores, com vetores, é só somar elemento por elemento e isso é igual com matrizes.

Duas matrizes $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ e $B = [b_{ij}]_{m \times n}$ são iguais quando $a_{ij} = b_{ij}$ $\forall$ i e j.

Operação de Adição

De acordo com Boldrini et al. (1986) a soma de duas matrizes de mesma ordem, $A_{m \times n} = [a_{ij}]$ e $B_{m \times n} = [b_{ij}]$, é uma matriz $m \times n$, que denotamos como $A + B$, cujos elementos são somas dos elementos correspondentes de A e B. Isto é,

$$A + B = [a_{ij} + b_{ij}]_{m \times n}$$

Exemplo:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \\ 4 & 8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 0 & 5 \\ 9 & -7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 4 \\ 13 & 1 \end{bmatrix}$$

Propriedades da adição: Dadas as matrizes A, B e C de mesma ordem $m \times n$ temos:

i) A + B = B + A (comutatividade)

ii) A + (B+C) = (A + B) + C (associatividade)

iii) A + 0 = A, onde 0 denota a matriz nula $m \times n$.(elemento neutro)

iv) A + (-A) = 0 (Elemento simétrico)

Podemos usar a notação $O_{m \times n}$ para a matriz nula, para que não haja confusão com o número zero.

Multiplicação por Escalar

Para quaisquer matrizes A e B de mesma ordem, α e β reais, a multiplicação por escalar satisfaz as seguintes propriedades:

i) $\alpha(\beta\mathrm{A}) = (\alpha\beta)\mathrm{A}$
ii) $\alpha(\mathrm{A}+\mathrm{B}) = \alpha\mathrm{A} + \alpha\mathrm{B}$
iii) $(\alpha+\beta)\mathrm{A} = \alpha\mathrm{A} + \beta\mathrm{A}$
iv) $1\mathrm{A} = \mathrm{A}$

Produto de matrizes

Dadas duas matrizes A $= [a_{ij}]_{m \times n}$ e B $= [b_{jk}]_{n \times p}$, define-se produto AB como a matriz $C = [c_{ik}]_{m \times p}$ tal que :

$$c_{ik} = a_{i1}b_{1k} + a_{i2}b_{2k}+, ..., +a_{in}b_{nk} = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}b_{jk} \tag{1}$$

Observações:

O produto AB, por definição existe se, e somente se o número de colunas de A é igual ao número de linhas de B.

O produto de matrizes não é comutativo, em geral $AB \neq BA$, mesmo para matrizes quadradas de mesma ordem.

Exemplo de produto de matrizes:

$$\text{Se } A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -2 & 0 \end{bmatrix} \qquad e \qquad B = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, \; então$$

$$AB = \begin{bmatrix} 1 \cdot (-1) + 2 \cdot 0 + 3 \cdot 3 & 1 \cdot 3 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 4 \\ 2 \cdot (-1) + (-2) \cdot 0 + 0 \cdot 3 & 2 \cdot 3 + (-2) \cdot 1 + 0 \cdot 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 17 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$$

2.3 Espaços vetoriais

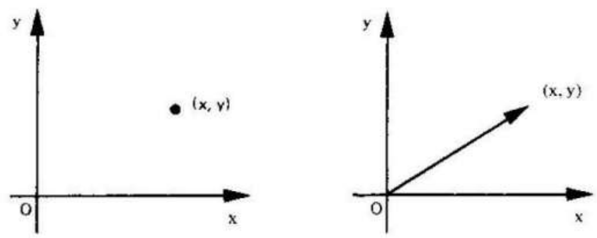
2.3.1 Definição

A definição de espaço vetorial que veremos adiante faz uso da ideia de operações definidas sobre um conjunto. Iniciaremos explorando esta noção.

Sabe-se que o conjunto $\mathbb{R}^2 = \{(x,y)/x,y \in \mathbb{R}\}$ é interpretado geometricamente como o plano cartesiano.

O par ordenado (x, y) pode ser um ponto ou um vetor, como visto na **Figura 2.1** logo abaixo:

Figura 2.1 – Plano Cartesiano.



Essa ideia se estende ao espaço tridimensional que é a interpretação geométrica do conjunto $\mathbb{R}^3$. embora se perca a visão geométrica, é possível estender essa ideia a espaços $\mathbb{R}^4$, $\mathbb{R}^5$ ... $\mathbb{R}^n$.

Um conjunto não vazio **V**, munido das operações de adição e multiplicação por escalar, isto é, para todo u, v $\in$ **V** e todo $\alpha \in \mathbb{R}$, u + v $\in$ **V** e αu $\in$ **V** é denominado de um espaço vetorial sobre $\mathbb{R}$ se para todo u, w $\in$ **V** e α, $\beta \in \mathbb{R}$ as seguintes propriedades forem satisfeitas:

2.3.2 Operações de adição

A_1. (u + v) + w = u + (v + w) (Associatividade)
A_2. u + v = v + u (Comutatividade)
A_3. Existe 0 $\in$ V, tal que para todo u $\in$ V, u + 0 = u (Elemento Neutro).
A_4. Para todo u $\in$ V, existe -u $\in$ V, u + (-u) = 0 (Elemento Oposto)

2.3.3 Operações de multiplicação

M_1. $(\alpha\beta)$u = $\alpha(\beta$u) (Associatividade)
M_2. $(\alpha + \beta)$u = αu + βu (Distributividade)
M_3. α(u + v) = αu + αv (Distributividade)
M_4. 1u = u (Elemento neutro)

Os elementos do espaço vetorial **V** são chamados de vetores.

2.3.4 Exemplos:

Exemplo 1:

O conjunto V = $\mathbb{R}^2 = \{(x,y)/x,y \in \mathbb{R}\}$um espaço vetorial com as operações de adição e multiplicação por um número real assim definidas:

- $(x_1, y_1) + (x_2, y_2) = (x_1 + x_2, y_1 + y_1)$
- α(x, y) = (αx, αy)

Essas são as operações usuais de adição e multiplicação por escalar. Para verificarmos os oitos axiomas de espaços vetorias, consideremos u = (x_1, y_1), v = (x_2, y_2). Tem-se:

Operações de Adição

- A_1
  (u + v) + w = ((x_1 , y_1) + (x_2 , y_2)) + (x_3 , y_3)
  (u + v) + w = ((x_1 + x_2 , y_1 + y_2)) + (x_3 , y_3)
  (u + v) + w = ((x_1 + x_2) + x_3, (y_1 + y_2) + y_3)
  (u + v) + w = (x_1 +(x_2 + x_3), y_1 + (y_2 , y_3))
  (u + v) + w = (x_1 , y_1) + (x_2 + x_3, y_2 , y_3)
  (u + v) + w = (x_1 , y_1) + ((x_2 , y_2) + (x_3 , y_3))
  (u + v) + w = (x_1 , y_1) + ((x_2 , y_2) + (x_3 , y_3))
  (u + v) + w = u + (v + w)

- A_2
  u + v = (x_1 , y_1) + (x_2 , y_2)
  u + v = (x_1 + x_2, y_1 + y_2)
  u + v = (x_2 + x_1, y_2 + y_1)
  u + v = (x_2 , y_2) + (x_1 , y_1)
  u + v = v + u

- A_3
  $\exists$0 = (0, 0) $\in \mathbb{R}^2$, $\forall$u $\in \mathbb{R}^2$,
  u + 0 = (x_1 , y_1) + (0, 0)
  u + 0 = (x_1 + 0, y_1 + 0)
  u + 0 = (x_1 , y_1)
  u + 0 = u

- A_4
  $\forall$u = (x_1 , y_1) $\in \mathbb{R}^2$, $\in$(-u) = (-x_1 , -y_1) $\in \mathbb{R}^2$,
  u + (-v) = (x_1 , y_1) + (-x_1 , -y_1)
  u + (-u) = (x_1 - x_1, y_1 - y_1)
  u + (-u) = (0, 0) = 0

Operações de Multiplicação

- M_1
  $(\alpha\beta)$u $= (\alpha\beta)\ (x_1\ ,\ y_1) = ((\alpha\beta)x_1,\ (\alpha\beta)y_1\ ) = (\alpha(\beta x_1),\ \alpha(\beta y_1))$
  $(\alpha\beta)$u $= \alpha(\beta x_1,\ \beta y_1) = \alpha(\beta(x_1,\ y_1))$
  $(\alpha\beta)$u $= \alpha(\beta$u$)$

- M_2
  $(\alpha + \beta)$u $= (\alpha + \beta)(x_1,\ y_1) = ((\alpha + \beta)x_1,\ (\alpha + \beta)y_1\ ) = (\alpha x_1 + \beta x_1,\ \alpha y_1 + \beta y_1)$
  $(\alpha + \beta)$u $=(\alpha x_1,\ \alpha y_1) + (\beta x_1,\ \beta y_1) = \alpha(x_1,\ y_1) + \beta(x_1,\ y_1)$
  $(\alpha + \beta)$u $= \alpha$u $+ \beta$u

- M_3

  $\alpha($ u + v$) = \alpha((x_1,\ y_1) + (x_2,\ y_2)) = \alpha(x_1 + x_2,\ y_1 + y_2) = (\alpha(x_1 + x_2),\ \alpha(y_1 + y_2))$
  $\alpha($ u + v$) = (\alpha x_1 + \alpha x_2,\ \alpha y_1 + \alpha y_2) = (\alpha x_1,\ \alpha y_1) + (\alpha x_2,\ \alpha y_2)$
  $\alpha($ u + v$) = \alpha(x_1,\ y_1) + \alpha(x_2,\ y_2) = \alpha$u $+ \alpha$v

- M_4

  1u $= 1(x_1,\ y_1) = (1x_1,\ 1y_1) = (x_1,\ y_1)$
  1u = u

Observação:

Os conjuntos $\mathbb{R}^3$, $\mathbb{R}^4$, ..., $\mathbb{R}^n$ são espaços vetoriais com as operações de adição e multiplicação por escalar usuais. Depois de verificados os oito axiomas de espaço vetorial para o $\mathbb{R}^2$, os mesmos ficam também evidentes nos conjuntos acima citados.

2.4 Transformação linear

Transformação linear é um tipo particular de função entre dois espaços vetoriais que preserva as operações de adição vetorial e multiplicação por escalar. Uma transformação linear também pode ser chamada de aplicação linear ou mapa linear. No caso em que o domínio e contradomínio coincidem, é usada a expressão operador linear. Na linguagem da Álgebra abstrata, uma transformação linear é um homomorfismo de espaços vetoriais.

Definição:

Uma função T : $\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ é denominada de transformação linear de $\mathbb{R}^n$ em $\mathbb{R}^m$ se para quaisquer u, v $\in \mathbb{R}^n$ e $\alpha \in \mathbb{R}$ temos:

i) T(u + v) = T(u) + T(v)

ii) T(αu) = αT(u).

A transformação linear de $\mathbb{R}^n$ no próprio $\mathbb{R}^n$ é denominada de operador linear sobre $\mathbb{R}^n$.

Exemplo:

Seja T : $\mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$, definida por T(x, y, z) = (x-y, x-z). Verificaremos se T é uma transformação linear.

Seja U = (x_u, y_u, z_u), V = (x_v, y_v, z_v) $\in \mathbb{R}^3$. Temos que:

i) T(u + v) = ((x_u + x_v) - (y_u + y_v), (x_u + x_v) - (z_u + z_v))
= (x_u + x_v - y_u -y_v, x_u + x_v - z_u - z_v)
= (x_u - y_u + x_v - y_v, x_u - z_u + x_v -z_v)
= (x_u - y_u, x_u - z_u) + (x_v - y_u, x_v - z_u)
= T(u) + T(v)

ii) T(αu) = $(\alpha x_u - \alpha y_u, \alpha x_u - \alpha z_u)$
$= \alpha(x_u - y_u, x_u - z_u)$
= αT(u)

Logo temos que T é uma transformação linear.

2.4.1 Núcleo de uma transformação Linear

Segundo Steinbruch e Winterle (1987), define núcleo de uma transformação Linear T : V $\rightarrow$ W ao conjunto de todos os vetores v $\in$ V que são transformados em 0 $\in$ W. Indica-se esse conjunto por N(T) ou ker(T):

N(T) = {v $\in$ V/T(v) = 0 }

Observamos que N(T) $\subset$ V e N(T) $\neq \emptyset$, pois 0 $\in$ N(T), tendo em vista que T(0) = 0

2.4.2 Imagem de uma transformação Linear

Steinbruch e Winterle (1987), chama de imagem de uma transformação linear T : V $\rightarrow$ W ao conjunto dos vetores w $\in$ W que são imagens de pelo menos um vetor v $\in$ V. Indica-se esse conjunto por Im(T) ou T(V):

Im(T) = {w $\in$ W/T(v) = w para algum v $\in$ V }

Figura 2.2 – Núcleo de uma transformação linear

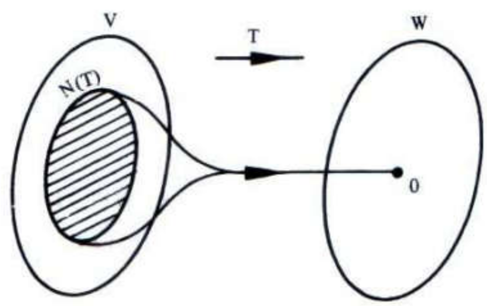
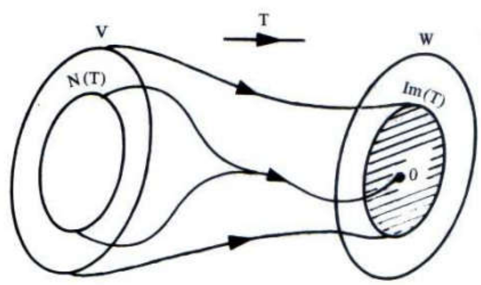


Figura 2.3 – Imagem de uma transformação linear.



Observamos que Im(T) $\subset$ W e Im(T) $\neq \emptyset$, pois 0 = T(0) $\in$ Im(T). Se Im(T) = W, T diz-se sobrejetora, isto é, para todo w $\in$ W existe pelo menos um v $\in$ V tal que T(v) = w.

2.4.3 Operações com transformações lineares

1. **Adição**

   Sejam T_1: V $\rightarrow$ W e T_2: V $\rightarrow$ W transformações lineares. Chama-se soma das transformações lineares T_1 e T_2 à transformação linear
   $T_1 + T_2$: V $\rightarrow$ W
   v $\rightarrow$ $(T_1 + T_2)$(v) = T_1(v) + T_2(v), $\forall$v $\in$ V

   Se A e B são bases de V e W, respectivamente, demostra-se que:

   $[T_1 + T_2]^A_B = [T_1]^A_B + [T_2]^A_B$

2. **Multiplicação por escalar**

   Sejam T_1: V $\rightarrow$ W uma transformação linear e $\alpha \in \mathbb{R}$. chama-se produto de T_1 pelo escalar α à transformação linear:

   α T_1: V $\rightarrow$ W
   v $\rightarrow$ $(\alpha\ T_1)$(v) = α T_1(v), $\forall$v $\in$ V

Se A e B são bases de V e W, respectivamente, demonstra-se que:

$[\alpha\ T_1]_B^A = \alpha[T_1]_B^A$

2.4.4 Transformações Lineares Planas

- **Dilatações e Contrações**

  A seguinte aplicação de $\mathbb{R}^2$ em $\mathbb{R}^2$ é uma transformação linear de dilatação:

  T : $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ v $\to$ T(v) = αv

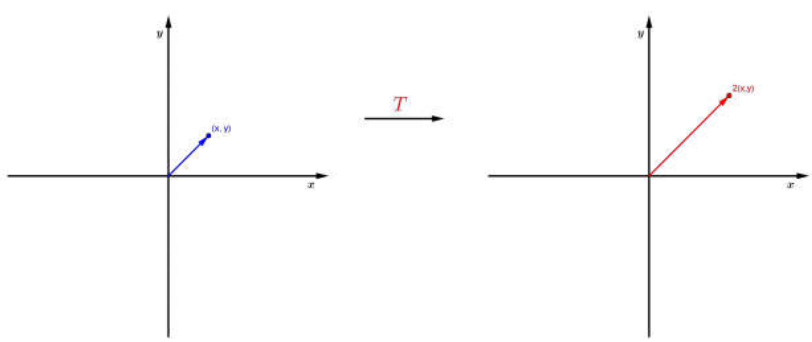
  Essa transformação é uma Expansão (ou contração), dependendo do valor de α. Esta transformação leva cada vetor v do $\mathbb{R}^2$ num vetor de mesma direção de v, mas com sentido igual a v (caso $\alpha > 0$) ou sentido oposto (caso $\alpha < 0$) e módulo maior (caso $|\alpha| > 1$) ou menor (caso $|\alpha| < 1$). Quando $\alpha = 1$ esta é a transformação identidade.

  Por exemplo, para $\alpha = 2$ e v = (x, y) $\in \mathbb{R}^2$ temos: T(x,y) = 2(x,y)

  Escrevendo na forma de vetores-coluna temos:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \to 2\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \text{ } ou \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

Figura 2.4 – A transformação linear T leva todo elemento (x,y) $\in \mathbb{R}^2$ no elemento 2(x,y).



Quando esta transformação é aplicada em uma imagem, ela é aplicada no conjunto de pontos do $\mathbb{R}^2$ assim cada pixel vai sofrer a transformação. Neste exemplo ela irá expandir a imagem no dobro de seu tamanho.

Observamos que:

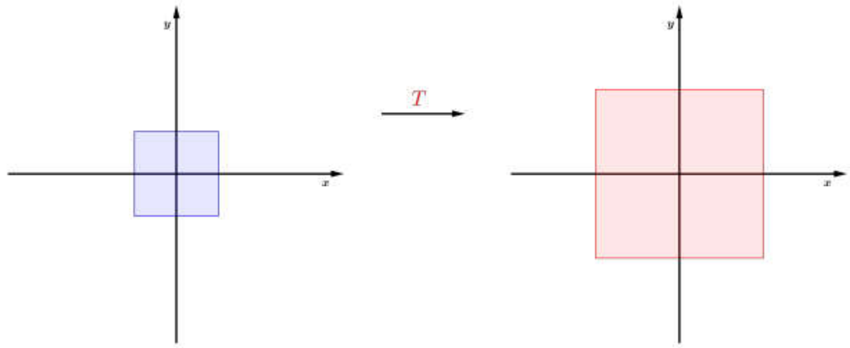
se $|\alpha| > 1$, T dilata a imagem;

se $|\alpha| < 1$, T contrai a imagem;

se $\alpha = 1$, T é a identidade I;

se $\alpha < 0$, T troca o sentido dos vetores da imagem.

Figura 2.5 – A transformação T leva uma figura no plano na mesma figura ampliada com o dobro do tamanho.



- **Reflexões**

  Podemos realizar três tipos diferentes de reflexões: reflexão no eixo x ou eixo y, e uma reflexão na origem.

  As formas algébricas são:

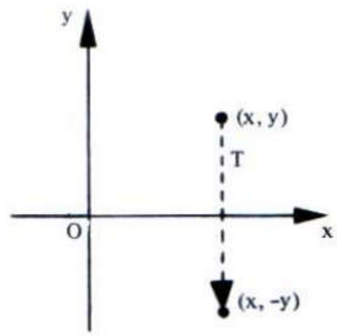
  - Reflexão na origem: leva cada ponto (x,y) para sua imagem (-x, -y): T(x, y) = (-x, -y)
  - Reflexão em torno do eixo y: leva cada ponto (x,y) para sua imagem (-x,y): T(x, y) = (-x, y)
  - Reflexão em torno do eixo x: leva cada ponto (x,y) para sua imagem (x,-y): T(x, y) = (x, -y)

  a) *Exemplo de reflexão em torno do eixo dos x*

  Essa transformação linear leva cada ponto (x, y) para sua imagem (x, -y), simétrica em relação ao eixo dos x.
  Demonstra-se que as reflexões são transformações lineares. Esta particular transformação é.
  T : $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$
  (x, y) $\rightarrow$ (x, -y) ou
  T(x, y) = (x, -y)

  sendo, A = $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ sua matriz canônica, isto é: $\begin{bmatrix} x \\ -y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$

Figura 2.6 – Exemplo reflexão



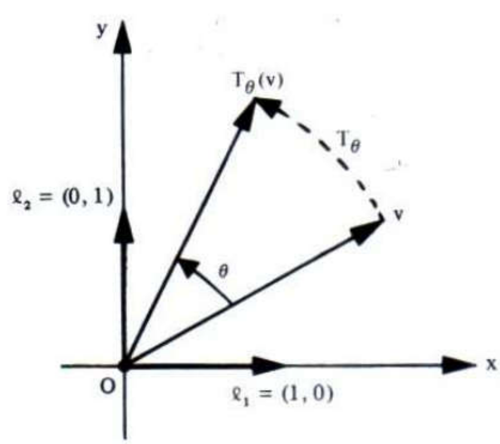
- **Rotações**

  As rotações podem ocorrer no sentido horário ou anti-horário. Convencionalmente, medidas angulares positivas descrevem rotações no sentido anti-horário. Se nós quisermos descrever uma rotação no sentido horário, nós usamos medidas angulares negativas.

  A rotação do plano em torno da origem (**Figura 2.8**), que faz cada ponto descrever um ângulo θ, determina uma transformação linear $T_\theta : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ cuja matriz canônica é:

$$T_\theta = \begin{bmatrix} cos\theta & -sen\theta \\ sen\theta & cos\theta \end{bmatrix}$$

Figura 2.7 – Exemplo rotação do ângulo θ no Sentido anti-horário



- **Cisalhamentos**

  Podemos realizar dois tipos diferentes de cisalhamentos: Cisalhamento na direção do eixo dos x (horizontal) e Cisalhamento na direção do eixo dos y (vertical).

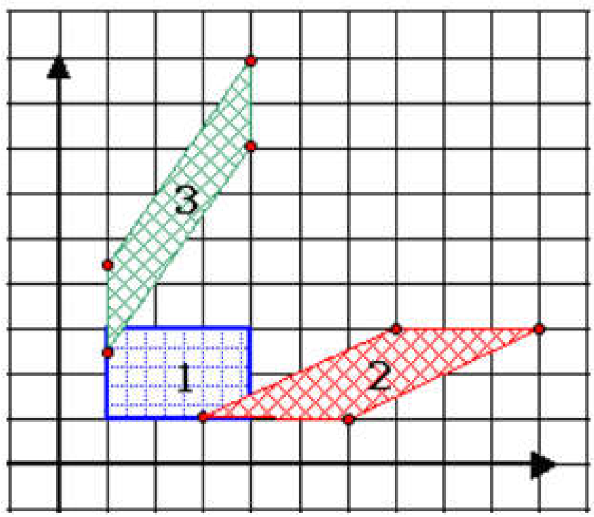
  As formas algébricas são:

  – Paralela ao eixo dos x: T(x, y) = (x + ky, y).

  – Paralela ao eixo dos y: T(x, y) = (x, kx + y).

  O exemplo abaixo mostra um cisalhamento paralelo a x, com fator 2 (figura 2) e um cisalhamento paralelo a y, de fator 1,5 (figura 3) aplicados a um retângulo.

Figura 2.8 – Exemplo cisalhamentos paralelos ao eixo dos x e paralelo a eixo dos y



As formas matriciais correspondentes são:

$$C_x = \begin{bmatrix} 1 & k \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \; C_y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & k \end{bmatrix}$$

2.5 Metodologia de Desenvolvimento Ágil

Os métodos ágeis caracterizam-se pelo seu caráter adaptativo, compartilham, na sua essência, o processo de desenvolvimento centrado nas pessoas, orientado para a obtenção de artefatos a partir de iterações, o que, consequentemente, impõe o caráter adaptativo durante todo o ciclo de desenvolvimento. São várias as metodologias que são classificadas como ágeis, entre elas se destaca o Scrum.

Em 2001, membros proeminentes da comunidade de desenvolvedores, autores e consultores da área de *software* se reuniram em Snowbird e adotaram o nome métodos ágeis, tendo publicado o Manifesto Ágil, documento que reúne os princípios e práticas desta metodologia de desenvolvimento. Mais tarde, segundo Pressman e Maxim (2011) essas pessoas formaram a *Agile Alliance*(Aliança dos Ágeis), uma organização não lucrativa que promove o desenvolvimento ágil e assinaram o *Manifesto for Agile Software Development*(Manifesto para o Desenvolvimento ágil de software).

2.5.1 Manifesto Ágil

O Manifesto Ágil reconhece que a utilização de processos, ferramentas, documentação, contratos e planos pode ser importante para o sucesso do projeto, mas são ainda mais importantes os chamados valores Ágeis: os indivíduos e interações entre eles, software (ou produto) em funcionamento, colaboração com o cliente e responder a mudanças.

De acordo com Pressman e Maxim (2011) um manifesto é associado a um movimento político emergente: atacando a velha guarda e sugerindo uma mudança revolucionária. certamente, é disso que trata o desenvolvimento ágil. O Manifesto para o desenvolvimento ágil de software inicia-se da seguinte maneira:

> Estamos descobrindo maneiras melhores de desenvolver *software*, fazendo-o nós mesmos e ajudando outros a fazerem o mesmo. Através deste trabalho, passamos a valorizar:
>
> - **Indivíduos e interações** mais que processos e ferramentas
> - **Software em funcionamento** mais que documentação abrangente
> - **Colaboração com o cliente** mais que negociação de contratos
> - **Responder a mudanças** mais que seguir um plano
>
> Ou seja, mesmo havendo valor nos itens à direita, valorizamos mais os itens à esquerda.

2.6 Metodologia *Scrum*

O *Scrum* (nome derivado de uma atividade que ocorre durante um jogo de rugby) é um modelo ágil de processo que foi desenvolvido por Jeff Sutherland e por sua equipe no início da década de 1990 (PRESSMAN; MAXIM, 2011). *Scrum* vem sendo adotado com sucesso por organizações de diversos tamanhos e tipos. De multinacionais a *startups*, de famosas a desconhecidas. Seu uso não se limita a projetos de desenvolvimento de *software*, embora tenha sido concebido com essa finalidade. *Scrum* é hoje também utilizado em diferentes mercados, que incluem empresas de *marketing* e de desenvolvimento de *hardware*. Sabbagh (2013) trás alguns benefícios no uso do *Scrum* que incluem:

- entregas frequentes de retorno ao investimento dos clientes;

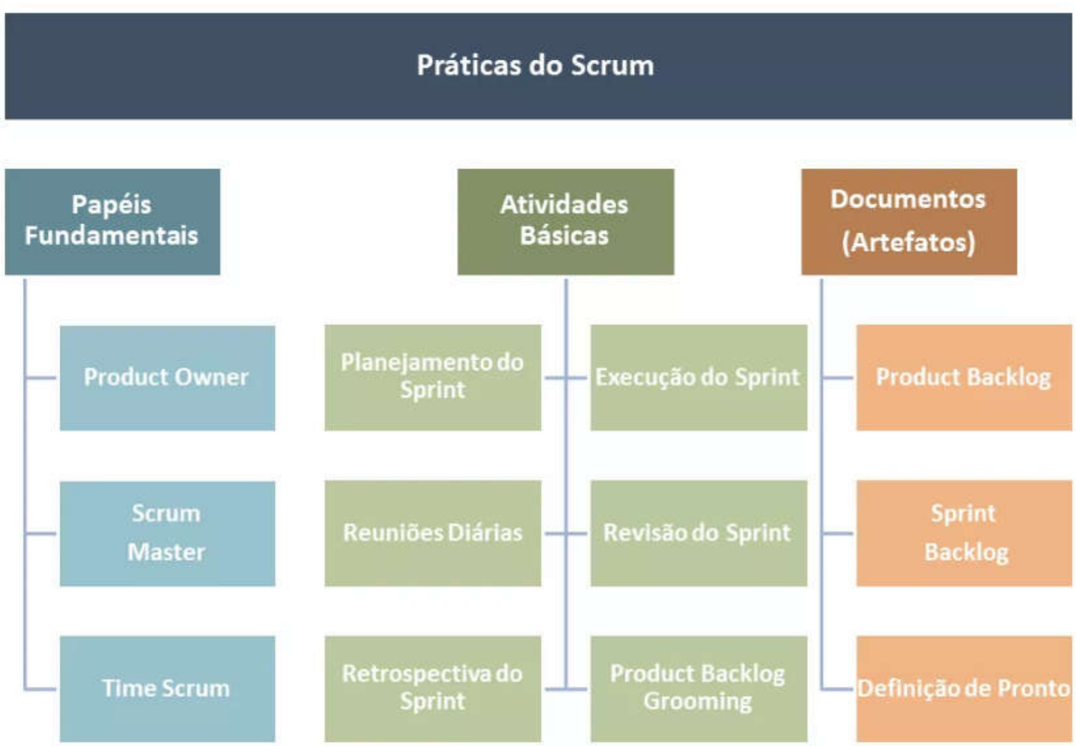
- redução dos riscos do projeto;
- maior qualidade no produto gerado;
- mudanças utilizadas como vantagem competitiva;
- visibilidade do progresso do projeto;
- redução do desperdício;
- aumento de produtividade.

A definição que Sabbagh (2013) da para a metodologia *Scrum* é a seguinte:

> *Scrum* é um *framework* Ágil, simples e leve, utilizado para a gestão do desenvolvimento de produtos complexos imersos em ambientes complexos. *Scrum* é embasado no empirismo e utiliza uma abordagem iterativa e incremental para entregar valor com frequência e, assim, reduzir os riscos do projeto.

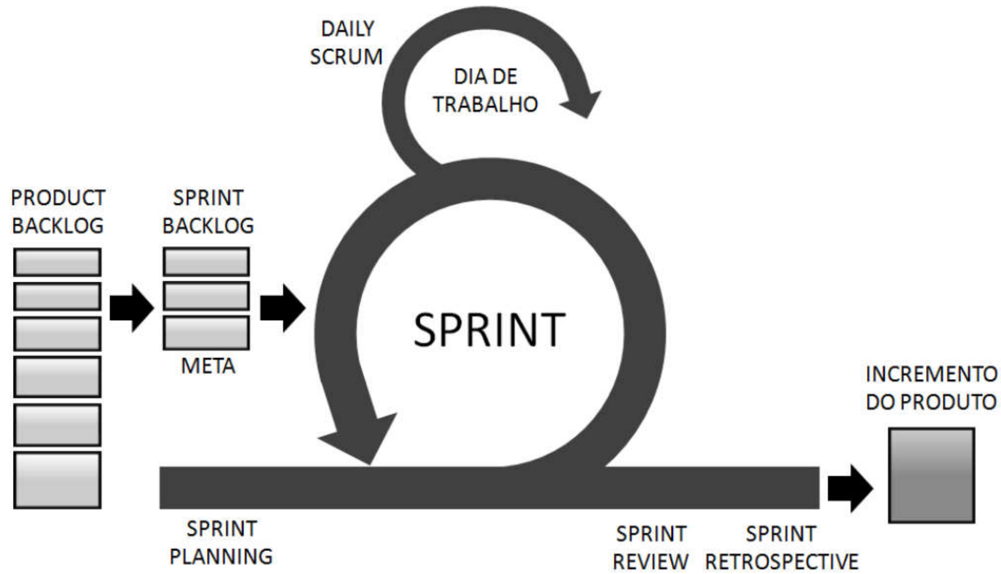
A base fundamental da metodologia de desenvolvimento ágil de *software Scrum* é composta pelas seguintes práticas, que estão representadas na figura 2.9

Figura 2.9 – Práticas do Scrum



A Figura 2.10 mostra o ciclo de atividades da metodologia de desenvolvimento ágil *Scrum*, sendo que diversos termos são utilizados para caracterizar as etapas presentes na metodologia, como o *Sprint*, *Sprint planning*, *Sprint Review*, *Sprint Retrospective*, *Product Backlog*, *Sprint Backlog*, *Daily Scrum* e *Product Increment*. Esses termos serão explicados ao longo dessa seção, utilizando como referência o livro de Sabbagh (2013).

Figura 2.10 – Ciclo de Atividades do Scrum



O *Scrum* funciona de acordo com o ciclo de atividades demonstrado na figura 2.10. Cada fase presente no ciclo de atividades do *Scrum* tem um papel importante para o seu sucesso na implantação dos serviços de *software*. Sua divisão consiste em *Sprints* que são ciclos de atividades catalogadas pelo *Product Backlog*, sendo dever do *Product Owner* definir quais atividades deverão ser executadas primeiro no projeto através da etapa de *Sprint Planning*.

Apenas três papéis são definidos pelo *Scrum*: o Time de Desenvolvimento, o *Product Owner* e o *ScrumMaster*. As pessoas que desempenham esses papéis são igualmente responsáveis e responsabilizadas pelos resultados do trabalho e, assim, se comprometem com o projeto.

Product Owner

O *Product Owner* é o responsável por definir, comunicar e manter a visão do produto relativamente constante ao longo do projeto. O *Product Owner* é único. Ele trabalha com os clientes do projeto e com quaisquer outras partes interessadas que possam contribuir para o entendimento e definição da visão do produto. O grupo de partes interessadas do projeto também inclui os próprios usuários do produto, que receberão ao longo do desenvolvimento partes prontas do produto para serem utilizadas.

Time de Desenvolvimento

O Time de Desenvolvimento realiza o trabalho de desenvolvimento do produto.

Ele é multidisciplinar, o que significa que possui, em seus membros, todo o conhecimento necessário para realizar esse trabalho. O Time de Desenvolvimento é também auto-organizado, ou seja, ele próprio define como irá realizar o trabalho e gerenciar seu progresso em direção a metas de negócios acordadas com o *Product Owner*.

ScrumMaster

O *ScrumMaster* é o responsável por garantir que os impedimentos que o Time de Desenvolvimento encontre em seu trabalho sejam removidos, atuando quando necessário como um agente de mudança na organização. Esses impedimentos geram o risco de não se atingirem os objetivos. O *ScrumMaster* está presente e age como um facilitador em todas as reuniões do *Scrum*, facilita o trabalho do dia a dia do Time de Desenvolvimento e facilita as interações entre o Time de Desenvolvimento e o *Product Owner*. Ele também ensina *Scrum* ao Time de Scrum e a se auto-organizarem. O *ScrumMaster* é tão neutro quanto possível e possui *skills*,ou seja, competências comportamentais e pessoais, para realizar seu trabalho.

Product Backlog

O *Product Backlog* é uma lista de tudo o que se acredita que será desenvolvido pelo Time de Desenvolvimento no decorrer do projeto. Em cada momento, essa lista é atualizada, ordenada de acordo com a importância para os clientes do projeto e possui apenas o nível de detalhes que é possível de se ter. O Product Backlog contém as necessidades ou objetivos de negócios dos clientes do projeto e demais partes interessadas e pode também conter melhorias a serem realizadas no produto, correções de problemas, questões técnicas, pesquisas que forem necessárias etc. Assim, tudo o que pode vir a ser desenvolvido para se alcançar. O *Product Backlog* pode ser visto na figura 2.10.

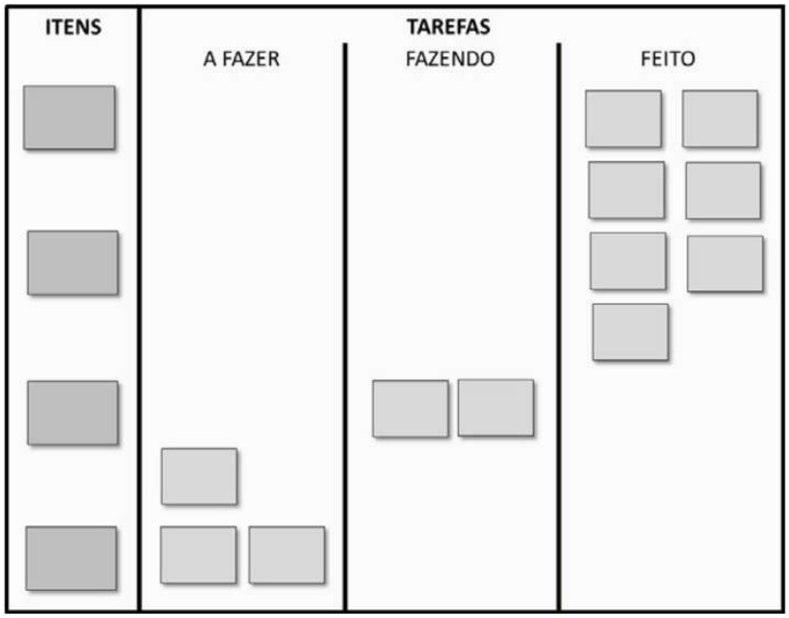
Sprint Backlog Além de, juntamente com o *Product Owner*, selecionar os itens e definir uma meta, o Time de Desenvolvimento também cria um plano de como o que foi selecionado será desenvolvido. Esse plano é geralmente expresso por tarefas a serem realizadas durante o *Sprint*. O conjunto de itens selecionados e seu respectivo plano é chamado de *Sprint Backlog* e é geralmente representado na forma de um Quadro de Tarefas como mostra na figura 2.11.

Sprint Planning (Planejamento do Sprint)

O *Sprint* se inicia com a reunião de *Sprint Planning*, na qual se planeja o trabalho a ser realizado no próprio *Sprint*. Nessa reunião, Time de Desenvolvimento e *Product Owner* negociam, a partir dos itens do alto do *Product Backlog*, o que será desenvolvido. Ou seja, facilitados pelo *ScrumMaster*, eles selecionam um conjunto de itens do alto do *Product Backlog* que julgam ser capazes de desenvolver na duração do *Sprint*, o que é apenas uma previsão, e estabelecem um objetivo ou meta de negócios a ser alcançada com o desenvolvimento esses itens, chamada de Meta do *Sprint*. O Time de Desenvolvimento, então, se compromete com atingir essa Meta do *Sprint*.

Daily Scrum

Figura 2.11 – Quadro de Tarefas do Sprint Backlog



A *Daily Scrum* é uma reunião curta realizada diariamente pelo Time de Desenvolvimento. Essa reunião é um *timebox* de quinze minutos e acontece preferencialmente no mesmo local e à mesma hora. A reunião facilita a auto-organização do Time de Desenvolvimento e, assim, sua realização é de grande importância. Ela tem os propósitos de proporcionar, entre os membros do Time de Desenvolvimento, visibilidade ao trabalho realizado e a realizar, promover a comunicação sobre esse trabalho, dar visibilidade a quais obstáculos atrapalham ou atrapalharam o desenvolvimento desde a última reunião de *Daily Scrum* e servir de oportunidade para decisões rápidas com relação ao progresso do *Sprint*. Assim, essa reunião produz um plano informal para o próximo dia de trabalho do Time de Desenvolvimento, ou seja, para até a próxima reunião de *Daily Scrum*.

Sprint Review

Ao final de cada *Sprint* é feito um *Sprint Review*. Durante esta reunião, o *Scrum Team* mostra o que foi alcançado durante o *Sprint*. Tipicamente, isso tem o formato de um demo das novas funcionalidades. Durante o *Sprint Review*, o projeto é avaliado em relação aos objetivos do *Sprint*, determinados durante o *Sprint Planning*. Idealmente, a equipe completou cada um dos itens do *Product Backlog* trazidos para fazer parte do *Sprint*, mas o importante mesmo é que a equipe atinja o objetivo geral do *Sprint*.

Sprint Retrospective

O *Sprint Retrospective* ocorre ao final de um *Sprint* e serve para identificar o que funcionou bem, o que pode ser melhorado e que ações serão tomadas para melhorar.

2.7 Avaliação da Aprendizagem

Segundo Bloom, Hastings e Madaus (1983), em Educação, a avaliação pode ser considerada como um método de adquirir e processar evidências necessárias para melhorar o ensino e a aprendizagem. Libâneo (1994) também conceitua a avaliação de forma abrangente. Afirma que a avaliação é uma tarefa complexa que vai além da realização e correção de provas, e que os resultados devem ser submetidos a análises reflexivas. Infelizmente, as escolas têm usado a avaliação como método de criação de hierarquias que classificam os alunos entre bons e ruins, corrompendo assim a ideia original do processo avaliativo.

Uma abordagem diferenciada da avaliação é a proposta por Libâneo (2006) que afirma que o objetivo principal da avaliação deve ser diagnosticar as lacunas de aprendizagem do estudante a fim de se indicar o ponto de partida mais adequado para a instrução. Dessa forma, avaliar não é apenas atribuir notas ou conceito para os alunos, mas sim identificar as lacunas do aprendizado e analisar estratégias para suprir essas necessidades, revisando e inovando o processo e a interação entre o aluno e o professor.

Bloom, Hastings e Madaus (1983) classifica a avaliação em três tipos: diagnóstica, formativa e somativa. A avaliação diagnóstica é realizada no início das atividades e objetiva detectar as competências e habilidades que o aluno possui. A avaliação formativa é realizada em diversos momentos do processo educativo e objetiva detectar os pontos fracos do processo para servir de subsídios para a sua melhoria. Finalmente, a avaliação somativa é realizada no final do processo e tem como finalidade certificar o desempenho do aluno, fornecendo critérios para aprovação ou reprovação do aluno.

2.8 Computação Simbólica

A computação simbólica é um ramo que estuda as operações simbólicas manipuladas por um computador, trabalha com expressões matemáticas e objetos matemáticos.

Segundo Bortolossi, Pesco e Rezende (2012), um sistema de computação simbólica *(Computer Algebra System ou CAS, em inglês)* é um software que permite realizar várias tarefas matemáticas simbolicamente. Ao contrário do que ocorre com as calculadoras usuais, um CAS permite obter respostas exatas, isto é, em aproximações. Métodos numéricos de precisão arbitrária (ou seja, com o número de dígitos limitado apenas pela memória do computador) também estão disponíveis. As tarefas matemáticas típicas de um CAS incluem: cálculos aritméticos, simplificações de expressões algébricas, substituições de símbolos em expressões, resoluções de equações e sistemas de equações lineares e não lineares, cálculos matriciais, cálculos de derivadas e integrais, resoluções de equações diferenciais ordinárias e parciais, etc.

A maioria dos sistemas de computação Simbólica atuais podem ser utilizados de maneira interativa. O usuário entra com algumas fórmulas e comandos, e o sistema os avalia. Então devolve uma resposta que pode ser manipulada mais adiante se necessário. Os sistemas de computação simbólica modernos possuem linguagens de programação poderosas, além de ferramentas para visualização e animação de dados matemáticos.

Existem vários sistemas de computação simbólica, comerciais e gratuitos para diferentes plataformas. Entre os comerciais, destaco o software Maple[1] e o software Mathematica[2]. Entre os sistemas de computação simbólica gratuitos, destaco o software Maxima[3]

A importância da computação simbólica nesse trabalho, reside na necessidade de manipulação de expressões matemáticas simbolicamente.

2.9 Softwares relacionados com o trabalho

2.9.1 Matlab

O MATLAB é um software destinado a fazer cálculos com matrizes. MATLAB foi criado no fim dos anos 1970 por Cleve Moler, então presidente do departamento de ciência da computação da Universidade do Novo México. Ele logo se espalhou para outras universidades e encontrou um forte uso no âmbito da comunidade matemática aplicada. Jack Little, um engenheiro, conheceu a linguagem MATLAB, durante uma visita feita por Moler a Universidade de Stanford em 1983. Reconhecendo o seu potencial comercial, ele juntou-se a Moler e Steve Bangert. Eles reescreveram MATLAB em C, em 1984 fundaram a MathWorks e prosseguiram no seu desenvolvimento. As bibliotecas reescritas ficaram conhecidas como LAPACK.

Vieira (2004) descreve o Matlab como:

> Um sistema para cálculo científico que proporciona um ambiente de fácil utilização com uma notação intuitiva mais poderosa. Permite a realização de algoritmos numéricos sobre matrizes com o mínimo de programação. Além disso, no ambiente Matlab é possível a criação e manipulação de matrizes sem a necessidade de dimensionamento prévio e a manipulação das variáveis pode ser realizada de forma interativa.

2.9.2 Wolfram Alpha

Wolfram Alpha, é um mecanismo de conhecimento computacional, desenvolvido pela Wolfram Research. É um serviço on-line que responde às perguntas diretamente, mediante o processamento da resposta extraída de base de dados estruturados, em lugar de proporcionar uma lista dos documentos ou páginas web que poderiam conter a resposta, tal como faziam os mecanismos de busca.

[1] Maple<http://www.maple.com/>
[2] Mathematica <http://www.wolfram.com/>
[3] Maxima<http://maxima.sourceforge.net/>

Anunciado em março de 2009 pelo físico britânico Stephen Wolfram, e em funcionamento desde 15 de maio de 2009, Wolfram|Alpha se baseia no outro carro-chefe da empresa, o Mathematica, uma plataforma computacional ou toolkit que abrange álgebra computacional, computação simbólica e numérica, visualização e recursos de estatística.

2.9.3 Maple

O Maple faz parte de uma família de ambientes computacionais apelidados de Sistemas de Computação Algébrica, também chamada de computação simbólica. O Maple é uma ferramenta matemática muito poderosa que permite realizar uma miríade de cálculos simbólicos. Inclui um enorme número de comandos, disponíveis em vários *packages*, os quais nos permitem trabalhar em áreas como: Cálculo das Variações, Álgebra Linear, Equações Diferenciais, Geometria, Lógica, Estatística, entre outras. Inclui também a sua própria linguagem de programação de alto nível que permite, ao utilizador, definir os seus próprios comandos. (LOURO, 2006)

2.9.4 Octave

GNU Octave é uma linguagem computacional, desenvolvida para computação matemática. Possui uma interface em linha de comando para a solução de problemas numéricos, lineares e não-lineares, também é usada em experimentos numéricos. Faz parte do projeto GNU, é um software livre sob os termos da licença GPL. Foi escrito por John W. Eaton. Possui compatibilidade com MATLAB, possuindo um grande número de funções semelhantes.

3 TRABALHOS RELACIONADOS

Neste capítulo serão apresentados alguns trabalhos relacionados com este projeto, com ênfase no ensino e aprendizagem da Álgebra Linear, como também nos trabalho que tem como objetivo mostrar ferramentas de ensino e aprendizagem da Álgebra Linear.

3.1 Ensino-Aprendizagem da Álgebra Linear : as pesquisas brasileiras na década de 90

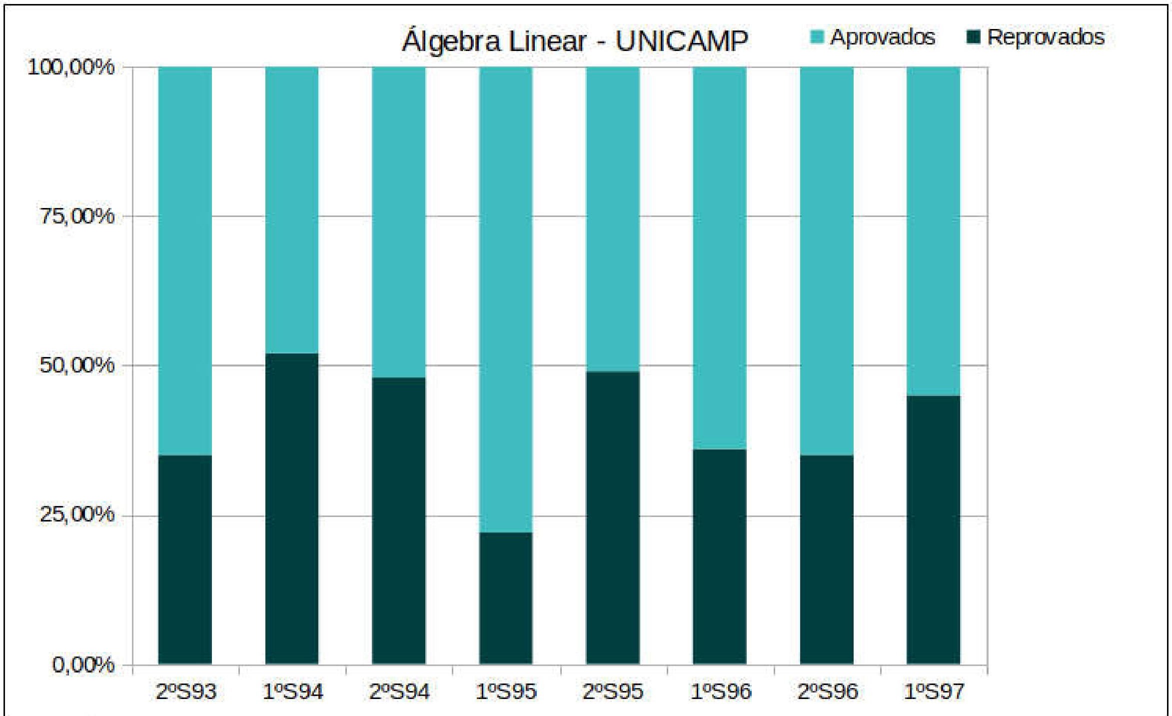
O trabalho de Celestino (2000) possui como propósito coletar e apresentar as pesquisas de autores brasileiros sobre o ensino-aprendizagem da Álgebra Linear, realizadas na década de 90. A contribuição brasileira foi analisada e inserida no contexto das pesquisas feitas em nível mundial na área. Em seu trabalho enfatizou a importância de pesquisas nesta área, também apresentou dados que evidenciam a existência de problemas no processo de ensino-aprendizagem desta disciplina. Para evidenciar a importância do ensino-aprendizagem eficiente da Álgebra Linear. Celestino (2000) diz em seu trabalho que:

> A importância da Álgebra Linear e das pesquisas sobre seu ensino-aprendizagem repousa no fato de que ela hoje se encontra subjacente a quase todos os domínios da Matemática. Desta forma, é imprescindível que aqueles que pretendem trabalhar com as ciências que utilizam a Matemática, tanto como objeto de seu estudo quanto como instrumento para outros estudos, dominem seus principais conceitos. Por isso se implantou o ensino de Álgebra Linear nos diferentes cursos das chamadas Ciências Exatas, como Engenharia, Física, Química, Ciência da Computação e outras, além de Matemática. (p. 9)

Neste trabalho do Celestino (2000) é feito uma pesquisa com o objetivo de identificar as disciplinas problemas em determinado período na UNICAMP, UNESP e USP. Nessa pesquisa é apresentada uma análise gráfica com o índice de aprovação e reprovação em várias disciplinas consideradas problemáticas. Vamos focar apenas na disciplina de Álgebra Linear que é o foco de estudo desse trabalho. A Figura 3.1 mostra o gráfico com os índices de aprovação e reprovação na UNICAMP, apresentado por Celestino (2000) em sua dissertação. Para ter acesso a todas as análises gráficas das outras universidades mencionadas no trabalho do autor supracitado, é necessário acessar o seu trabalho.

Observando o gráfico da imagem que foi retirada do trabalho de Celestino (2000), é fato que a Álgebra Linear é uma disciplina que apresenta alto índice de reprovação. Pelo trabalho do autor, podemos concluir que a Álgebra Linear têm um alto percentual

Figura 3.1 – Rendimento em Álgebra Linear



de retenção variando entre 25% e 50%, refletindo assim as dificuldades dos estudantes com sua aprendizagem. Celestino (2000) ainda afirma que isto não acontece somente no Brasil, pois pesquisas realizadas em outros países e citadas em sua dissertação, revelam que os alunos apresentam dificuldades na compreensão dos principais conceitos de Álgebra Linear, o que interfere em seus aproveitamentos.

3.2 Criação de um software de apoio ao ensino e à aprendizagem de Álgebra Linear

A dissertação de mestrado de Rodrigues (2009) apresenta a criação de um software para o ensino-aprendizagem da Álgebra Linear, nesse trabalho foi utilizado um sistema de autoria Macromedia *Flash* para criar atividades animadas e interativas com o usuário, foi utilizado vários recursos multimídias, tais como: imagens, vídeos, som e texto. Este software abordou os seguintes conteúdos: Combinação Linear, Independência Linear, Base e Dimensão de um Espaço Vetorial. O *software* utiliza recursos que propicia a interação do conteúdo com o aluno e inter-relaciona os conceitos utilizados e suas definições. Em caráter experimental, o software de Rodrigues (2009) foi utilizado por uma turma da disciplina de Álgebra Linear do Curso de Licenciatura em Matemática da PUCMINAS de Betim. Os resultados de sua pesquisa apontaram para uma possível melhoria na qualidade do ensino e consequente eficácia na aprendizagem de Álgebra Linear.

Dessa forma, sua pesquisa tem como foco principal a criação de um software que auxilie no entendimento dos conceitos básicos da Álgebra Linear, tendo como motivação essa tendência da informática educativa de utilizar recursos computacionais para facilitar o processo de ensino e aprendizagem dos diversos campos da matemática.

3.3 O Uso do Software GeoGebra no Estudo de alguns Tópicos de Álgebra Linear

O artigo de Secco e Lopes (2014) é um trabalho de pesquisa realizado no Programa de Desenvolvimento Educacional do Estado do Paraná – PDE, o artigo relata um estudo de caso com alunos do Ensino Médio em um colégio da rede estadual de Pato Branco/PR. Na realização desse trabalho foi construída uma proposta, onde foram desenvolvidos os conteúdos relacionados à Álgebra Linear, especificamente, Matrizes, Determinantes e Sistemas Lineares, as atividades foram desenvolvidas no Software GeoGebra.

No seu trabalho, Secco e Lopes (2014) buscou responder a uma pergunta central: Como as tecnologias, em especial o Software GeoGebra, podem contribuir na socialização do conhecimento de Álgebra Linear? Para responder essa pergunta foram realizadas atividades com o intuito, por meio do Software GeoGebra, de tornar mais dinâmico o ensino-aprendizagem de Álgebra Linear.

Na conclusão de seu artigo, Secco e Lopes (2014) constata que as mídias tecnológicas, em especial, o software GeoGebra ajudam muito no processo de ensino-aprendizagem, permitindo despertar nos alunos a curiosidade e o interesse em aprenderem os conteúdos matemáticos de álgebra, pois, o fato do aluno conseguir fazer a construção e rapidamente visualizar gera um ambiente muito mais propício às discussões e questionamentos do que uma aula tradicional.

3.4 O programa GAP como ferramenta de ensino e aprendizagem de Álgebra Linear e uma reflexão das dificuldades da disciplina Álgebra I

O artigo de Santos e Santos (2014) é sobre uma pesquisa de campo do curso de licenciatura em matemática da Universidade Federal de Goiás para buscar compreender as dificuldades da disciplina de Álgebra. O foco do trabalho foi pesquisar as ocorrências das desistências em Álgebra I e trazer metodologias, alternativas para melhorar o ensino, motivando os discentes cursantes e verificar se esse método pode amenizar o índice de evasão na disciplina. Para isso os autores utilizaram questionários para levantar as principais causas de desistência da disciplina de Álgebra I. Eles ainda propõem a inserção das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC's) para motivar os alunos.

Os autores tiveram resultados positivos, o uso do GAP despertou o interesse, a curiosidade e a motivação pela a disciplina Álgebra I. Mas por outro lado, os alunos tiveram dificuldades em relação à linguagem do GAP, pois o software tem idioma em língua inglesa, e também por não terem conhecimentos básicos acerca da programação do GAP.

4 METODOLOGIA

No decorrer deste capítulo é descrito a aplicação das técnicas para avaliação do aprendizado dos acadêmicos da turma de Álgebra Linear do curso de Ciência da Computação da Universidade Federal do Tocantins, bem como também a Engenharia de *Software* abordada para o desenvolvimento da plataforma e os recursos aplicados para o desenvolvimento do *software*. O objetivo desse capitulo é demonstrar as metodologias adotadas para a avaliação do aprendizado do alunos e englobando o desenvolvimento das funcionalidades do *software* AlfaGebra.

Este trabalho busca mensurar o aprendizado dos acadêmicos antes e depois de terem utilizado a plataforma AlfaGebra, o trabalho traz uma metodologia para a avaliação do aprendizado dos acadêmicos da disciplina de Álgebra Linear do curso de Ciência da Computação da Universidade Federal do Tocantins, com a elaboração de algumas atividades com o uso do software AlfaGebra, desenvolvido para este propósito. Essa avaliação foi aplicada para alunos do 3º período do curso de Ciência da Computação. O software foi utilizado pela professora da disciplina em conjunto com os alunos, durante o decorrer de todo o semestre (2017.2), antes e depois dessa etapa de utilização do software, foi realizado uma avaliação de aprendizagem para identificar os efeitos do uso desse recurso como auxiliar no processo de ensino e aprendizagem da Álgebra Linear.

Este capítulo está dividido em 6 seções: Análise do índice de aprovação da disciplina de Álgebra Linear, conteúdo matemático abordado na plataforma, metodologia de avaliação do desempenho acadêmico, tecnologias e ferramentas utilizadas no desenvolvimento do software, métodos, Logotipo do sistema.

4.1 Análise do índice de aprovação da disciplina de Álgebra Linear

Para fazer a análise dos índices de aprovações e reprovações da disciplina de Álgebra Linear, foi utilizado os dados disponibilizados pela professora da disciplina, com as notas dos três últimos semestres da disciplina. Os gráficos das figuras 4.1, 4.2 e 4.3 mostram a quantidade de alunos aprovados, reprovados por frequência e por nota, na disciplina de Álgebra Linear, nos períodos de 2015.2, 2016.1 e 2016.2

Figura 4.1 – Gráfico - Aprovações e reprovações na disciplina de Álgebra Linear 2015.2

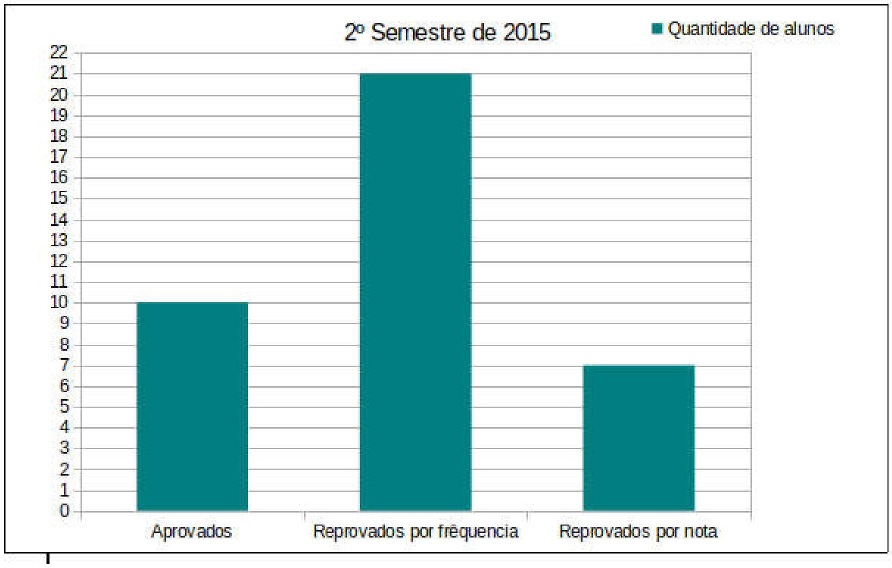
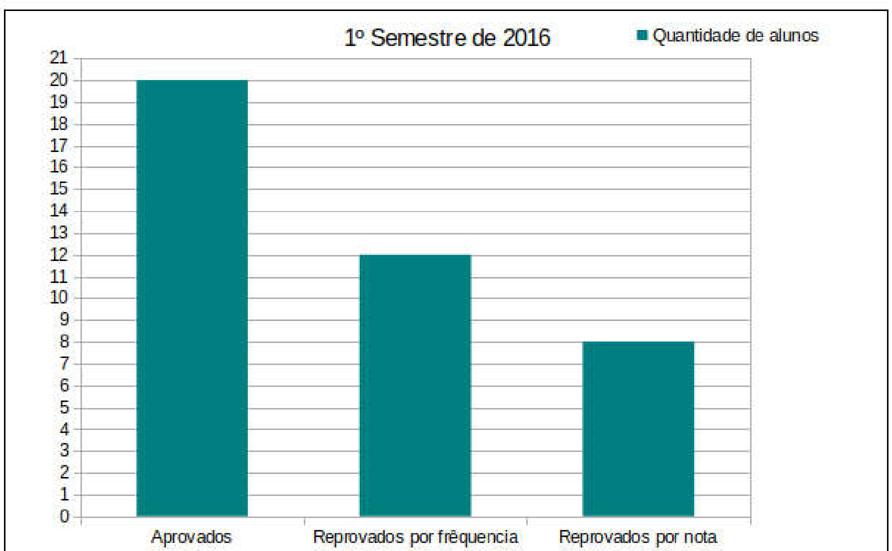


Figura 4.2 – Gráfico - Aprovações e reprovações na disciplina de Álgebra Linear 2016.1

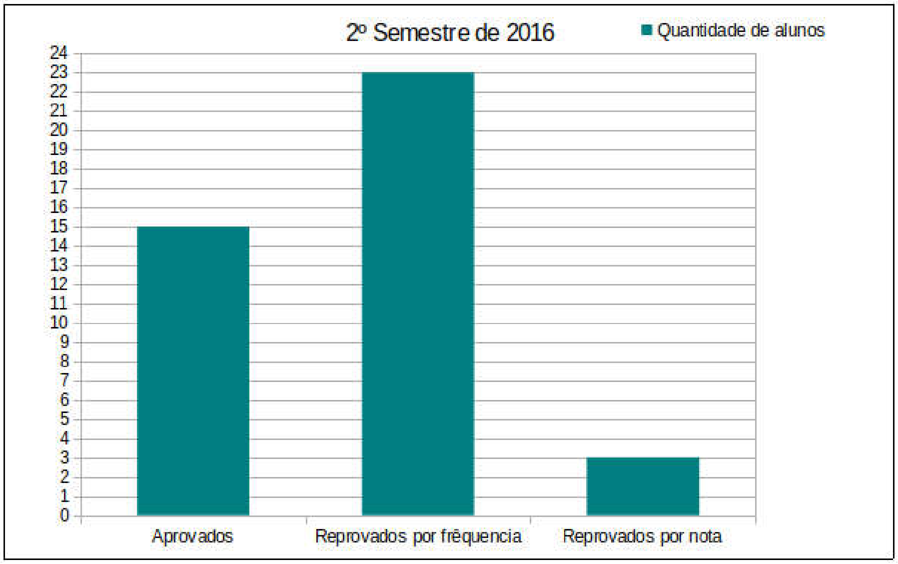


Com a análise dos gráficos foi possível observar um alto índice de reprovações nos três semestres dos anos de 2015 e 2016. O percentual de reprovação (por frequência e notas) no semestre 2015.2 chegou a atingir 73%, já as aprovações atingiram somente 26%, sendo que o total de acadêmicos matriculados na disciplina foi de 38 alunos.

No semestre 2016.1, foi possível perceber uma melhora nas notas, já que o percentual de reprovação (por frequência e notas) diminuiu para 50%, ficando com uma taxa de aprovação também de 50%. o total de acadêmicos matriculados nesse semestre foi de 40 alunos.

Já no semestre 2016.2 o percentual de reprovações aumentou novamente, atingindo

Figura 4.3 – Gráfico - Aprovações e reprovações na disciplina de Álgebra Linear 2016.2



o percentual de 63%, logicamente o nível de aprovações caiu, chegando a 37%. Sendo que o total de acadêmicos matriculados na disciplina foi de 41 alunos.

Em seguida, após toda essa análise de dados e de ter percebido o alto índice de reprovação na disciplina, é fácil perceber a dificuldade dos alunos quando se trata de Álgebra Linear, diante disso foi feito um questionário semiestruturado e aplicado para os alunos do semestre (2017.1), buscando mapear as principais dificuldades ao estudar o conteúdo, os resultados mostraram grande dificuldade de compreensão dos conceitos e definições por parte dos acadêmicos. Todos esses resultados podem ser observados no Capítulo 5

4.2 Conteúdo matemático abordado na plataforma

A plataforma AlfaGebra aborda conteúdos essenciais da Álgebra Linear, o sistema é estruturado em três módulos: Sistemas de Equações Lineares, Espaços Vetoriais e Transformações Lineares. Este trabalho trata dos módulos de espaço vetorial e transformações lineares, as atividades desenvolvidas dentro desses módulos, funcionalidades, são eficientes e contribuem no processo de ensino-aprendizagem da Álgebra Linear. Os Conteúdos abordados nos módulos são:

4.2.1 Módulo Espaço Vetorial:

- Espaço Vetorial;
- Subespaços vetoriais;
- Combinação Linear;

- Subespaço gerado;
- Dependência e Independência Linear
- Base de um espaço vetorial
- Matriz de mudança de base

4.2.2 Módulo Transformações Lineares:

- Transformações Lineares
- Núcleo de uma transformação linear
- Imagem de uma transformação linear
- Dilatações ou Contrações
- Reflexões
- Rotações
- Cisalhamentos

Na Plataforma é disponibilizado todo o material teórico necessário para a aprendizagem do conteúdo, sendo indispensável para o progresso dentro da plataforma. O acadêmico também contará com uma estrutura interna onde ele poderá interagir com a plataforma, testar seu conhecimento, resolver questões e vê seus resultados. Essa forma de abordagem possibilitará ao aluno um aprendizado teórico, prático e dinâmico dentro da plataforma.

4.3 Metodologia de Avaliação do desempenho acadêmico

A metodologia é entendida em sentido mais restrito, como sequência lógica e sistemática de passos intencionados, ou seja passos com objetivos que se operacionalizam através de instrumentos e técnicas.

A pesquisa-ação é um método de investigação característico de pesquisa de campo, pois os dados são coletados direto no local em que ocorre o problema, por meio de questionários e/ou entrevistas. Nessa pesquisa trata-se de um estudo qualitativo e quantitativo, pois um dos enfoque é medir a taxa de evasão e reprovação de alunos durante os três últimos semestres da disciplina de Álgebra Linear na Universidade Federal do Tocantins e analisar se a utilização de um novo método, o software AlfaGebra, pode melhorar a qualidade do ensino-aprendizagem.

Tripp (2005) define a pesquisa-ação dizendo que ”é toda tentativa continuada, sistemática e empiricamente fundamentada de aprimorar a prática”. Sendo uma pesquisa centrada diretamente numa situação ou problema coletivo na qual os participantes estão envolvidos de modo participativo.

Em seu trabalho, Pesquisa-ação: uma metodologia do ”conhecer”e do ”agir”, Baldissera (2001) divide essa metodologia em 3 momentos: investigativo, tematização e ação.

Investigativo

O objetivo do momento investigativo é de produzir um conhecimento, uma compreensão da problemática dos grupos com os quais se trabalha e da percepção coletiva que tais grupos têm de sua própria problemática.

Tematização

Este momento representa a ação reflexiva na produção do conhecimento da realidade em confronto com o referencial teórico já elaborado, as contradições existentes na busca de sua superação através de um programa ou proposta pedagógica.

Ação

É o momento da ação. O objetivo desse momento é motivar os grupos e a população para ação, através de uma programação coerente e adequada com a realidade e de capacitação das pessoas que participarão do programa. A pesquisa deve continuar paralelamente da ação, porque a realidade está em constante mutação.

4.3.1 Modo de Avaliação

É seguindo esses três momentos que é desenvolvido esse trabalho, no primeiro momento foi pesquisado as ocorrências de reprovações e desistências da disciplina de Álgebra Linear no curso de Ciência da Computação da UFT, no segundo momento procuramos trazer uma metodologia alternativa para melhorar o ensino, motivando os alunos a utilizar recursos tecnológicos, buscando um melhor rendimento acadêmico para assim verificar se esse método pode auxiliar no aprendizado e amenizar o índice de evasão na disciplina, depois foi desenvolvido uma plataforma com o desejo de investigar as vantagens do uso das tecnologias no ensino superior e buscar respostas para nossas indagações acerca do seu uso na disciplina de Álgebra Linear.

Na primeira fase desse trabalho aplicou-se um questionário no ambiente de aprendizagem, buscando identificar as principais dificuldades dos alunos ao estudar os conteúdos da disciplina de Álgebra Linear. Os sujeitos da pesquisa foram 22 alunos de Álgebra Linear do semestre 2017.1.

No questionário também foi analisado a quantidade de alunos que estavam cursando a disciplina pela primeira, segunda ou mais vezes. Ainda foram feitas perguntas com o intuído de saber a opinião dos alunos sobre a utilização de recursos tecnológicos como auxiliar para o aprendizado da Álgebra linear.

Já na segunda fase desse trabalho aplicou-se outro questionário no ambiente de aprendizagem, mas agora o objetivo era medir, buscar mensurar o aprendizado dos acadêmicos apos a utilização da plataforma de ensino e aprendizagem AlfaGebra. Os novos sujeitos dessa segunda fase de pesquisa foram 35 alunos de Álgebra Linear do semestre 2017.2.

Todos os resultados serão apresentados no **Capítulo 5**, e detalhados em gráficos que facilitem a visualização dos resultados.

4.4 Tecnologias e ferramentas utilizadas no desenvolvimento do software

No desenvolvimento deste projeto foi utilizado a linguagem de programação JavaScript por ser uma linguagem de programação adequada para trabalhar em ambientes web. Também foi utilizado a linguagem de marcação HTML 5 para definir a estrutura básica de todas as páginas do sistema. Junto com as demais linguagens citadas anteriormente também foi utilizado CSS e o Framework Bootstrap para a criação e aplicação de folhas de estilos padrões dentro da plataforma, permitindo assim a criação de uma identidade visual mais elegante e atrativa dentro do sistema. O jsPDF também foi utilizado para geração de pdfs com os resultados obtidos pelo sistema após os processamentos dos cálculos.

Nesse projeto foi utilizado o GIT que é um sistema de controle de versão distribuído e um sistema de gerenciamento de código fonte, com ênfase em velocidade. Com isso conseguimos um poderoso controle de versionamento do código fonte, controlando e armazenando todas as modificações do sistema no decorrer de seu desenvolvimento.

Com a necessidade de armazenamento do código fonte, foi criado um repositório utilizado o *Bitbucket*, que é um serviço grátis e comercial de hospedagem de projetos controlados através do Git e Mercurial.

Para possibilitar o acesso dos usuários na plataforma AlfaGebra através de uma URL, possibilitando assim ser acessada por qualquer dispositivos, foi necessário fazer sua hospedagem em um servidor, o serviço utilizado foi o *Herokuapp* que é uma plataforma em nuvem baseada em um sistema de contêiner gerenciado, com serviços de dados integrados e um ecossistema poderoso, para implantação e execução de aplicativos modernos. com abordagem centrada em aplicativos para entrega de software, integrada às ferramentas de desenvolvimento e fluxos de trabalho mais populares de hoje.

O framework front-end BootStrap permitiu a criação de telas responsivas, possibilitando ao usuário da plataforma acessar-la nos mais diversos dispositivos, sejam eles: Notebooks, tabletes ou Smartphones.

Para a criação do logotipo do sistema, como também dos fundos e templetes gráficos utilizados dentro da plataforma, foi utilizado o software CorelDRAW que é um programa de desenho vetorial bidimensional para design gráfico.

4.5 Métodos

4.5.1 Prototipagem - desenho das telas

Nessa etapa de prototipagem, foi utilizado *Softwares* específicos para desenho das telas do sistema AlfaGebra, o objetivo dessa etapa foi dá suporte de como seria o front-end ideal do sistema, possibilitando assim maior clareza ao desenvolver. o Software usado foi o *CorelDRAW*.

4.5.2 Scrum

O *Scrum* foi utilizado em conjunto com as práticas de desenvolvimento ágil para a organização das atividades necessárias ao desenvolvimento do sistema.

As tarefas foram organizadas e divididas em três colunas, sendo que cada coluna continha uma identificação única para um dado conjunto de tarefas. Neste projeto foi utilizado três colunas para representar as atividades, sendo elas divididas em: tarefas a fazer, em desenvolvimento e finalizadas. Na coluna de tarefas a fazer é onde colocamos todas as novas tarefas a serem realizadas. Nas tarefas em desenvolvimento colocamos todas as tarefas que foram iniciadas, mas ainda não foram concluídas. E na coluna finalizadas é colocado todas as tarefas que foram finalizadas. Para um melhor acompanhamento das demandas do sistema, foi utilizado a ferramenta colaborativa de organização de tarefas chamada Trello.

Todas as atividades que foram realizadas neste projeto estão baseadas na metodologia de desenvolvimento ágil *Scrum*, utilizando o conceito dos *backlogs* e dos ciclos de desenvolvimento chamados de *sprints*.

4.6 Logotipo do sistema

Figura 4.4 – Plataforma AlfaGebra

5 RESULTADOS

Buscando diferenciar e dar ênfase aos resultados chaves desse trabalho, esse capítulo foi dividido em 3 seções, a primeira busca explorar as funcionalidades que a plataforma AlfaGebra é capaz de realizar e quais experiências propôs aos acadêmicos. A segunda e terceira seção correspondem as duas avaliações feitas com os acadêmicos, sendo uma antes e outra após a utilização do *software*. Com os resultados dessas avaliações conseguiremos de certa forma visualizar os efeitos práticos da aplicação do sistema de ensino e aprendizagem. Assim no decorrer desse capítulo serão descritos todos os resultados qualitativos e quantitativos obtidos no decorrer de todas as fases de avaliação desse trabalho.

5.1 Plataforma AlfaGebra

A plataforma AlfaGebra está dividida em três módulos: Sistemas de Equações Lineares, Espaço Vetorial e Transformações Lineares. A plataforma apresenta material teórico sobre cada tópico presente nos módulos, com definições, exemplos e exercícios resolvidos, possibilitando aos acadêmicos entenderem todos os conceitos necessários a cada assunto. Em alguns tópicos o estudante pode interagir com a plataforma, seja entrando com uma expressão a ser resolvida onde o sistema mostra um passo a passo de como foi resolvido o problema, ou fornecendo entradas para realizar algumas transformações que podem ser visualizadas graficamente, como é o caso de rotações, dilatações, contrações, etc. Com essa abordagem possibilitamos aos acadêmicos um aprendizado teórico, prático e dinâmico.

Para possibilitar ao leitor uma visão geral da plataforma e a estrutura básica de suas páginas. Foi desenvolvido um fluxograma do sistema. A figura 5.1 representa essa estrutura e suas subdivisões. Ao acessar o sistema o acadêmico é redirecionado para a página inicial e através dela é possível acessar todos os módulos e funcionalidades do sistema.

Figura 5.1 – Fluxograma da plataforma

5.1.1 Página Inicial

O sistema é online e pode ser acessado pelo link *alfagebra.herokuapp.com*. A plataforma AlfaGebra pode ser acessada por diferentes dispositivos como notebook, tabletes ou *smartphones*. Pela sua característica responsiva, o designer do sistema e todas as suas funcionalidades vão se adaptar a tela do dispositivo pelo qual esta sendo acessado.

Figura 5.2 – Página inicial da plataforma acessada por um notebook

5.1.2 Página da Documentação

O desenvolvimento da página de documentação dentro da plataforma AlfaGebra, surgiu com a necessidade da apresentação de um conjunto de instruções para utilização do sistema. Na documentação os acadêmicos encontram todas as instruções de como utilizar a plataforma e a descrição de todo o seu funcionamento. Além disso, consta também na página os créditos e licenças dos autores do projeto.

Figura 5.3 – Página de documentação

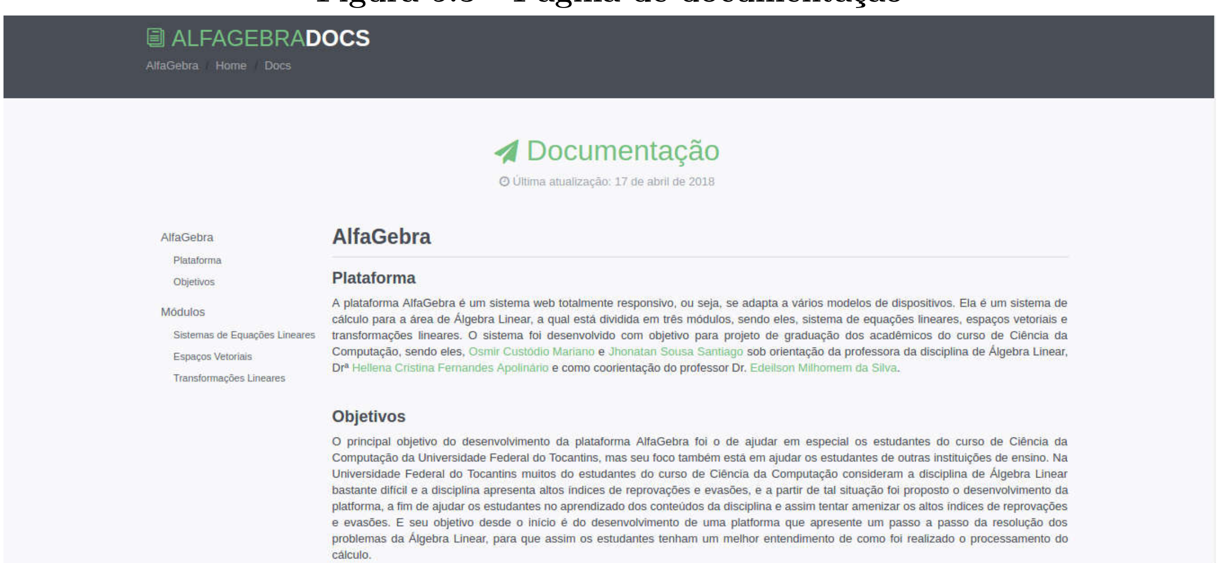
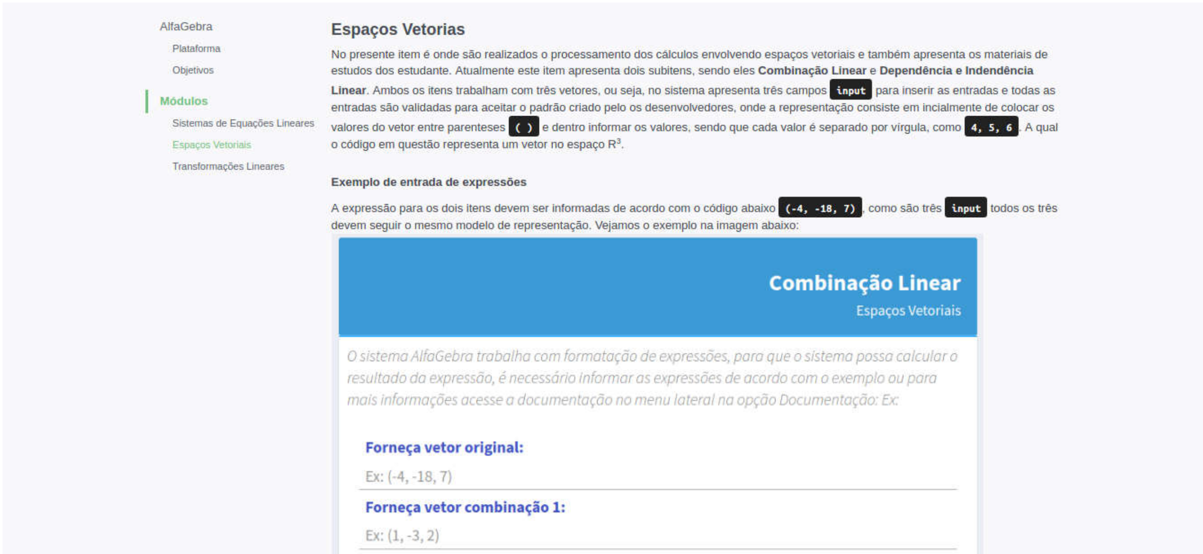


Figura 5.4 – Manual com instruções



5.1.3 Módulo Espaço Vetorial

O módulo de Espaço Vetorial, assim como todos os módulos do sistema, está dividido em três partes: Calcular Expressões, Material de Estudos e Documentação. Essas seções podem ser visualizadas na **figura 5.5**.

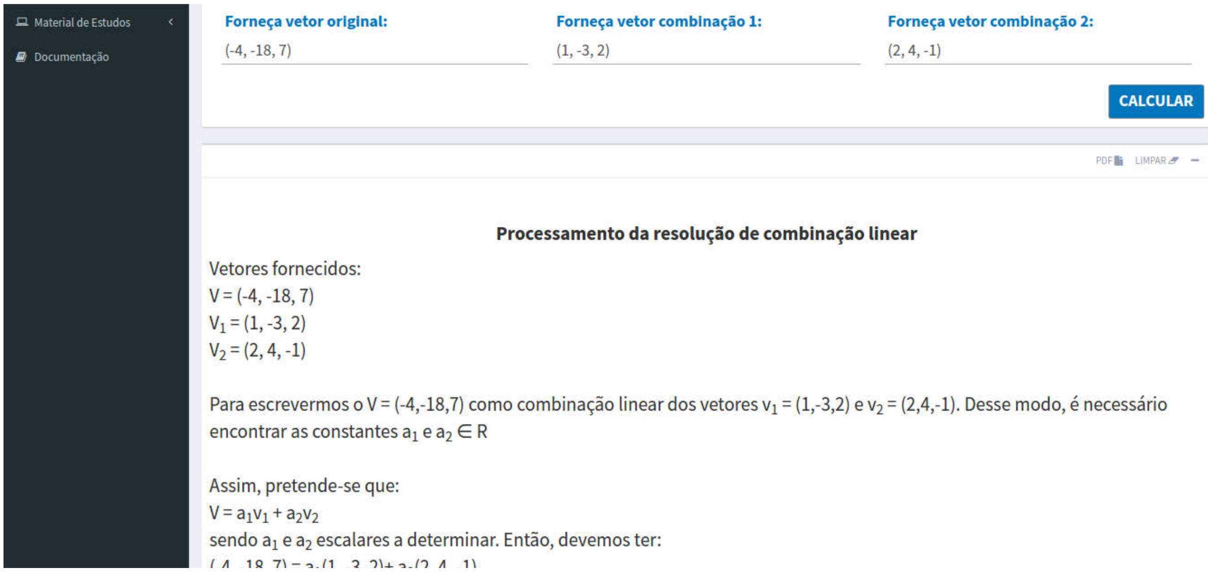
A seção nomeada de calcular expressões se divide em:

- Combinação linear
- Dependência e independência linear

Nessa seção o acadêmico pode entrar com seus problemas e o sistema ira realizar os cálculos e mostrar detalhadamente o passo a passo da resolução do problema.

Figura 5.5 – Cálculo das expressões - módulo espaço vetorial

Figura 5.6 – Passo a passo da resolução de um problema



A seção nomeada de Material de Estudos divide-se em:

- Espaço Vetorial
- Subespaço Vetorial
- Combinação Linear
- Subespaço Gerado
- Dependência e independência linear
- Base de um espaço Vetorial
- Matriz de mudança de base

Nesse seção todos esses tópicos enumerados contém páginas com sua devida definição, exemplos, material teórico, material complementar e videoaulas. As **figuras 5.7, 5.8, 5.9 5.10** demonstram como é cada uma dessa páginas.

Figura 5.7 – Página de definição de subespaço vetorial

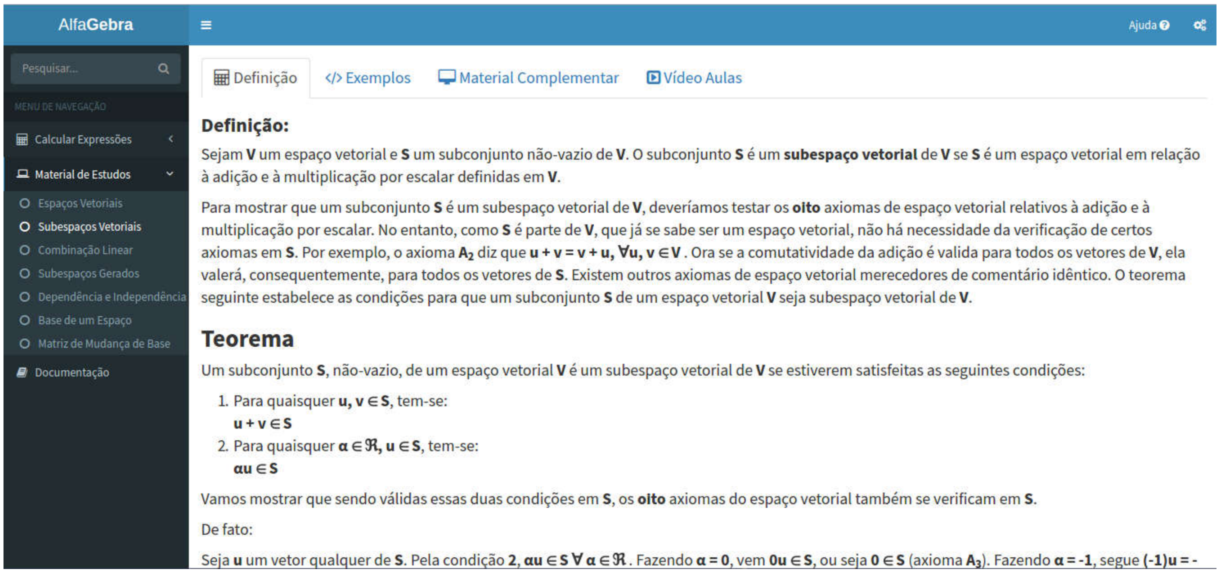


Figura 5.8 – Página de exemplos de combinação linear

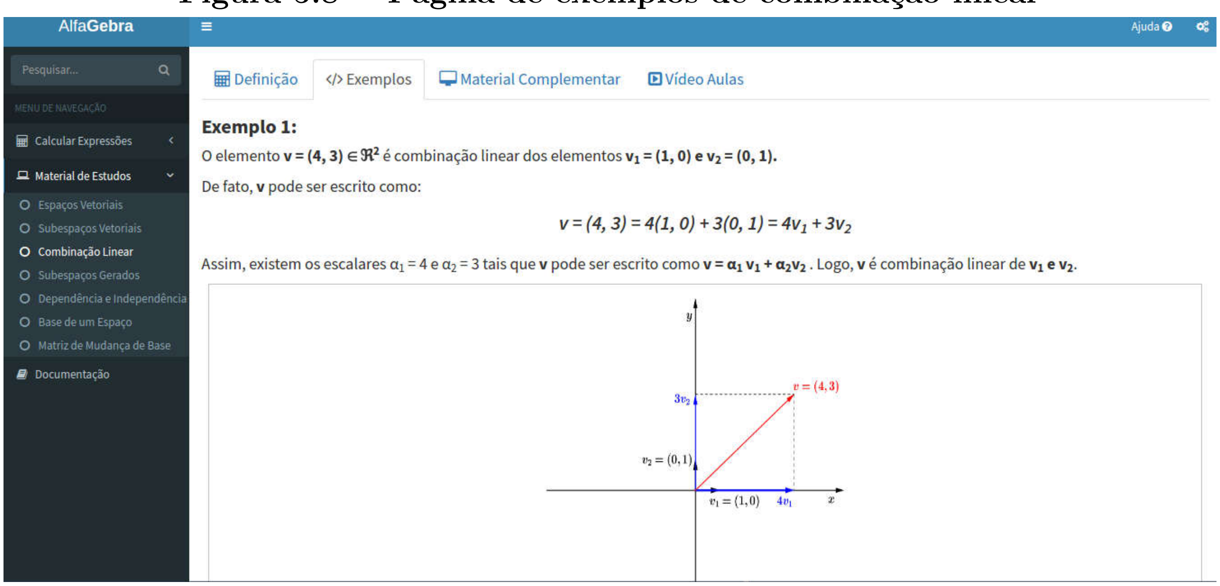
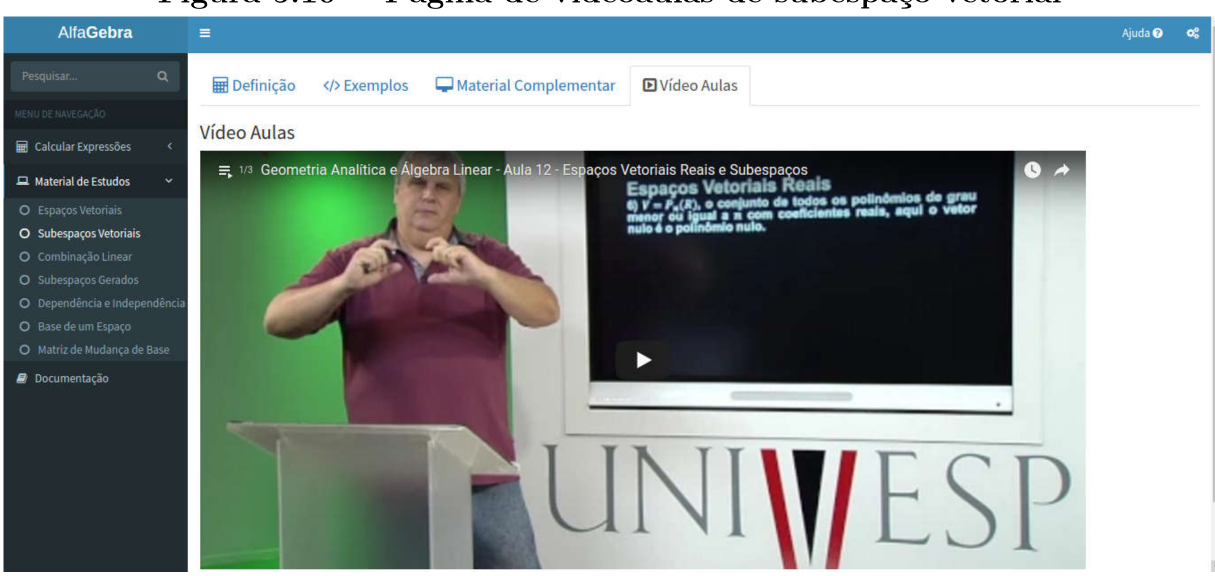


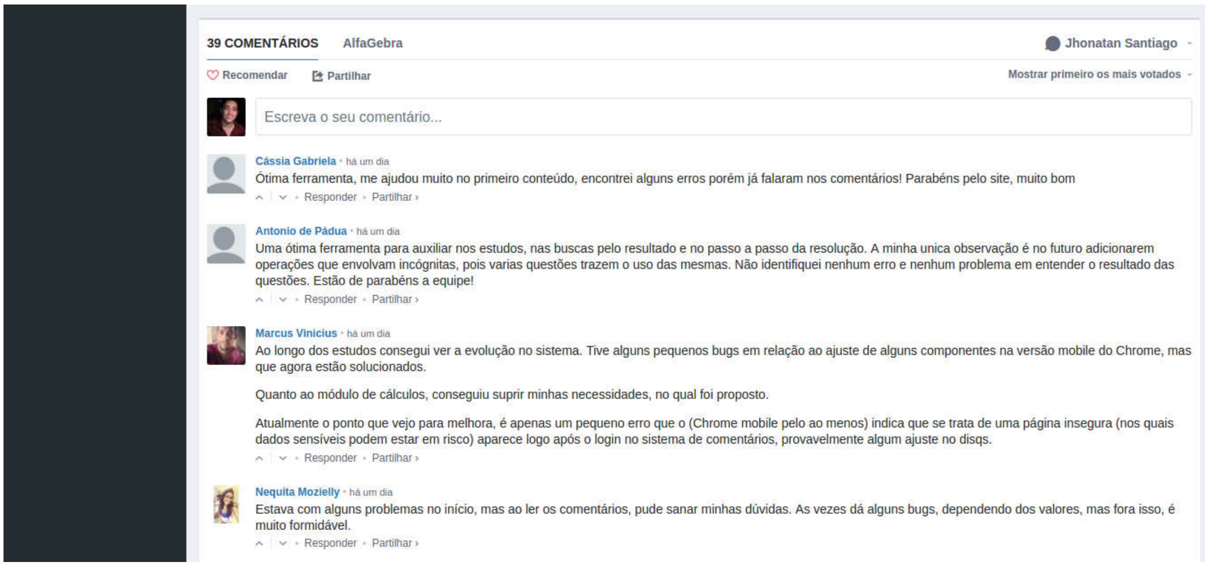
Figura 5.9 – Página de Material Complementar de subespaço vetorial

Figura 5.10 – Página de videoaulas de subespaço vetorial



Nas páginas do sistema também temos uma seção de comentários, que fica localizada parte inferior da plataforma, nela os alunos podem interagir deixando seu feedback, duvidas, e erros que porventura encontrem na plataforma.

Figura 5.11 – Comentários em uma das seções do módulo de espaço vetorial



5.1.4 Módulo Transformações Lineares

Nesse módulo o desenvolvimento do sistema foi focado principalmente na experiência de uma rica visualização gráfica pelo acadêmico, permitindo uma imersão mais prática e interativa dentro dos determinados conteúdos abordados. Para isso foi desenvolvido algumas transformações lineares planas no sistema, e utilizado a própria imagem da logo do sistema, junto com um quadrilátero (retângulo), para serem aplicadas e demostrada como funciona essas transformações na prática. Com essa experiência permitimos aos acadêmicos um aprendizado com aplicações que podem ser visualizadas no seu dia a dia, tornando assim o processo mais dinâmico.

O módulo de Transformações lineares, assim como todos os módulos, está dividido em três partes : Calcular Expressões, Material de Estudos e Documentação.

Aqui nesse módulo a seção nomeada de calcular expressões contém aplicações de algumas transformações lineares planas e divide-se em:

- Dilatações e Contrações de imagem
- Reflexões de uma imagem
- Rotações em uma imagem
- Cisalhamentos em uma imagem

Nesse módulo o acadêmico pode entrar com determinado ângulo e realizar uma rotação sobre a imagem, seja ela no sentido horário ou anti-horário. Tem a possibilidade de realizar operações de cisalhamentos verticais ou horizontais, além das outras transformações lineares planas já citadas. Nas **figuras 5.12, 5.13, 5.14 e 5.15**, é possível visualizar as estruturas básicas das páginas que contém os conteúdos de rotações, cisalhamentos, dilatações, contrações e reflexões.

Figura 5.12 – Página das transformações lineares planas de rotações

Figura 5.13 – Página das transformações lineares planas de cisalhamentos

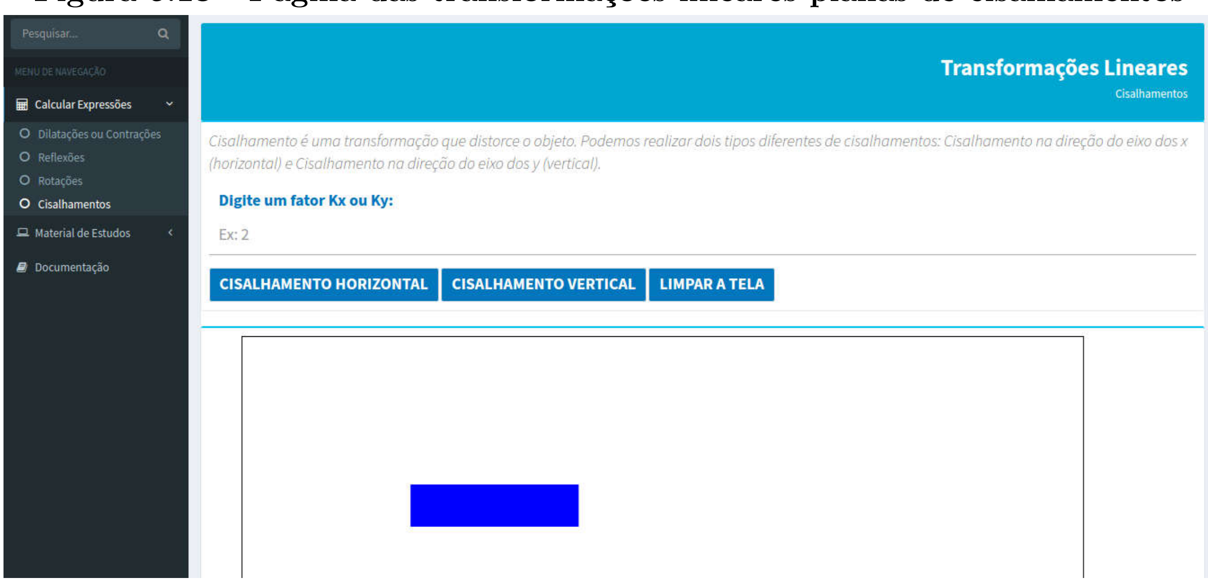


Figura 5.14 – Página das transformações lineares planas de dilatações e contrações

Figura 5.15 – Página da transformação linear plana de reflexões

Temos também uma seção denominada de Material de Estudos que contém todo o material teórico e complementar dos assuntos principias abordados dentro da plataforma de ensino e aprendizagem, esse conteúdos são:

- Transformações lineares
- Núcleo de uma transformação linear
- Imagem de uma transformação linear
- Dilatações e contrações
- Reflexões

- Rotações
- Cisalhamentos

Assim como nos demais módulos do sistema, todos esses tópicos enumerados contém páginas com sua devida definição, Exemplos, Material teórico e Videoaulas.

5.2 1º Fase da avaliação do aprendizado dos acadêmicos

É importante destacar os resultados e levantamentos realizados durante a 1º etapa de avaliação que foi realizada com os alunos antes deles utilizarem o sistema AlfaGebra. Para obter esses resultados foi aplicado um questionário para os alunos de Álgebra Linear do semestre 2017.1, esse questionário foi aplicado no dia 19 de outubro de 2017. Ele foi estruturado com perguntas objetivas de múltipla escolha e também com questões discursivas.

5.2.1 Aplicação do questionário

O objetivo do questionário foi investigar porque os acadêmicos de Álgebra Linear sentem dificuldades e desmotivados em aprender e se o uso de ferramentas tecnológicas (TIC's) como, por exemplo, o software AlfaGebra pode facilitar na compreensão dos conteúdos e fazer com que os alunos tornem-se mais motivados para estudar e consequentemente amenizar a taxa de reprovação em Álgebra Linear.

Os sujeitos do estudo foram 22(vinte e dois) acadêmicos de Álgebra Linear. Essa coleta de dados teve duração de 40 minutos.

Nesse encontro com os acadêmicos, através do questionário, foi analisado a quantidade de alunos que estavam cursando a disciplina pela primeira, segunda ou mais vezes, suas dificuldades ao estudar a disciplina, o método de estudo utilizado, o uso de recursos tecnológicos na disciplina, entre outros quesitos.

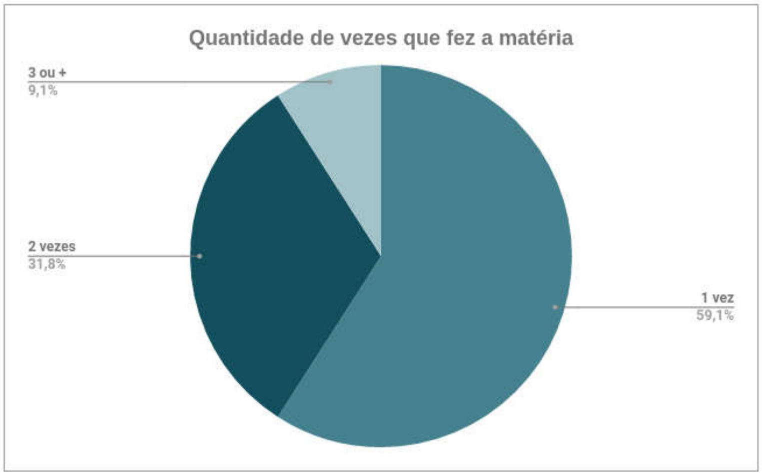
As principais dificuldades apresentadas pelos acadêmicos com base no questionário disponibilizado foi, o alto nível de abstração da disciplina, não conseguir entender a matéria e a falta de tempo para estudar.

O relato das dificuladades por parte de alguns alunos foram: "Acompanhar e absorver a quantidade de informação a cada aula"(Acadêmico 1), "Listas de exercícios, tem poucos exemplos na internet"(Acadêmico 2), "Sinto dificuldades em achar passo a passo da resolução de exercícios."(Acadêmico 3), "Entender o problema, abstração"(Acadêmico 4), "A parte teórica da disciplina, pois a linguagem é muito complexa"(Acadêmico 5).

5.2.2 Estudo dos resultados do questionário

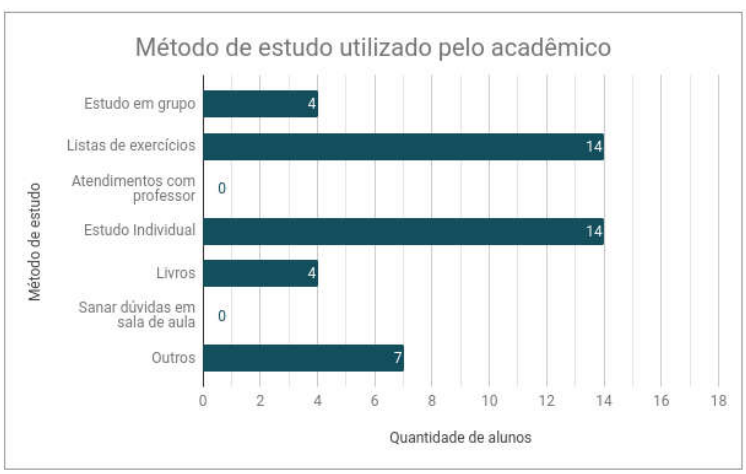
Com a análise das respostas dos questionários, foi possível perceber que grande parte dos acadêmicos estão cursando a disciplina pela segunda ou mais vezes, 9,1 % estão fazendo a disciplina pela 3º ou mais vezes, 31,8 % pela 2º vez e 59,1 % pela 1 vez, esses resultados podem ser observados na **Figura 5.16**.

Figura 5.16 – Percentual da quantidade de vezes que cursou a matéria



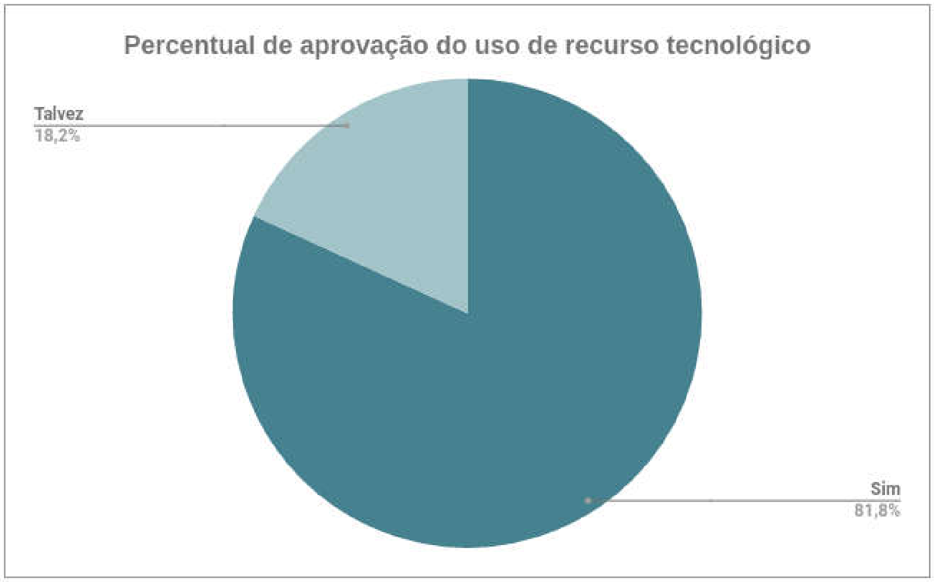
A **Figura 5.17** mostra os métodos de estudo mais utilizados pelos alunos, a maioria dos alunos utilizam um método de estudo individual e estudo através de lista de exercícios, um resultado relevante no gráfico é que nenhum dos 22 alunos entrevistados, procuraram o professor fora da sala de aula para sanar suas duvidas, percebe-se que os alunos ficam presos somente em decorar as listas de exercícios para tentar ir bem nas avaliações.

Figura 5.17 – Método de Estudo



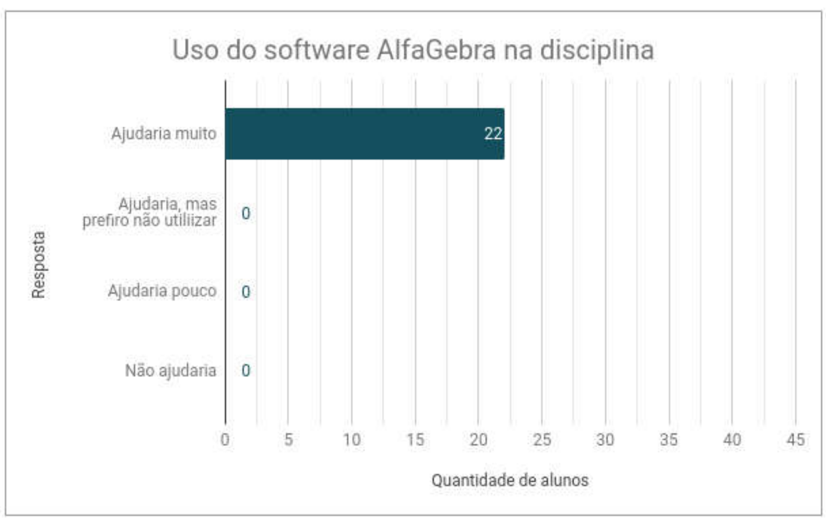
Na **Figura 5.18** é possível visualizar as respostas da pergunta ”Se fosse disponibilizado algum recurso tecnológico para auxiliar no estudo/aprendizagem da álgebra linear, você usaria?”. O percentual de interrese dos alunos foi de 81,8 % porcento, sendo que nenhum deles demonstrou rejeição.

Figura 5.18 – Recurso tecnológico



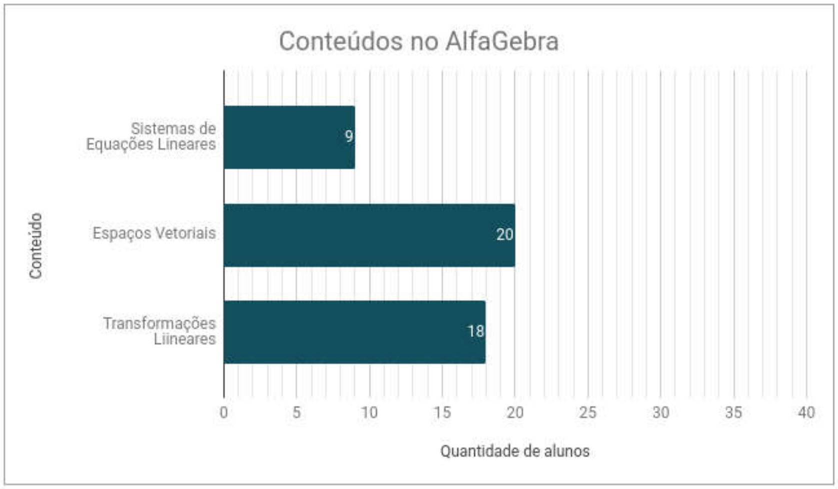
Os alunos foram questionados sobre o uso do software AlfaGebra nas aulas de Álgebra Linear, como um recurso complementar para o processo de ensino e aprendizagem, o resultado foi uma aprovação de 100 % por parte dos alunos, esses resultados podem ser visto na **Figura 5.19**

Figura 5.19 – Uso do AlfaGebra



Com o questionário foi feito uma pergunta sobre qual conteúdos eles, alunos, gostariam que o *software* Alfagebra abordasse, a **Figura 5.20** mostra os resultados obtidos, fazendo uma análise no gráfico, percebemos que os conteúdos mais desejado pelos alunos foi, espaço vetorial e transformações lineares.

Figura 5.20 – Conteúdo na plataforma



5.3 2º Fase de avaliação do aprendizado dos acadêmicos

A 2º fase de avaliação foi realizada com os alunos durante e logo após eles utilizarem o sistema, essa fase de testes na plataforma foi realizada no decorrer no período 2017.2. Para obtenção desses novos resultados foi aplicado outro questionário direcionado para a turma de alunos de Álgebra Linear do semestre 2017.2, esse questionário foi aplicado no decorrer dos dias 19 de abril a 17 maio de 2018. Ele foi estruturado com perguntas objetivas de múltipla escolha e também com questões discursivas.

Buscando mensurar os efeitos do sistema no aprendizado dos acadêmicos foram aplicados três questionários, sendo um para cada módulo da plataforma.

5.3.1 Aplicação dos questionários

Para a coleta e aplicação dos questionários nós pesquisadores realizamos quatro visitas a turma. A primeira visita foi para apresentar a plataforma de ensino e aprendizagem, explicar seu funcionamento e ensinar como eles, acadêmicos, deveriam utilizar cada módulo de conteúdos implementados dentro do sistema.

A segunda visita foi realizada após a aplicação da primeira avaliação, com o conteúdo de sistemas de equações lineares, com a utilização do sistema pelos alunos para estudar o conteúdo, nessa segunda visita foi aplicado um questionário sobre o módulo de sistemas de equações lineares, buscando mensurar o aprendizado dos acadêmicos e buscar melhorias no sistema através de seus *feedbacks*.

A terceira visita também foi realizada logo após a aplicação da segunda avaliação da disciplina referente ao conteúdo de espaços vetoriais sendo aplicado um novo questionário para medir os efeitos da plataforma no ensino e aprendizado dos alunos.

Já o terceiro formulário e a quarta visita foi sobre o módulo de transformações lineares, esse foi aplicado aos alunos uma semana antes de sua avaliação, esse questionário tem o mesmo objetivo dos demais, ou seja, medir os efeitos do sistema no processo de ensino e aprendizagem de Álgebra Linear.

5.3.2 Estudo dos resultados

5.3.2.1 Módulo Espaço Vetorial

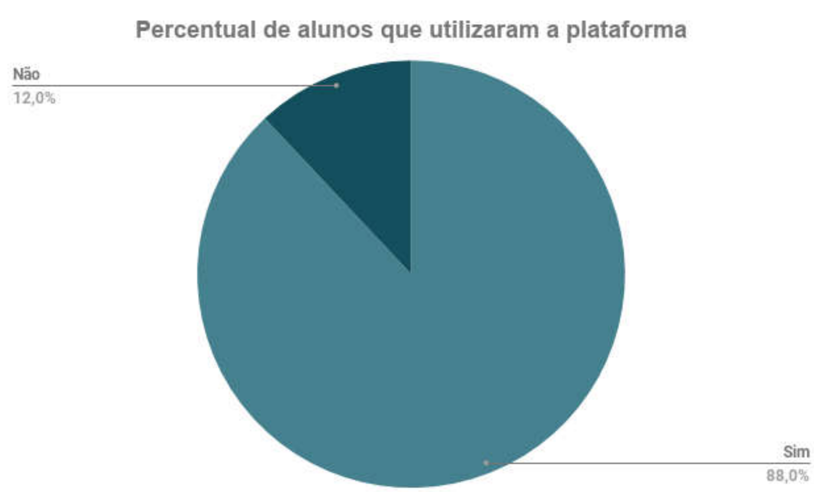
O avaliação do aprendizado com os alunos nesse módulo foi realizada no dia 03 de maio de 2018, o objetivo foi coletar os dados para analisar como e se a plataforma AlfaGebra apresentou melhorias no aprendizado de álgebra linear. O questionário aplicado é formado por questões objetivas de múltiplas escolha e também por questões discursivas. A avaliação foi aplicada para 25 alunos, sendo os presentes na sala de aula.

Um dos pontos identificados com essa avaliação foi o interesse dos alunos ao utilizar a plataforma para seus estudos, a **figura 5.21**, mostra o percentual de alunos que buscaram a plataforma para sanar suas dúvidas e estudar matérias complementares além do apresentado em sala. Sendo que dos 25 alunos, 22 utilizaram a plataforma para estudo do conteúdo, e apenas 3 alunos não utilizaram a plataforma.

A justificativa dos acadêmicos que não fizeram uso da plataforma foi:
"Não lembrei"(Acadêmico 1), "Não sabia nem o nome da plataforma"(Acadêmico 2), "Não senti muita necessidade em usar"(Acadêmico 3).

É importante ressaltar aqui, que a plataforma foi amplamente divulgada durante todo a fase de testes com os alunos, sendo o nome e o link para acesso ao sistema disponibilizado nos mais diversos meios de comunicação entre os alunos, escrito e reescrito diversas vezes no quando em sala de aula, e reiterado incessantemente pela professora durante as aulas.

Figura 5.21 – Uso da plataforma - Espaço Vetorial



Com os acadêmicos que utilizaram a plataforma foi realizada uma análise através de perguntas questionado o efeito da plataforma no seu aprendizado, buscando assim verificar a eficiência do sistema no processo de ensino e aprendizagem do conteúdo de espaço vetorial. O resultado foi gratificante, pois 100% dos alunos que usaram o sistema, relatam que a plataforma de ensino e aprendizagem ajudo bastante a entender melhor os conteúdos de espaço vetorial. Assim verificamos um efeito prático da plataforma no ensino e aprendizado dos acadêmicos.

Também foi questionado aos acadêmicos se o seu interesse para estudar e buscar os conteúdos de espaço vetorial aumentou depois do uso da plataforma. o resultado também foi gratificante, pois todos os alunos que utilizaram a plataforma relataram que a plataforma instigou a buscar mais sobre o conteúdo.

Através de *feedbacks*, os alunos relataram diversos pontos fortes e pontos fracos no sistema, esse retorno permitiu melhorias e ajustes na plataforma.

Alguns dos pontos fortes e positivos relatado pelos acadêmicos foram: ”Possibilitou ao universitário interesse ao conteúdo de forma dinâmica e aprendiz”(acadêmico 1), ”Material de estudos e video aulas são um ponto forte no sistema”(acadêmico 2), ”A forma que é explicada a resolução dos problemas”(acadêmico 3), ”O passo a passo detalhado, nos ajuda bastante a entender todo o conteúdo”(acadêmico 4), ”Linguagem simples e fácil de entender nas explicações”(acadêmico 5), etc.

Já os pontos fracos e que precisam ser melhorados foram: ”Poderia ter mais combinação de vetores, além de apenas duas combinações”(acadêmico 1), ”A falta de contra exemplos”(acadêmico 2), ”Não calcular expressões mais complexas”(acadêmico 3).

Dos 25 alunos que participaram da pesquisa, 6 já estão cursando a disciplina pela segunda ou mais vezes. Diante disso foi feito uma análise questionando esses acadêmicos se após cursar a disciplina sem a utilização da plataforma e agora cursando com o auxílio do sistema, como eles avaliam seu conhecimento. Com isso foi identificado se a plataforma ajudou a compreender melhor os conceitos de espaço vetorial. As repostas foram satisfatórias, pois 100% dos acadêmicos relataram uma melhora significativa no rendimento do conteúdo.

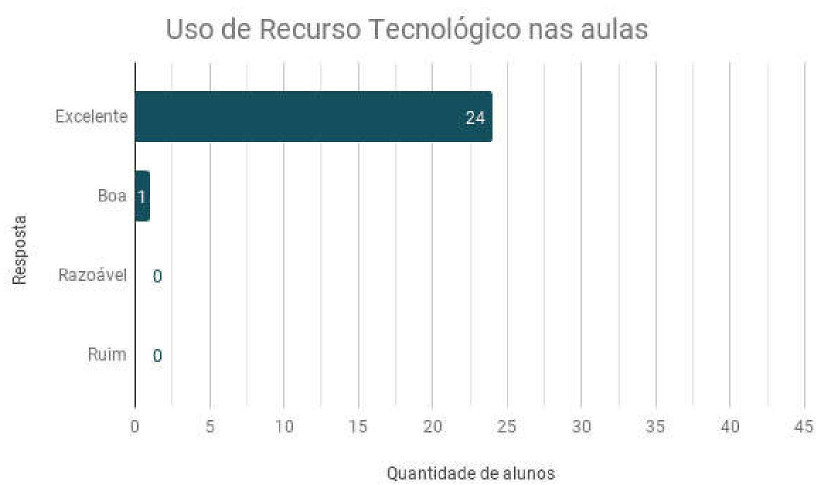
Alguns dos relatos foram: ”Melhorei o rendimento e a plataforma é uma ajuda a mais para aprender”(acadêmico 1), ”Melhorei muito, inclusive as notas melhoraram”(acadêmico 2), ”A plataforma estar ajudando muito, pois podemos verificar passo a passo aquela equação que estamos com mais dificuldades”(acadêmico 3).

Na pesquisa também foi possível questionar os alunos sobre sua satisfação com as ideias de aprendizagem abordadas na plataforma. Foi realizada uma pergunta aos acadêmicos se após o estudo dos conteúdos de espaço vetorial, qual era sua satisfação com a implementação das funcionalidades de exemplos didáticos, material complementar e video aulas dentro da plataforma. O resultado pode ser analisado na **figura 5.22**

Figura 5.22 – Satisfação com materiais de estudo - módulo espaço vetorial

Outro resultado importante e que vale destaque, é o que os acadêmicos acharam da interferência de um recurso tecnológico como suporte complementar nas aulas de Álgebra Linear, se a ideia realmente é funcional e se teve uma aceitação por parte dos alunos. A figura 5.23 mostra esse resultado.

Figura 5.23 – Recurso Tecnológico



5.3.2.2 Módulo Transformações Lineares

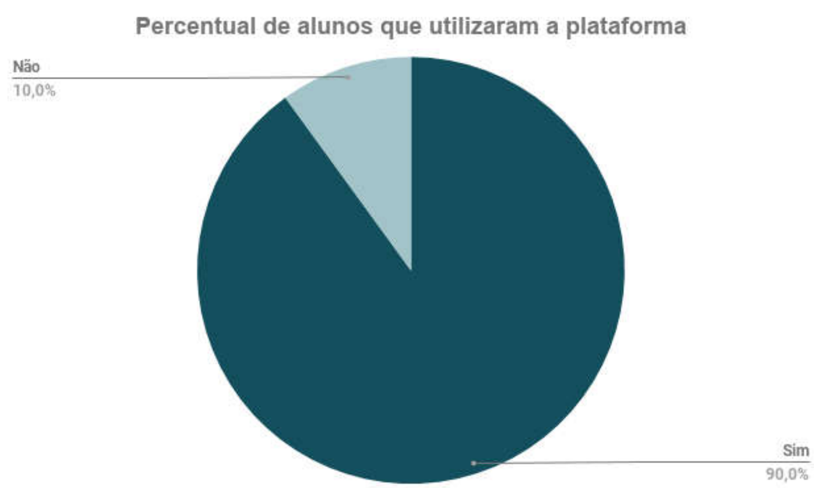
No dia 17 de maio de 2018, foi realizada uma nova avaliação do aprendizado com os acadêmicos, o objetivo foi identificar os efeitos que a plataforma teve no processo de ensino e aprendizagem da Álgebra Linear. O questionário aplicado é formado por questões objetivas de múltipla escolha e também por questões discursivas. A avaliação foi aplicada para 20 alunos, sendo estes os presentes na sala de aula.

Um resultado importante com essa avaliação foi obter a quantidade de alunos que estavam utilizando a plataforma para estudar os conteúdos de transformações lineares.

Na **figura 5.24**, podemos visualizar esse percentual de alunos que estudaram através da plataforma, seja para sanar suas dúvidas, assistir video aulas e resolver problemas. dos 20 alunos entrevistados, 18 utilizaram a plataforma em seus estudos de transformações lineares, e apenas 2 alunos não utilizaram.

A justificativa dos acadêmicos que não fizeram uso da plataforma foi:
"Não tive tempo nessa reta final"(Acadêmico 1), "Não comecei a estudar o conteúdo ainda, mas quando começar vou usar a plataforma sim."(Acadêmico 2),

Figura 5.24 – Uso da plataforma - transformações lineares



Para descobrir e identificar o real efeito do uso da plataforma pelos alunos, foi realizada uma análise com perguntas discursivas questionando o uso da plataforma, sua acessibilidade e suas funcionalidades ao ser utilizada para os estudos de transformações lineares.

O primeiro resultado foi bastante satisfatório, pois 100% dos alunos que usaram o sistema para estudar os conteúdos de transformações lineares, descreveram que o sistema foi de grande ajuda para entender melhor o conteúdo. Esse resultado mostra um efeito prático do sistema na vida dos alunos.

Outro ponto interessante e questionado aos alunos foi se após o uso da plataforma o seu interesse para estudar e buscar os conteúdos de transformações lineares aumentou.

O resultado foi satisfatório, pois todos os acadêmicos que utilizaram a plataforma para estudar relataram que se sentiram instigados a buscar mais pelo conteúdo de transformações lineares.

Assim como aconteceu na avaliação de espaço vetorial, nessa avaliação através de *feedbacks*, os alunos relataram diversos pontos fortes e pontos fracos no sistema, esse retorno permitiu melhorias e ajustes na plataforma.

Alguns dos pontos fortes e positivos relatado pelos acadêmicos foram: "Detalhamento e linguagem clara na hora de descrever os passos da resolução"(acadêmico 1), "A parte teórica é muito boa, simples e prática"(acadêmico 2), "As aplicações nas imagens dinâmicas"(acadêmico 3), "A existência de exemplos de aplicações de transformações com imagens "(acadêmico 4), "Os exemplos animados e dinâmicos das transformações com imagens serviu para ter uma noção melhor da aplicação da disciplina na vida real"(acadêmico 5), "A demonstração da utilização das rotações, reflexões, dilatações e cisalhamentos"(acadêmico 6), "Mostrou além do livro"(acadêmico 7).

Já os pontos fracos e que precisam ser melhorados foram: "Poderia ter mais assuntos"(acadêmico 1), "A falta de uma função para imprimir as páginas"(acadêmico 2).

Dos 20 alunos que participaram da pesquisa nesse módulo, 5 já estão cursando a disciplina pela segunda ou mais vezes. Diante disso foi feito uma análise questionando esses acadêmicos se após cursar a disciplina sem a utilização da plataforma e agora cursando com o auxílio do sistema, como eles avaliam seu conhecimento no módulo de transformações lineares. Com isso foi identificado se a plataforma ajudou a compreender melhor os conceitos de espaço vetorial. As repostas foram satisfatórias, pois 100% dos acadêmicos, assim como no módulo de espaço vetorial, relataram uma melhora significativa no rendimento do conteúdo.

Alguns dos relatos foram: "Ajudou bastante, melhorei meu rendimento"(acadêmico 1), "Ajudou pela linguagem clara e permitiu ter mais mobilidade para retirar duvidas"(acadêmico 2), "Melhorou bastante porque é uma plataforma que se pode resolver problemas e retirar dúvidas"(acadêmico 3).

Outra análise feita com os acadêmicos foi sua satisfação com a implementação das funcionalidades de exemplos didáticos, material complementar e video aulas dentro do modulo de transformações lineares. O resultado pode ser identificado na figura 5.25

Figura 5.25 – Satisfação com materiais de estudo - módulo transformações lineares

6 CONCLUSÕES

Analisando os questionários e os resultados obtidos com este trabalho, propomos a inserção de recursos tecnológicos, no caso em questão, o sistema AlfaGebra para motivar os alunos no processo de ensino-aprendizagem da Álgebra Linear e buscar amenizar a grande evasão na disciplina. Esperamos que este trabalho possa contribuir para o uso de recursos tecnológicos, não somente na disciplina de Álgebra Linear, mas também em outras disciplinas dentro do curso de Ciência da Computação e da Universidade Federal do Tocantins.

A partir dos dados obtidos durante todo o desenvolvimento deste trabalho, o grande desafio da plataforma de ensino e aprendizagem, logo depois de ter analisado os resultados descritos nesse trabalho e ter percebido a dificuldade e a desmotivação dos alunos, é de continuar ao longo dos próximos semestres da disciplina de álgebra colaborando com o processo de ensino e aprendizagem dos alunos

Com a conclusão deste trabalho, percebemos que a plataforma AlfaGebra foi de fato eficaz e eficiente, dentro da sua proposta de ensino, no processo de aprendizagem com os alunos. Concluímos ainda que o sistema motivou e facilitou os alunos para estudar os principais conteúdos da Álgebra Linear.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, J. P. G. de. Vetores: interações a distância para a aprendizagem de Álgebra linear. **Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco**, 2010.

BALDISSERA, A. Pesquisa-aÇÃo: Uma metodologia do "conhecer" e do "agir" coletivo. **Sociedade em Debate, Universidade Católica de Pelotas**, 2001.

BLOOM, B. S.; HASTINGS, J. T.; MADAUS, G. F. **Manual de avaliação formativa e somativa do aprendizado escolar**. 1. ed. [S.l.]: São Paulo Pioneira, 1983.

BOLDRINI, J. L. et al. **Álgebra linear**. 3. ed. [S.l.]: São Paulo: Harper Row do Brasil, 1986.

BORTOLOSSI, H. J.; PESCO, D. U.; REZENDE, W. M. ComputaÇÃo simbÓlica no ensino mÉdio com o software gratuito geogebra. **Universidade Federal Fluminense/Instituto GeoGebra do Rio de Janeiro – Brasil**, 2012.

CELESTINO, M. R. **Ensino-aprendizagem da Álgebra Linear: as pesquisas brasileiras na década de 90**. [S.l.]: Centro das Ciências Exatas e Tecnologias, PUC-SP,São Paulo, Brasil., 2000.

COIMBRA, J. L. Alguns aspectos problemáticos relacionados ao ensinoaprendizagem da Álgebra linear. **Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas). Belém/PA, Brasil**, 2008.

HAREL, G. Applying the principle of multiple embodiments in teaching linear algebra. **School Science and Mathematics**, p. 49–57, 1989.

LEON, S. J. **Álgebra Linear com Aplicações**. 4. ed. [S.l.]: Rio de Janeiro: LTC Editora., 1999.

LIBâNEO, J. C. **Didática.** 2. ed. [S.l.]: São Paulo: Cortez, 1994.

LIBâNEO, J. C. Um modelo para acompanhamento contínuo do nível de aquisição de conhecimentos do aprendizado. tese de doutorado. **Instituto Tecnológico da Aeronáutica**, 2006.

LOURO, A. M. F. Computação simbólica em maple no cálculo das variações. **Centro de Estudos em Optimização e Controlo Departamento de Matemática, Universidade de Aveiro, portugal**, 2006.

MACHADO, S. D. A.; BIANCHINI, B. L. **A Álgebra Linear e a concepção de Transformação Linear construída por Estudantes de EAD**. [S.l.]: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2012.

MORAN, J. **As Mídias na Educação**. 3. ed. [S.l.]: São Paulo: Paulinas, 2007.

PRESSMAN, R. S.; MAXIM, B. R. **Engenharia de Software - Uma Abordagem Profissional**. 7. ed. [S.l.]: Bookman Editora, 2011.

RODRIGUES, J. R. F. Criação de um software de apoio ao ensino e à aprendizagem de álgebra linear: base e dimensão de um espaço vetorial. **Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte**, 2009.

SABBAGH, R. **Scrum: Gestão Ágil para Projetos de Sucesso**. 1. ed. [S.l.]: Casa do Código, 2013.

SANTOS, A. R. dos; SANTOS, P. C. S. dos. O programa gap como ferramenta de ensino e aprendizagem de Álgebra linear e uma reflexão das dificuldades da disciplina Álgebra i. **Curso de Licenciatura em Matemática Universidade Federal de Goiás/Regional Catalão**, 2014.

SECCO, M. A.; LOPES, M. R. C. M. Os desafios da escola pÚblica paranaense na perspectiva do professor pde - o uso do software geogebra no estudo de alguns tópicos de Álgebra linear. **Secretaria de Estado da Educação. Superintendência da Educação. Programa de Desenvolvimento Educacional.**, 2014.

SOMMERVILLE, I. **Engenharia de Software**. 8. ed. [S.l.]: Pearson Addison, 2007.

STEINBRUCH, A.; WINTERLE, P. **Álgebra Linear**. 2. ed. [S.l.]: São Paulo: Pearson Education do Brasil, 1987.

TRIPP, D. Pesquisa-ação: uma introdução metodológica. **Universidade de Murdoch**, 2005.

VIEIRA, J. M. N. Matlab num instante. **Departamento de Electrónica e Telecomunicações da Universidade de Aveiro**, 2004.

A APÊNDICE

Apêndice I

Especificação de Requisitos de *Software*

AlfaGebra

Versão 1.0.01

Preparado por Osmir Custódio Mariano e Jhonatan Sousa Santiago

Universidade Federal do Tocantins

May, 2018

Conteúdo

Histórico de Revisões

Nome	Data	Descrição das alterações	Versão
Osmir Mariano e Jhonatan Santiago	01/08/2017	Levantamento de Requisitos	V1.0.0
Osmir Mariano e Jhonatan Santiago	01/05/2018	Alterações de Requisitos	V1.0.01

1 Introdução

1.1 Objetivos deste documento

Este documento tem por objetivo apresentar todas as informações técnicas e funcionais sobre o sistema de cálculos de Álgebra Linear, AlfaGebra. O *software* visa auxiliar os acadêmicos dos cursos de Ciência da Computação, Matemática e Engenharias, mas inicialmente a proposta é somente para o curso de Ciência da Computação, depois será expandido para os demais cursos. Ao longo deste documento serão apresentadas informações pertinentes sobre a concepção do projeto, definições dos requisitos funcionais e não funcionais e interface homem-computador.

1.2 Público Alvo

O principal público alvo do sistema serão os acadêmicos dos curso de Ciência da Computação em específicos os da disciplina de Álgebra Linear. Ao qual será um sistema que apresentará recursos e conteúdo da área para que venha auxiliar no aprendizado dos mesmos.

1.3 Escopo do produto

O AlfaGebra é um *software* matemático para resolução de problemas de Álgebra Linear, apresenta como objetivo auxiliar no aprendizado dos acadêmicos. O sistema por ser para o ensino e aprendizagem apresentará como requisitos uma parte voltada para os aspectos teóricos, exercícios resolvidos e opção para que o usuários forneça expressões e assim o sistema irá descrever todo o passo a passo da resolução do problema.

1.3.1 Nome do produto e de seus componentes principais

- **Produto:** AlfaGebra.
- **Componentes principais:** Apresentação de conteúdos teóricos, exercícios resolvidos e opção para inserção de expressões para que assim o sistema possa realizar o cálculo.

1.4 Descrição do produto

O *software* AlfaGebra, será desenvolvido com as seguintes características: métodos de ensino através de conteúdos teóricos, exercícios resolvidos e uma opção para inserção de expressões e assim o sistema tratar e mostrar o resultado com descrição de como chegou no resultado.

1.5 Referências

Pressman, Roger S. Engenharia de software: uma abordagem profissional. 7ª Edição."Ed: McGraw Hill (2011).

SOMMERVILLE, I.Engenharia de Software. 8. ed. [S.l.]: Pearson Addison, 2007.

2 Descrição Geral

AlfaGebra apresenta como objetivo auxiliar os alunos da Universidade Federal do Tocantins em específico o curso de Ciência da Computação na disciplina de Álgebra Linear. Inicialmente, no aprendizado, em virtude dessa disciplina apresentar índices de evasões e reprovações elevadas. A Universidade Federal do Tocantins atualmente conta com aproximadamente de 280 (duzentos e oitenta) alunos por semestre que cursam a disciplina de Álgebra Linear nos cursos da área de exata. Com o objetivo de minimizar esses índices, o sistema propõe disponibilizar um *software* em versão para *desktop* para o sistema operacional Windows.

2.1 Perspectiva do Produto

Espera que com a utilização do AlfaGebra possa melhorá os altos índices de evasões da disciplina em cada semestre e também contribuir para o ensino e aprendizagem dos acadêmicos, tornando as aulas mais dinâmicas, ao invés do modelo tradicional de quadro, giz e professor.

2.2 Função do Produto

O AlfaGebra deve auxiliar os acadêmicos das áreas de exatas no aprendizado dos conteúdos da disciplina de álgebra linear: sistema de equações lineares, espaço vetorial e transformações lineares, deste modo, tentando minimizar os índices de reprovações e evasões da disciplina.

2.3 Características de Classes de Usuário

A principal características dos usuários são os acadêmicos que apresentam dificuldades em absorver os conteúdos da disciplina de Álgebra Linear e que se sentem desmotivados ao estudar com abordagem da metodologia tradicional.

2.4 Ambiente Operacional

Para o desenvolvimento da plataforma será utilizada como ferramentas de programação web, sendo elas Javascript, HTML5 e CSS3, além destes outros recursos serão implementados, como alguns *frameworks*, tais como Bootstrap e algumas aplicações para otimizar entre elas Disqus para comentários dentro da plataforma. E para o versionamento de código será adotada o Git e para armazenamento do repositório será utilizado a plataforma Bitbucket.

3 Requisitos específicos

3.1 Identificação dos requisitos

Por convenção e para facilitar a identificação dos requisitos, a referência é feita de acordo com o esquema abaixo:

Identificador = [Siglas da Subseção primeira letra | Numeração em ordem crescente]

3.2 Prioridades dos requisitos

Para estabelecer a prioridade dos requisitos, foram adotadas as denominações: essencial, importante e desejável. Na tabela 1 segue a descrição do significado de cada uma dessas denominações.

Tabela 3.1: Descrição das prioridades dos requisitos

Prioridade	**Descrição**
Essencial	Estes são requisitos sem o qual o sistema não entra em funcionamento. Esses requisitos são essenciais e tem que, ser implementados impreterivelmente.
Importante	Estes são requisitos sem o qual o sistema entra em funcionamento, mas de forma não satisfatória. Esses requisitos devem ser implementados, mas se não forem, poderá ser utilizado.
Desejável	Estes são os requisitos que não compromete as funcionalidades básicas do sistema, ou seja, o sistema pode funcionar de forma satisfatória sem ele.

3.3 Descrição dos requisitos

3.3.1 Requisitos Funcionais

[RF01] Versão Web

O sistema deve ser desenvolvido em versão para Web com a linguagem de programação Javascript, sendo composto por três módulos: Sistemas de Equações Lineares; Espaço Vetorial; e Transformações Lineares.

Prioridade

Essencial

[RF02] Cálculo matriz linha reduzida

O sistema deve permitir que o usuário entre com expressões matemáticas para realizar o cálculo da matriz linha reduzida à forma escada. Usando para resolução das três operações elementares. Permutação da i-ésima e j-ésima linhas (Li $\rightarrow$ Lj); multiplicação da i-ésima linha por um escalar não nulo k (Li $\rightarrow$ k*Lj); e substituição de i-ésima linha pela i-ésima linha mais k vezes a j-ésima linha (Li $\rightarrow Lj + K * Lj$).

Prioridade

Essencial

[RF03] Demonstrar se satisfaz ou não a forma escada

O sistema deve mostrar para o usuário, quando não satisfeito a matriz linha reduzida à forma escada, as operações que não abrangem, bem como também, mostrar que é forma escada e seus respectivos resultados.

Prioridade

Importante

[RF04] Cálculo método de Gauss

O sistema deve ser capaz de realizar cálculos utilizando o método de Gauss.

Prioridade

Essencial

[RF05] Entrada de expressões

O sistema deve possuir um campo para entrada de expressões para que o usuário entre e assim o sistema realize o cálculo.

Prioridade

Essencial

[RF06] Classificação de sistema

O sistema deve ser capaz de classificar um sistema em: uma única solução; qualquer número real terá solução; e não existe solução.

Prioridade

Importante

[RF07] Apresentação gráfica

O sistema para cálculos de classificação de sistema, deve mostrar além do resultado um gráfico de tal situação do cálculo.

Prioridade

Importante

[RF08] Apresentação passo a passo

O sistema deve mostrar o resultado e todo o passo a passo que gerou o resultado.

Prioridade

Importante

[RF09] Identificação de espaço vetorial

O sistema deverá identificar a partir de expressões fornecidas pelo o usuário se é ou não espaço vetorial.

Prioridade

Importante

[RF10] Identificação de subespaço vetorial

O sistema deverá identificar a partir de expressões fornecidas pelo o usuário se é ou não subespaço vetorial.

Prioridade

Importante

[RF11] Combinação linear

Através do sistema deverá ser possível identificar se um vetor é combinação linear de outros vetor.

Prioridade

Importante

[RF12] Determinação de subespaço gerado

O sistema deverá realizar o cálculo para determinar o subespaço gerado de um determinado vetor.

Prioridade

Importante

[RF13] Dependência Linear

O sistema deverá verificar e classificar se um determinado conjunto são linearmente dependente e linearmente independente.

Prioridade

Importante

[RF14] Base de um espaço vetorial

No sistema deverá ser possível realizar o cálculo de base de um espaço vetorial.

Prioridade

Importante

[RF15] Cálculo da matriz de mudança de base

A partir do sistema deverá ser possível realizar o cálculo da matriz de mudança de base.

Prioridade

Importante

[RF16] Matriz de uma transformação linear

O sistema deve ser capaz de representar a matriz de uma transformação linear

Prioridade

Essencial

[RF17] Núcleo de uma transformação linear

O sistema deve ser capaz de representar o núcleo de uma transformação linear

Prioridade

Essencial

[RF18] Imagem de uma transformação linear

O sistema deve ser capaz de representar a imagem de uma transformação linear

Prioridade

Essencial

[RF19] Operações com transformações lineares

O sistema deve fazer cálculos com operações de transformações lineares, operações do tipo adição, multiplicação por escalar, etc.

Prioridade

Essencial

[RF20] Calcular Dilatações ou Contrações

O sistema deve realizar dilatações ou contrações em transformações lineares

Prioridade

Essencial

[RF21] Calcular Reflexões

O sistema deve ser capaz de realizar operações de reflexões

Prioridade

Essencial

[RF22] Calcular Rotações

O sistema deve ser capaz de realizar operações de rotações

Prioridade

Essencial

[RF23] Calcular Cisalhamentos

O sistema deve realizar operações cisalhamentos

Prioridade

Essencial

3.3.2 Requisitos não funcionais

Usabilidade

[RNF24] O sistema será desenvolvido para que o usuário utilize com facilidade e praticidade, através de uma interface agradável, textos bem visíveis e uma fácil navegação através de abas para separar e organizar as sessões (módulos).

Desempenho

[RNF25] O sistema apresentará um tempo limite para processamento dos cálculos e processamento dos resultado rápido.

Disponibilidade

[RNF26] O sistema estará a todo tempo disponível para o usuário, desde que o mesmo o tenha acesso a um computador que tenha internet e um navegador.

Acessibilidade

[RNF27] A interface do sistema com o usuário final deve ser adequada as adaptações e personalizações que permitam sua utilização por usuários com necessidades especiais. Essas opções devem ser compatíveis com software especializados que possam vir a ser acoplado, bem como seguir orientações específicas de acessibilidade de interface.

3.3.3 Requisitos de licença

[RL28] O sistema de ensino e aprendizagem em álgebra linear deverá ser distribuído sob a licença GNU *General Public License* (Licença Pública Geral), devendo ser asseguradas às liberdades de uso, acesso ao código fonte e distribuição.

Apêndice II - Primeira etapa de avaliação

Formulário de avaliação de desempenho

1. Qual foi a sua maior dificuldade com a disciplina?

   ( ) Falta de tempo para dedicação ao estudo
   ( ) Falta de clareza do professor
   ( ) Desprovimento de disciplinas pré-requisitos
   ( ) Falta de interação com professor
   ( ) Alto nível de abstração da disciplina
   ( ) Não consegui entender a matéria
   ( ) Outras

2. Por quantas vezes já está cursando a disciplina?

   ( ) 1 vez
   ( ) 2 vezes
   ( ) 3 ou mais

3. Qual o método de estudo utilizado?

   ( ) Estudo em grupo
   ( ) Estudo através de listas de exercícios
   ( ) Sanar dúvidas em atendimentos com professor
   ( ) Estudo individual
   ( ) Estudo através de livros
   ( ) Sanar dúvidas na sala de aula
   ( ) Outros

4. Se fosse disponibilizado algum recurso tecnológico para auxiliar no estudo/aprendizagem da álgebra linear, você usaria?

   ( ) Sim
   ( ) Não
   ( ) Talvez

5. O que você achou da ideia de um recurso tecnológico para auxiliar no estudo/aprendizado?

   ( ) Excelente
   ( ) Boa
   ( ) Razoável
   ( ) Ruim
   ( ) Péssima

6. Quais conteúdos gostaria que fossem abordados nesses recursos tecnológico? OBS: Pode marcar mais de um item.

   ( ) Sistemas de equações Lineares
   ( ) Espaços Vetoriais
   ( ) Transformações lineares

7. Como você classifica seu aprendizado na disciplina de Álgebra Linear até o presente momento?

( ) Excelente
( ) Bom
( ) Regular
( ) Ruim
( ) Péssimo

8. Em relação ao seu curso, você considera que essa disciplina é:

   ( ) Importante
   ( ) Tem alguma importância
   ( ) Pouco importante

9. Qual o grau de dificuldade da disciplina?

   ( ) Alto
   ( ) Médio
   ( ) Razoável
   ( ) Fácil

10. Com que frequência você procura o professor(a) (fora da aula) para tirar suas dúvidas?

    ( ) Muita frequência
    ( ) Razoável
    ( ) Poucas
    ( ) Nunca procurei

11. Após cursar a disciplina, seu interesse pelo assunto aumentou? (Para aqueles que já cursaram mais de um vez a disciplina)

    ( ) Sim
    ( ) Não

12. Cite um ou mais pontos fortes da disciplina.

    ....
    ....

13. Que sugestões você daria para melhorar a disciplina?

    ....
    ....

14. Quais suas dificuldades ao estudar álgebra linear?

    ....
    ....

15. O que você considera mais difícil na álgebra Linear?

    ....
    ....

16. Você conhece ou já fez uso de algum sistema que te auxiliou no estudo da álgebra linear?

    ....
    ....

17. Se sim, qual(is)?

    ....
    ....

18. Quais os recursos (seja eles tecnológicos ou não) que o seu professor utilizou para o ensino da disciplina?

    ....
    ....

19. Se fosse desenvolvido um sistema para auxiliar você aluno, no aprendizado da Álgebra Linear, a qual esse apresentaria um tutorial dos principais conteúdos da Álgebra e opção em que o aluno entre com a expressão e o sistema mostre o passa-a-passo da resolução. Marque o quanto ele ajudaria?

    ( ) Ajudaria muito
    ( ) Ajudaria, mas prefiro não utilizar
    ( ) Ajudaria Pouco
    ( ) Não ajudaria

20. Em sua opinião a utilização desse sistema durante as aulas ou fora possibilitará mais dinamismo e aprendizado da matéria?

    ( ) Sim
    ( ) Não
    ( ) Não sei

Apêndice III - Segunda etapa de avaliação

Formulário de avaliação do aprendizado - Módulo Espaço Vetorial

1. Em relação a plataforma AlfaGebra, você utilizou para estudar os conteúdos de espaço vetorial?

   ( ) Sim
   ( ) Não

2. Caso seja não. Porquê?

   ....
   ....

3. A plataforma ajudou você a entender melhor os conteúdos de espaço vetorial, visto que o sistema demostra a resolução mostrando o passo a passo do cálculo?

   ( ) Sim
   ( ) Não

4. Cite um ou mais pontos fortes da plataforma AlfaGebra em relação ao módulo de espaço vetorial

   ....
   ....

5. Cite um ou mais pontos fracos da plataforma AlfaGebra em relação ao módulo de espaço vetorial.

   ....
   ....

6. Em relação a estrutura da plataforma, no item **Calcular Expressões**, este item apresentou algum problema que impediu você de aprender os conceitos presentes nele?

   ....
   ....

7. Em relação a estrutura da plataforma, no item **Material de Estudos**, este item apresentou conteúdos satisfatório para seu aprendizado?

   ....
   ....

8. Por quantas vezes já está cursando a disciplina?

   ( ) 1 vez
   ( ) 2 vezes
   ( ) 3 ou mais vezes

9. Após cursar a disciplina sem a utilização da plataforma e agora cursando com a plataforma, como você avalia seu conhecimento. Você acha que a plataforma ajudou você a compreender melhor os conceitos de espaço vetorial (Para aqueles que já cursaram mais de uma vez a disciplina)?

   ....
   ....

10. Após o estudo dos conteúdos de espaço vetorial, qual sua opinião com a ideia da implementação de exemplos didáticos e material complementar dentro da plataforma ?

    ( ) Excelente
    ( ) Boa
    ( ) Razoável
    ( ) Ruim

11. Após estudar o conteúdo pela plataforma, seu interesse pelo assunto de espaço vetorial aumentou?

    ( ) Sim
    ( ) Não

12. Que sugestões você daria para melhorar o módulo de espaço vetorial?

    ....
    ....

13. Após o uso do sistema, qual sua opinião com a ideia da implementação de video aulas dentro do módulo de espaço vetorial?

    ( ) Excelente
    ( ) Boa
    ( ) Razoável
    ( ) Ruim

14. Em relação a documentação do sistema, ela foi útil para aprender a utilizar a plataforma de ensino e aprendizagem ?

    ( ) sim ( ) não

15. No quesito layout gráfico do sistema, na sua opinião o módulo de espaço vetorial estava atrativo e dinâmico para a utilização do aluno ?

    ( ) sim ( ) não

16. O que mais chamou atenção no modulo de espaço vetorial?

    ....
    ....

17. O que você achou da ideia de um recurso tecnológico para auxiliar no estudo/aprendizado?

    ( ) Excelente
    ( ) Boa
    ( ) Razoável
    ( ) Ruim

Apêndice IV - Segunda etapa de avaliação

Formulário de avaliação do aprendizado - Módulo Transformações Lineares

1. Em relação a plataforma AlfaGebra, você utilizou para estudar os conteúdos de transformações lineares?

   ( ) Sim
   ( ) Não

2. Caso seja não. Porquê?

   ....
   ....

3. A plataforma ajudou você a entender melhor os conteúdos de transformações lineares, visto que o sistema demonstra a resolução mostrando o passo a passo do cálculo?

   ( ) Sim
   ( ) Não

4. Cite um ou mais pontos fortes da plataforma AlfaGebra em relação ao módulo de transformações lineares.

   ....
   ....

5. Cite um ou mais pontos fracos da plataforma AlfaGebra em relação ao módulo de transformações lineares.

   ....
   ....

6. Em relação a estrutura da plataforma, no item **Calcular Expressões**, este item apresentou algum problema que impediu você de aprender os conceitos presentes nele?

   ....
   ....

7. Em relação a estrutura da plataforma, no item **Material de Estudos**, este item apresentou conteúdos satisfatório para seu aprendizado?

   ....
   ....

8. Por quantas vezes já está cursando a disciplina?

   ( ) 1 vez
   ( ) 2 vezes
   ( ) 3 ou mais vezes

9. Após cursar a disciplina sem a utilização da plataforma e agora cursando com a plataforma, como você avalia seu conhecimento. Você acha que a plataforma ajudou

você a compreender melhor os conceitos de transformações lineares (Para aqueles que já cursaram mais de uma vez a disciplina)?

....
....

10. Após o estudo dos conteúdos de transformações lineares, qual sua opinião com a ideia da implementação de exemplos didáticos e material complementar dentro da plataforma ?

    ( ) Excelente
    ( ) Boa
    ( ) Razoável
    ( ) Ruim

11. Após estudar o conteúdo pela plataforma, seu interesse pelo assunto de transformações lineares aumentou?

    ( ) Sim
    ( ) Não

12. Que sugestões você daria para melhorar o módulo de transformações lineares?

    ....
    ....

13. Após o uso do sistema, qual sua opinião com a ideia da implementação de video aulas dentro do módulo de transformações lineares ?

    ( ) Excelente
    ( ) Boa
    ( ) Razoável
    ( ) Ruim

14. Em relação a documentação do sistema, ela foi útil para aprender a utilizar a plataforma de ensino e aprendizagem ?

    ( ) sim ( ) não

15. No quesito layout gráfico do sistema, na sua opinião o módulo de transformações lineares estava atrativo e dinâmico para a utilização do aluno ?

    ( ) sim ( ) não

16. O que mais chamou atenção no modulo de transformações lineares ?

    ....
    ....

17. O que você achou da ideia de um recurso tecnológico para auxiliar no estudo/aprendizado?

    ( ) Excelente
    ( ) Boa
    ( ) Razoável
    ( ) Ruim